Produção:

* Vetor de produção liquida
* Conjunto de produção
* produção tecnicamente eficiente
* função de produção
* Isoquantas
* Hipóteses usuais
* Medidas de produtividade
* Taxa técnica de substituição
* Rendimentos de escala
* Curto e longo prazos
* Rendimentos marginais decrescentes

Revisão

Descrição da produção:

$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$

$y_i > 0 \Rightarrow$ A empresa produz o bem i

$y_i < 0 \Rightarrow$ O bem i é usado como insumo

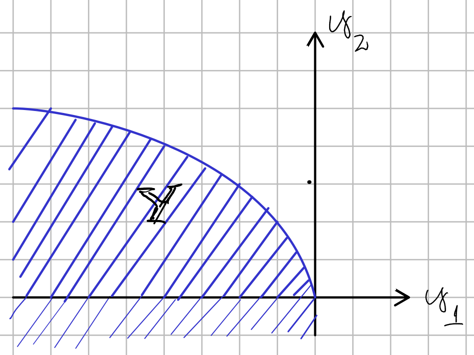
$(y, \mathbf{x}) = (y, (x_1, x_2, \ldots, x_m))$

$y =$ quantidade produzida do único produto

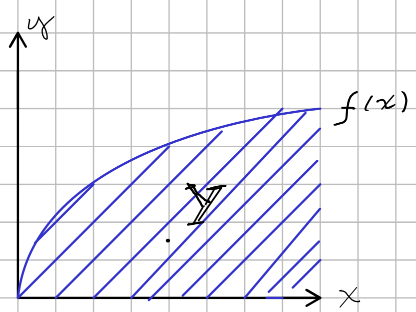
$x_i \geq 0 =$ quantidade empregada do insumo i

Conjunto de produção $\mathbb{Y}$:

$\mathbf{y} \in \mathbb{Y} \Leftrightarrow \mathbf{y}$ é factível



$(y, \mathbf{x}) \in \mathbb{Y} \Leftrightarrow (y, \mathbf{x})$ é factível

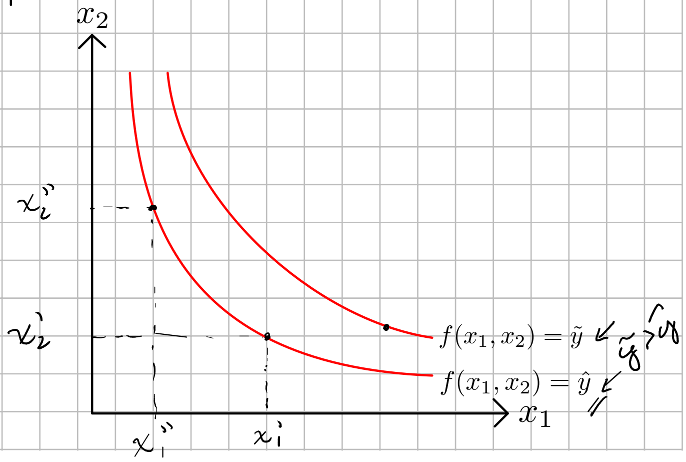


Função de produção:

$f(\mathbf{x}) = \max\{y \mid (y, \mathbf{x}) \in \mathbb{Y}\}$

Curvas de isoquanta:

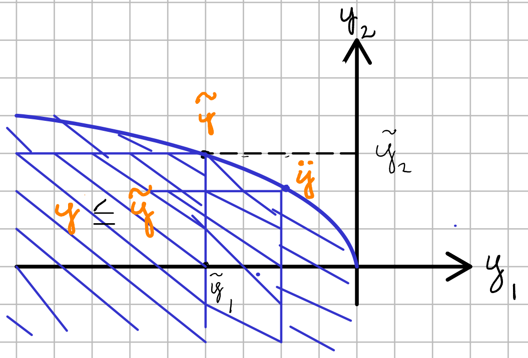
$\mathrm{CI}(y) = \{\mathbf{x} \geqq \mathbf{0} \mid f(\mathbf{x}) = y\}$



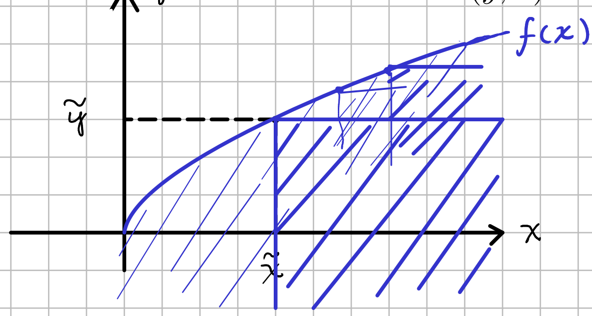
Hipóteses usuais:

Livre descarte (free disposal):

Se $\tilde{\mathrm{y}} \in \mathbb{Y}$ e $\hat{\mathrm{y}} \leq \tilde{\mathrm{y}}$, então $\hat{\mathrm{y}} \in \mathbb{Y}$

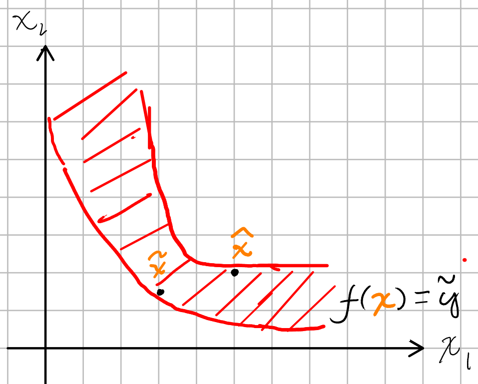


Se $(\tilde{y}, \tilde{\mathrm{x}}) \in \mathbb{Y}$, $\hat{y} \leq \tilde{y}$ e $\hat{\mathrm{x}} \geqq \tilde{\mathrm{x}}$, então $(\hat{y}, \hat{\mathrm{x}}) \in \mathbb{Y}$

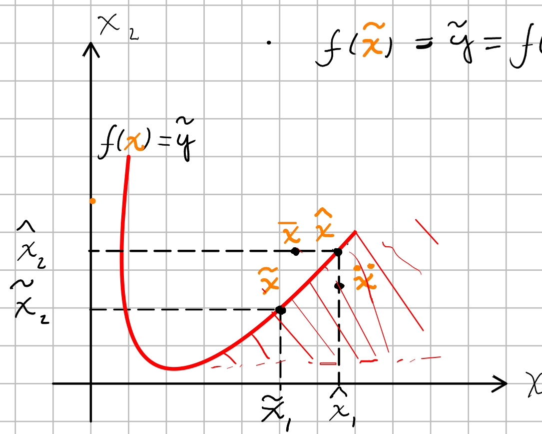


Consequência 1: A função de produção é não decrescente em relação ao emprego dos insumos.

Consequência 2: As curvas de isoquanta não podem ter inclinação positiva.



$f(\tilde{x}) = \tilde{y} = f(\hat{x})$



$$\left.\begin{array}{l} \ddot{x} \geq \tilde{x} \Rightarrow f(\ddot{x}) \geq f(\tilde{x}) = \tilde{y} \Rightarrow f(\ddot{x}) \geq f(\hat{x}) \\ \hat{x} \geq \ddot{x} \Rightarrow f(\hat{x}) \geq f(\ddot{x}) \end{array}\right\} \Rightarrow f(\ddot{x}) = f(\hat{x})$$

o que contradiz a hipótese de que $f(\ddot{x}) \neq \tilde{y} = f(\hat{x})$

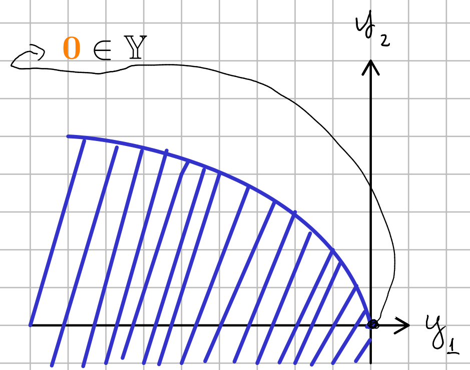
$$\left.\begin{array}{l} \bar{x} \geq \tilde{x} \Rightarrow f(\bar{x}) \geq f(\tilde{x}) = \tilde{y} \Rightarrow f(\bar{x}) \geq f(\hat{x}) \\ \hat{x} \geq \bar{x} \Rightarrow f(\hat{x}) \geq f(\bar{x}) \end{array}\right\} \Rightarrow f(\bar{x}) = f(\hat{x})$$

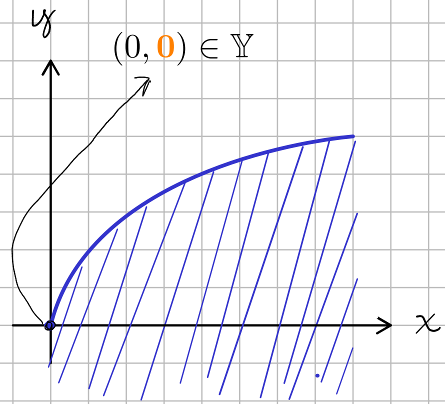
o que contradiz a hipótese de que $f(\bar{x}) \neq \tilde{y}$.

Conjunto de produção fechado:

Trata-se de uma hipótese técnica sobre a qual apenas diremos que ela garante a existência da fronteira tecnicamente eficiente e, portanto, no caso de um único produto, da existência de uma função de produção e de curvas de isoquantas não vazias para níveis de produção factíveis.

Possibilidade de inatividade:





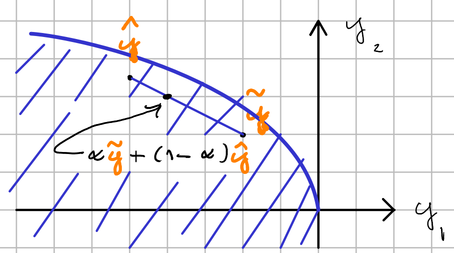
Hipótese de convexidade do conjunto de produção

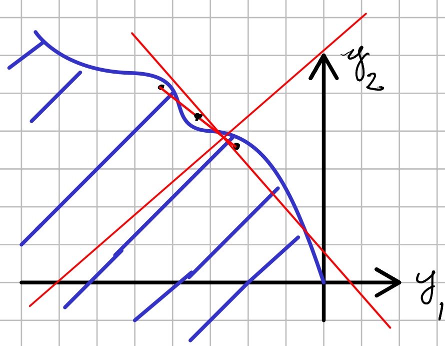
Se $(\tilde{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{y}} \in \mathbb{Y})$, então, para qualquer $\alpha \in (0,1)$, $\underbrace{\alpha\, \tilde{\mathbf{y}} + (1-\alpha)\, \hat{\mathbf{y}}}_{\text{combinação convexa de } \tilde{y} \text{ c/ } \hat{y}} \in \mathbb{Y}$

$\alpha \tilde{y} + (1-\alpha)\hat{y} =$

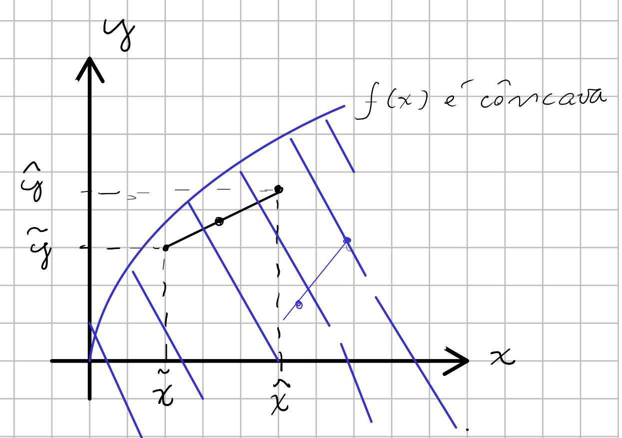
$(\alpha \tilde{y}_1 + (1-\alpha)\hat{y}_1, \alpha \tilde{y}_2 + (1-\alpha)\hat{y}_2 +$

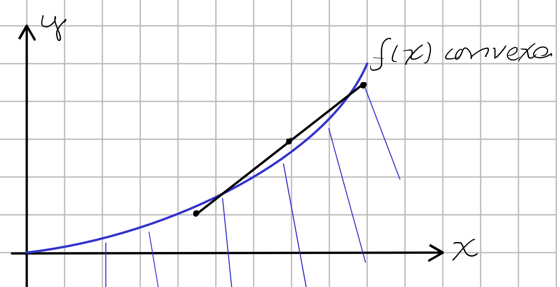
$\cdots + \alpha \tilde{y}_m + (1-\alpha)\hat{y}_m)$





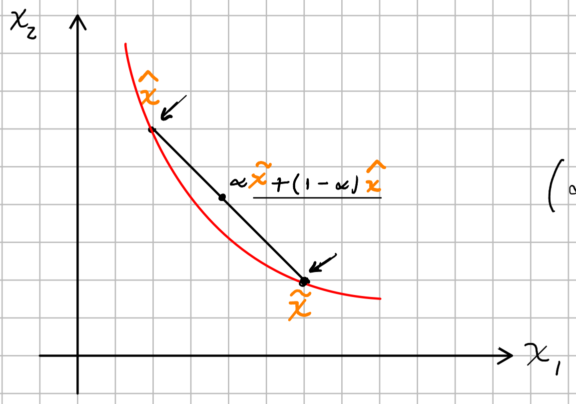
Se $((\tilde{y}, \tilde{\mathbf{x}}), (\hat{y}, \hat{\mathbf{x}}) \in \mathbb{Y})$, então $\forall \alpha \in (0,1)$, $(\underbrace{\alpha\tilde{y} + (1-\alpha)\hat{y}}, \underbrace{\alpha\, \tilde{\mathbf{x}} + (1-\alpha)\, \hat{\mathbf{x}}}) \in \mathbb{Y}$





convexidade de Y implica concavidade da função de prod.

Hipóteses de livre descarte e de convexidade do conjunto de produção e curvas de isoquanta:



$$f(\tilde{x}) = f(\hat{x}) = \tilde{y}$$

$$(\tilde{y}, \tilde{x}) \in \mathbb{Y} \text{ e } (\tilde{y}, \hat{x}) \in \mathbb{Y}$$

$$(\underline{\alpha\tilde{y} + (1-\alpha)\tilde{y}}, \alpha\tilde{x} + (1-\alpha)\hat{x}) \in \mathbb{Y}$$

$$(\underset{=}{\tilde{y}}, \underbrace{\alpha\tilde{x} + (1-\alpha)\hat{x}}) \in \mathbb{Y}$$

$$\forall \alpha \in (0,1)$$

$$f(\alpha\tilde{x} + (1-\alpha)\hat{x}) \geq \tilde{y}$$

As hipótese de convexidade do conjunto de produção e de livre descarte implicam curvas de isoquanta convexas em relação à origem.

Aditividade dos planos de produção:

$\tilde{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{y}} \in \mathbb{Y} \Rightarrow \tilde{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{y}} \in \mathbb{Y}$ | $(\tilde{y}, \tilde{\mathbf{x}}), (\hat{y}, \hat{\mathbf{x}}) \in \mathbb{Y} \Rightarrow (\tilde{y} + \hat{y}, \tilde{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{x}}) \in \mathbb{Y}$

Divisibilidade dos planos de produção:

$\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{Y} \Rightarrow$ para $\forall \alpha \in (0,1),\ \alpha\tilde{\mathbf{y}} \in \mathbb{Y}$ | $(y, \tilde{\mathbf{x}}) \in \mathbb{Y} \Rightarrow$ para $\forall \alpha \in (0,1),\ (\alpha y, \alpha\tilde{\mathbf{x}}) \in \mathbb{Y}$

$$\tilde{y}, \hat{y} \in \mathbb{Y} \xRightarrow{\text{Hip. div.}} \underbrace{\alpha\tilde{y} \in \mathbb{Y} \text{ e } (1-\alpha)\hat{y} \in \mathbb{Y}} \qquad \underline{\underline{\alpha \in (0,1)}}$$

$$\Downarrow \text{ Hip. aditividade}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha\tilde{y} + (1-\alpha)\hat{y} \in \mathbb{Y}$$

Resumo:

Descrevemos as seguintes hipóteses:

- Free disposal ou livre descarte
- Conjunto de produção fechado
- Possibilidade de inatividade
- Convexidade do conjunto de produção
- Aditividade dos planos de produção
- Divisibilidade dos planos de produção

A hipótese de free disposal implica que a função de produção é não decrescente em relação ao emprego dos insumos e que as curvas de isoquanta não podem ter inclinação positiva.

As hipóteses de convexidade do conjunto de produção e de free disposal implicam curvas de isoquanta convexas em relação à origem.

As hipóteses de aditividade e de divisibilidade dos planos de produção implicam, entre outras coisas, convexidade do conjunto de produção.