

# Parte II – Teoria da Firma

Produção

---

Roberto Guena de Oliveira

28 de agosto de 2020

USP

O conjunto e a função de produção

O conjunto e a função de produção

Medidas de produtividade

# Sumário

O conjunto e a função de produção

Medidas de produtividade

Produção com 1 insumo variável

O conjunto e a função de produção

Medidas de produtividade

Produção com 1 insumo variável

Produção com vários insumos variáveis

Curvas de isoquanta

Taxa Marginal de Substituição Técnica

Rendimentos de Escala

# Sumário

O conjunto e a função de produção

Medidas de produtividade

Produção com 1 insumo variável

Produção com vários insumos variáveis

Curvas de isoquanta

Taxa Marginal de Substituição Técnica

Rendimentos de Escala

Exercícios

# O conjunto e a função de produção

---

## Plano de produção

Um plano de produção é uma combinação de determinadas quantidades de insumos ou fatores de produção com determinadas quantidades de produtos.



# O conjunto de produção

## Plano de produção

Um plano de produção é uma combinação de determinadas quantidades de insumos ou fatores de produção com determinadas quantidades de produtos.

## Conjunto de produção

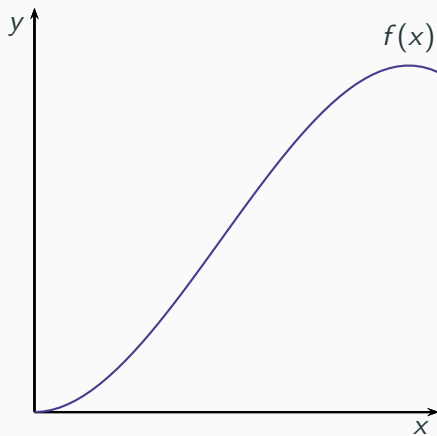
O conjunto de produção é o conjunto de planos de produção tecnologicamente factíveis.

# Função de produção

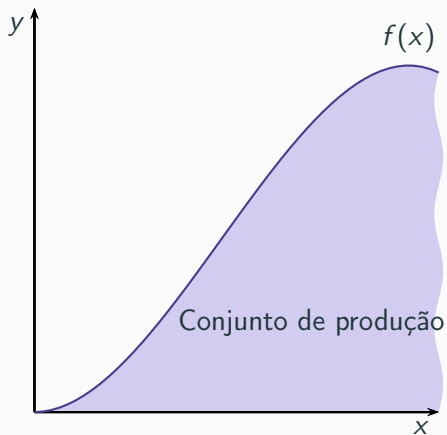
No caso de uma empresa com apenas um produto e  $n$  insumos podemos definir uma função  $f : \mathbb{R}_+^n \rightarrow \mathbb{R}_+$  que retorna a quantidade máxima de produto que uma empresa pode obter dados o emprego que ela faz dos  $n$  fatores de produção:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

## Representação gráfica: um insumo



## Representação gráfica: um insumo



### Convexidade

O conjunto de produção é convexo, ou, equivalentemente, a função de produção é côncava, ou seja, para quaisquer  $0 \leq \alpha \leq 1$  e  $x_1^0, x_2^0, x_1^1, x_2^1 \geq 0$ ,

$$\begin{aligned} f(\alpha x_1^0 + (1 - \alpha)x_1^1, \alpha x_2^0 + (1 - \alpha)x_2^1) \\ \geq \alpha f(x_1^0, x_2^0) + (1 - \alpha)f(x_1^1, x_2^1) \end{aligned}$$

### Convexidade

O conjunto de produção é convexo, ou, equivalentemente, a função de produção é côncava, ou seja, para quaisquer  $0 \leq \alpha \leq 1$  e  $x_1^0, x_2^0, x_1^1, x_2^1 \geq 0$ ,

$$\begin{aligned} f(\alpha x_1^0 + (1 - \alpha)x_1^1, \alpha x_2^0 + (1 - \alpha)x_2^1) \\ \geq \alpha f(x_1^0, x_2^0) + (1 - \alpha)f(x_1^1, x_2^1) \end{aligned}$$

### Livre Descarte ou *Free Disposal*

A função de produção é não decrescente em relação ao emprego dos fatores de produção.

**Produktiv.**

---

O conjunto e a função de produção

Medidas de produtividade

Produção com 1 insumo variável

Produção com vários insumos variáveis

Curvas de isoquanta

Taxa Marginal de Substituição Técnica

Rendimentos de Escala

Exercícios



## Produtividade média e produtividade marginal

Produtividade média do fator  $i$  ( $PM_i$ )

$$PM_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{x_i}$$

# Produtividade média e produtividade marginal

Produtividade média do fator  $i$  ( $PM_i$ )

$$PM_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{x_i}$$

Produtividade marginal do fator de produção  $i$  ( $PMg_i$ )

$$PMg_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i}$$

# Produtividade média e produtividade marginal

Produtividade média do fator  $i$  ( $PM_i$ )

$$PM_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{x_i}$$

Produtividade marginal do fator de produção  $i$  ( $PMg_i$ )

$$PMg_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i}$$

- $PMg_i \approx$  aumento no produto caso uma unidade adicional do fator  $i$  seja contratada.
- produtividade média = produto médio = rendimento médio.
- produtividade marginal = produto marginal = rendimento marginal.

## Produção com 1 insumo variável

---

O conjunto e a função de produção

Medidas de produtividade

Produção com 1 insumo variável

Produção com vários insumos variáveis

Curvas de isoquanta

Taxa Marginal de Substituição Técnica

Rendimentos de Escala

Exercícios

## Longo Prazo

Definimos por longo prazo o horizonte de tempo para o qual a empresa é capaz de ajustar o emprego de todos seus fatores de produção.

## Longo Prazo

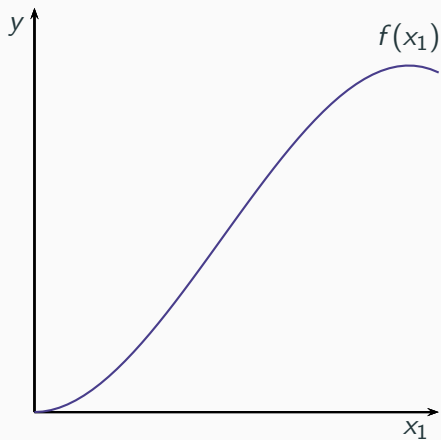
Definimos por longo prazo o horizonte de tempo para o qual a empresa é capaz de ajustar o emprego de todos seus fatores de produção.

## Curto Prazo

No curto prazo, a empresa é incapaz de mudar o emprego de alguns fatores de produção. Tais fatores são chamados fatores **fixos** de produção. Os outros fatores são chamados fatores de produção **variáveis**. No caso de apenas dois fatores de produção, supondo que o fator fixo é o fator  $x_2$  ( $x_2 = \bar{x}_2$ ), função de produção pode ser expressa por

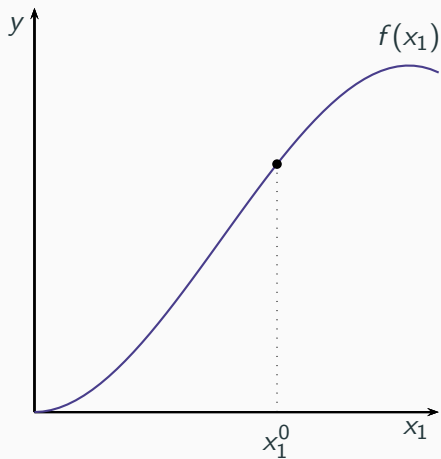
$$f_c(x_1) = f(x_1, \bar{x}_2)$$

## Função de produção com um insumo

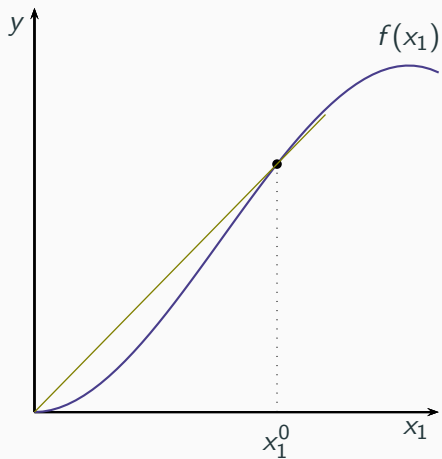




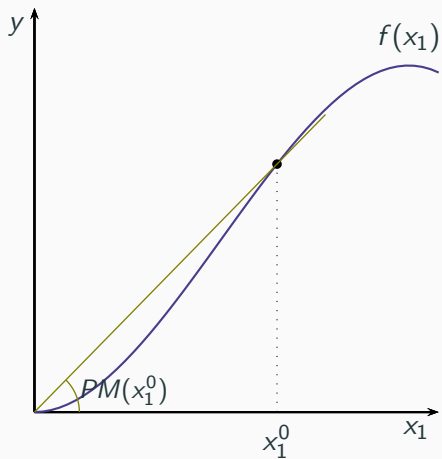
## Função de produção com um insumo



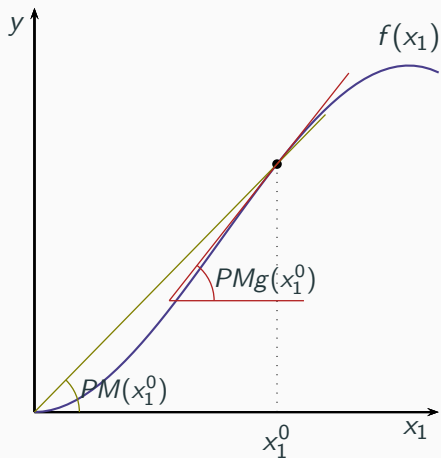
## Função de produção com um insumo



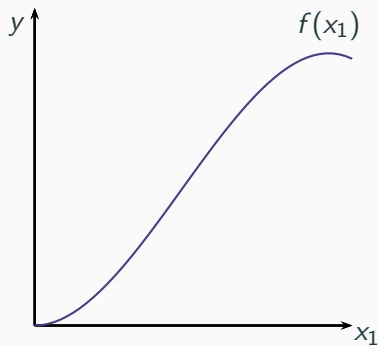
## Função de produção com um insumo



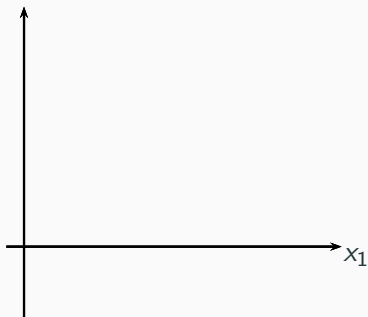
## Função de produção com um insumo



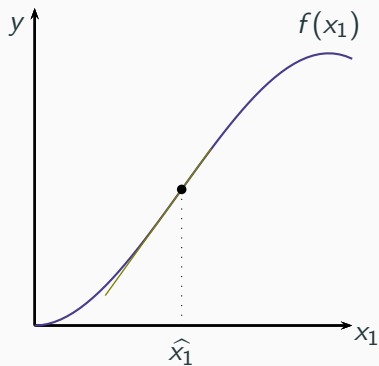
## Função de produção



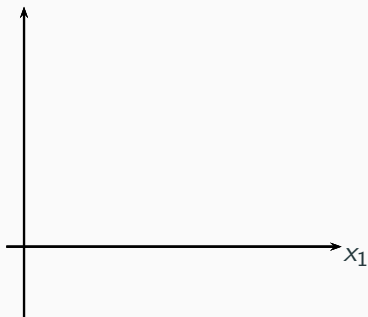
## Medidas de produtividade



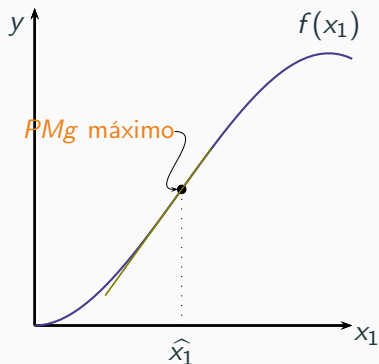
## Função de produção



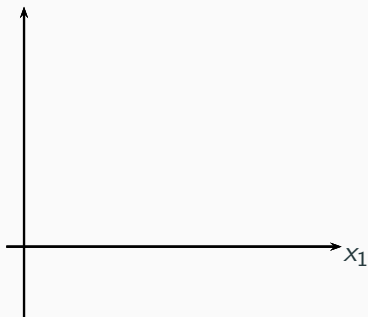
## Medidas de produtividade



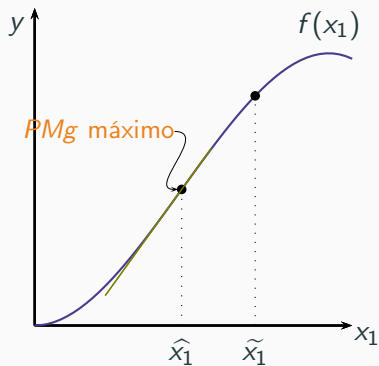
## Função de produção



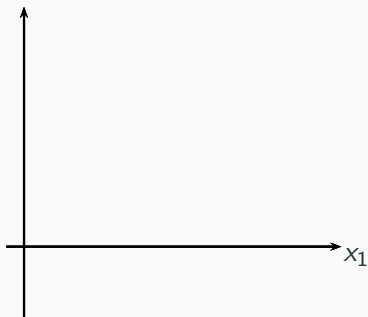
## Medidas de produtividade



## Função de produção

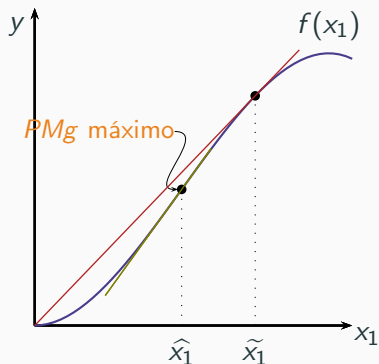


## Medidas de produtividade

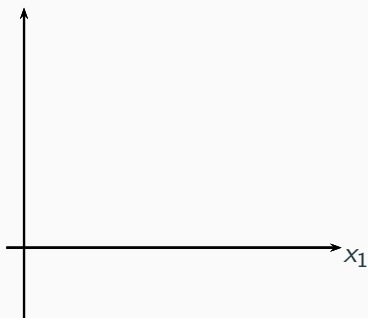




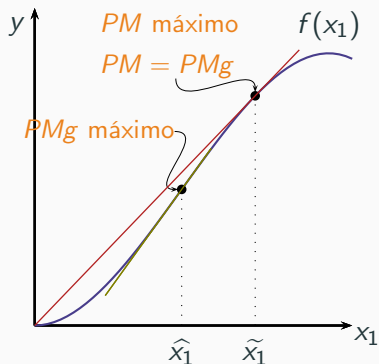
## Função de produção



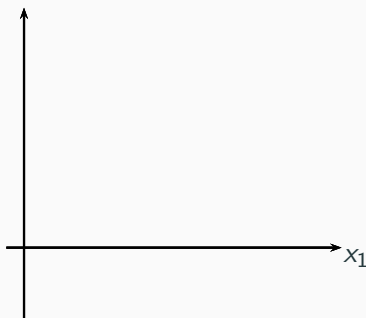
## Medidas de produtividade



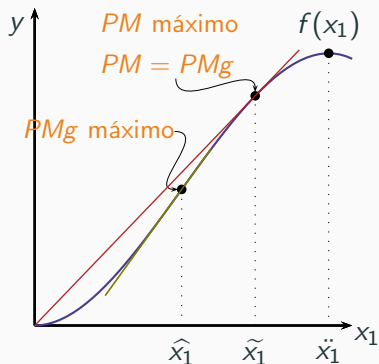
## Função de produção



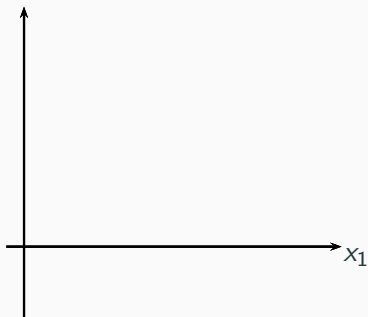
## Medidas de produtividade



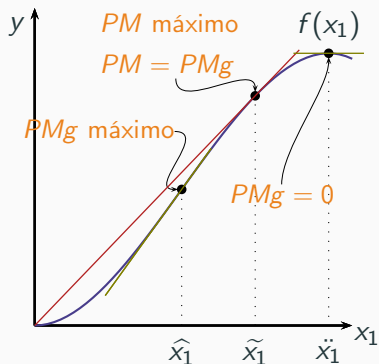
## Função de produção



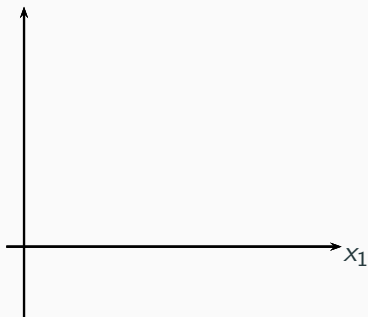
## Medidas de produtividade



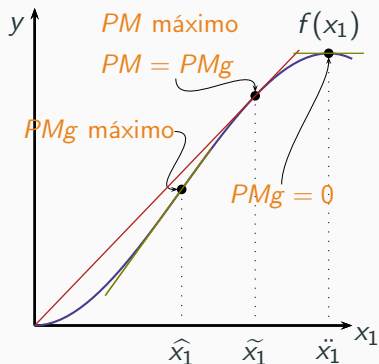
## Função de produção



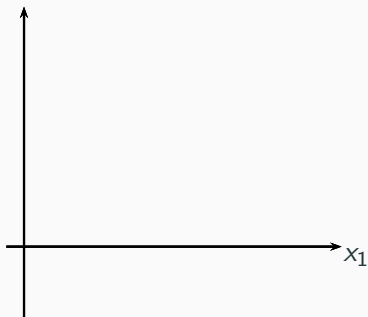
## Medidas de produtividade



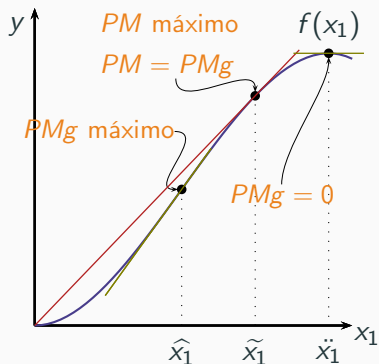
## Função de produção



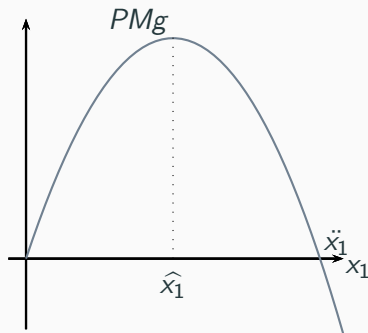
## Medidas de produtividade



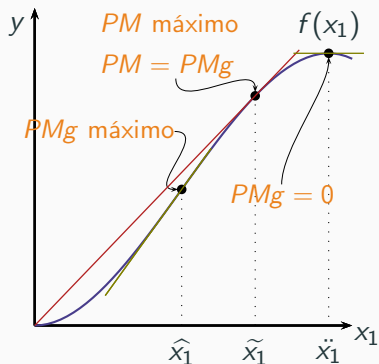
## Função de produção



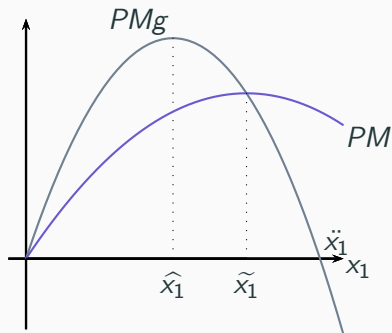
## Medidas de produtividade



## Função de produção



## Medidas de produtividade



## Relação entre produtividades média e marginal

### Produto médio máximo

$$\frac{dPM(x_1)}{dx_1} = \frac{d\frac{f(x_1)}{x_1}}{dx_1} = 0$$



# Relação entre produtividades média e marginal

## Produto médio máximo

$$\frac{dPM(x_1)}{dx_1} = \frac{d\frac{f(x_1)}{x_1}}{dx_1} = 0$$
$$\frac{x_1 \frac{df(x_1)}{dx_1} - f(x_1)}{x_1^2} = 0$$

# Relação entre produtividades média e marginal

## Produto médio máximo

$$\begin{aligned}\frac{dPM(x_1)}{dx_1} &= \frac{d\frac{f(x_1)}{x_1}}{dx_1} = 0 \\ \frac{x_1 \frac{df(x_1)}{dx_1} - f(x_1)}{x_1^2} &= 0 \\ \frac{PMg(x_1) - PM(x_1)}{x_1} &= 0\end{aligned}$$

# Relação entre produtividades média e marginal

## Produto médio máximo

$$\begin{aligned}\frac{dPM(x_1)}{dx_1} &= \frac{d\frac{f(x_1)}{x_1}}{dx_1} = 0 \\ \frac{x_1 \frac{df(x_1)}{dx_1} - f(x_1)}{x_1^2} &= 0 \\ \frac{PMg(x_1) - PM(x_1)}{x_1} &= 0\end{aligned}$$

*PM* na origem quando  $f(0) = 0$

$$\lim_{x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_1)}{x_1}$$

# Relação entre produtividades média e marginal

## Produto médio máximo

$$\begin{aligned}\frac{dPM(x_1)}{dx_1} &= \frac{d\frac{f(x_1)}{x_1}}{dx_1} = 0 \\ \frac{x_1 \frac{df(x_1)}{dx_1} - f(x_1)}{x_1^2} &= 0 \\ \frac{PMg(x_1) - PM(x_1)}{x_1} &= 0\end{aligned}$$

*PM* na origem quando  $f(0) = 0$

$$\lim_{x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_1)}{x_1} = \lim_{x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_1) - f(0)}{x_1 - 0}$$

# Relação entre produtividades média e marginal

## Produto médio máximo

$$\begin{aligned}\frac{dPM(x_1)}{dx_1} &= \frac{d\frac{f(x_1)}{x_1}}{dx_1} = 0 \\ \frac{x_1 \frac{df(x_1)}{dx_1} - f(x_1)}{x_1^2} &= 0 \\ \frac{PMg(x_1) - PM(x_1)}{x_1} &= 0\end{aligned}$$

*PM* na origem quando  $f(0) = 0$

$$\lim_{x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_1)}{x_1} = \lim_{x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_1) - f(0)}{x_1 - 0} = PMg_1(0)$$

## Enunciado

Desde que empregado em quantidade suficientemente elevada, cada fator de produção terá produtividade marginal decrescente em relação ao seu emprego.

# “Lei” dos rendimentos marginais decrescentes

## Enunciado

Desde que empregado em quantidade suficientemente elevada, cada fator de produção terá produtividade marginal decrescente em relação ao seu emprego.

## Exemplo

Dado  $x_2 = \bar{x}_2$ , existe  $x'_1$  tal que

$$\frac{\partial^2 f(x_1)}{\partial x_1^2} < 0 \text{ para qualquer } x_1 > x'_1$$

# Produção com vários insumos variáveis

---



O conjunto e a função de produção

Medidas de produtividade

Produção com 1 insumo variável

Produção com vários insumos variáveis

Curvas de isoquanta

Taxa Marginal de Substituição Técnica

Rendimentos de Escala

Exercícios

## definição

Uma curva de isoquanta associada a uma quantidade  $y^0 \geq 0$  de produto é o conjunto das combinações entre  $x_1$  e  $x_2$  tais que  $f(x_1, x_2) = y^0$ , ou seja, o conjunto

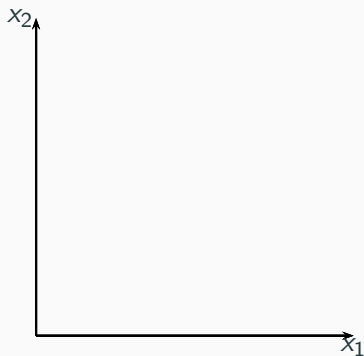
$$\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = y^0\}$$

## definição

Uma curva de isoquanta associada a uma quantidade  $y^0 \geq 0$  de produto é o conjunto das combinações entre  $x_1$  e  $x_2$  tais que  $f(x_1, x_2) = y^0$ , ou seja, o conjunto

$$\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = y^0\}$$

## Representação gráfica

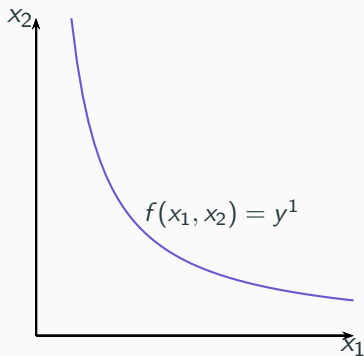


## definição

Uma curva de isoquanta associada a uma quantidade  $y^0 \geq 0$  de produto é o conjunto das combinações entre  $x_1$  e  $x_2$  tais que  $f(x_1, x_2) = y^0$ , ou seja, o conjunto

$$\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = y^0\}$$

## Representação gráfica



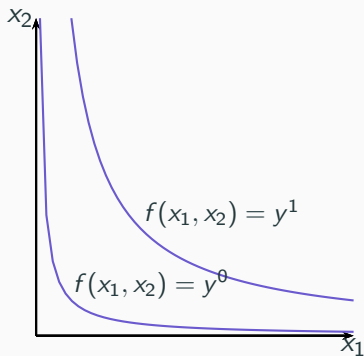
# Isoquanta

## definição

Uma curva de isoquanta associada a uma quantidade  $y^0 \geq 0$  de produto é o conjunto das combinações entre  $x_1$  e  $x_2$  tais que  $f(x_1, x_2) = y^0$ , ou seja, o conjunto

$$\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = y^0\}$$

## Representação gráfica



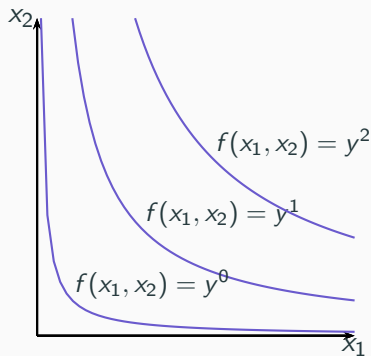
# Isoquanta

## definição

Uma curva de isoquanta associada a uma quantidade  $y^0 \geq 0$  de produto é o conjunto das combinações entre  $x_1$  e  $x_2$  tais que  $f(x_1, x_2) = y^0$ , ou seja, o conjunto

$$\{(x_1, x_2) \geq 0 : f(x_1, x_2) = y^0\}$$

## Representação gráfica



# Taxa Marginal de Substituição Técnica

Definição:

A taxa marginal de substituição técnica (*TMST*) entre os bens 1 e 2 é definida por

$$TMST(x_1, x_2) = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \Big|_{f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2) = f(x_1, x_2)}$$

# Taxa Marginal de Substituição Técnica

Definição:

A taxa marginal de substituição técnica (*TMST*) entre os bens 1 e 2 é definida por

$$\begin{aligned} TMST(x_1, x_2) &= \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \Bigg|_{f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2) = f(x_1, x_2)} \\ &= \frac{dx_2}{dx_1} \Bigg|_{dy=0} \end{aligned}$$



# Taxa Marginal de Substituição Técnica

Definição:

A taxa marginal de substituição técnica (TMST) entre os bens 1 e 2 é definida por

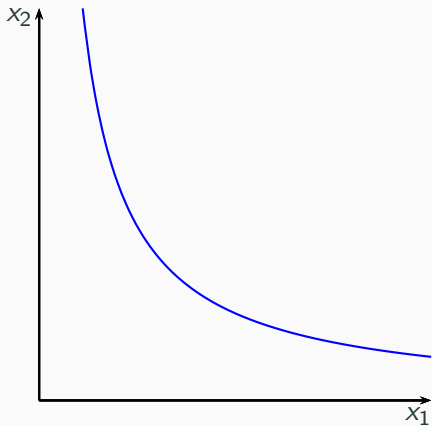
$$\begin{aligned} TMST(x_1, x_2) &= \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \Big|_{f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2) = f(x_1, x_2)} \\ &= \frac{dx_2}{dx_1} \Big|_{dy=0} \end{aligned}$$

TMST e produtividades marginais

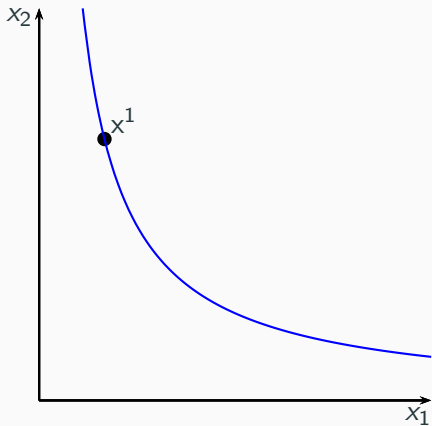
Não é difícil mostrar que

$$TMST = -\frac{\partial f(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial f(x_1, x_2)/\partial x_2} = -\frac{PMg_1}{PMg_2}.$$

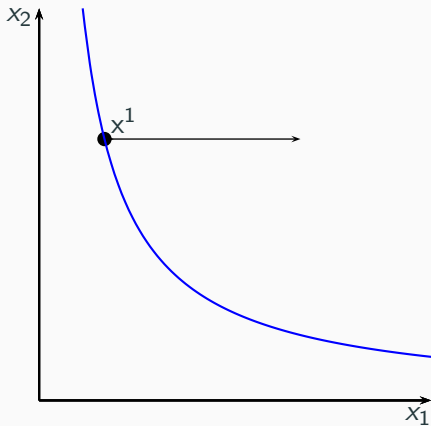
## TMST – Interpretação gráfica



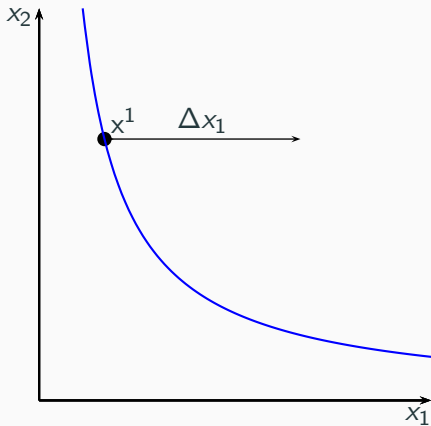
## TMST – Interpretação gráfica



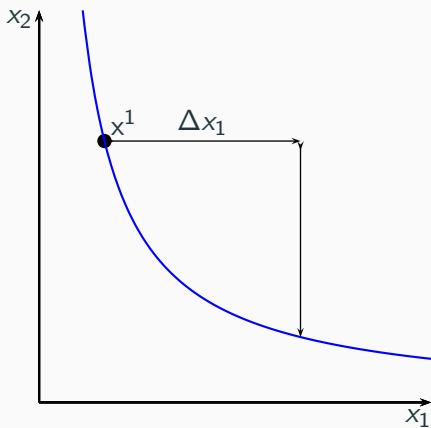
## TMST – Interpretação gráfica



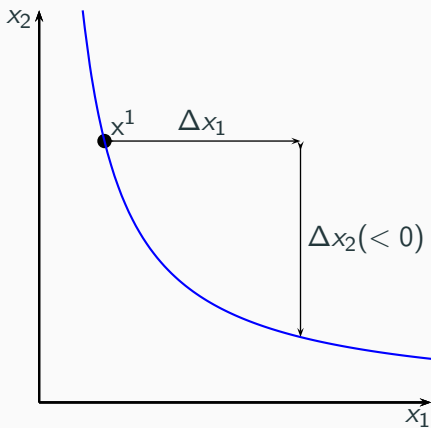
## TMST – Interpretação gráfica



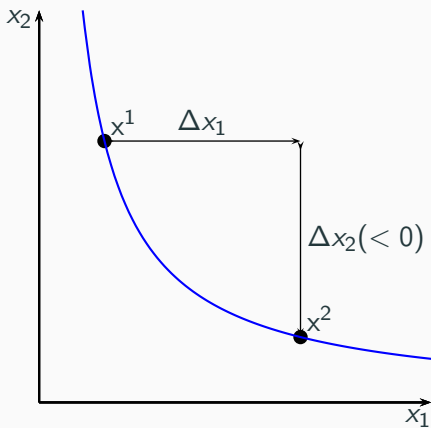
## TMST – Interpretação gráfica



## TMST – Interpretação gráfica

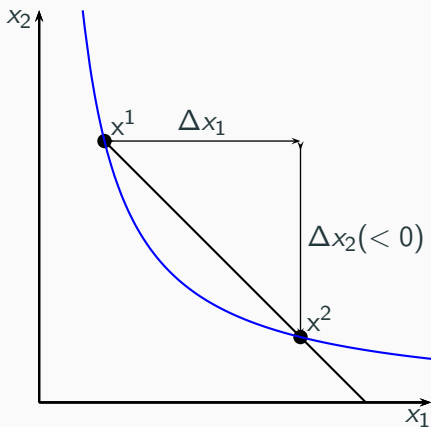


## TMST – Interpretação gráfica

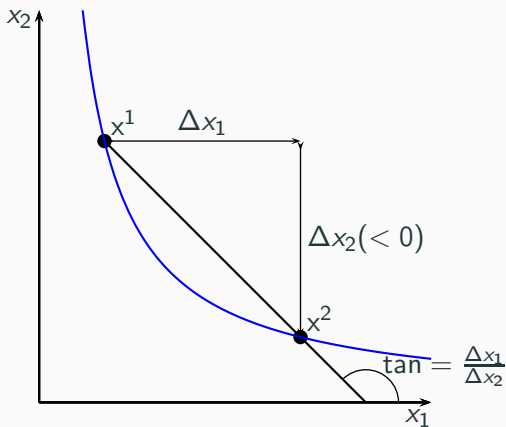




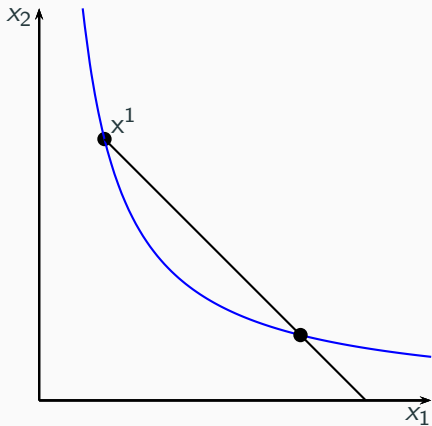
## TMST – Interpretação gráfica



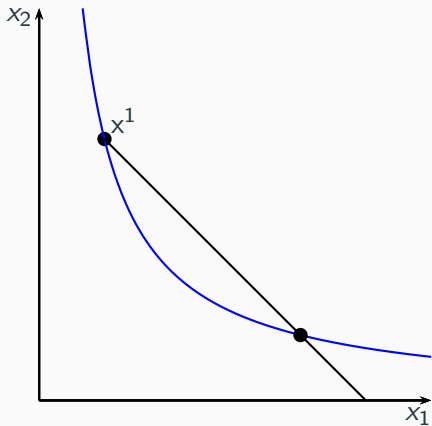
## TMST – Interpretação gráfica



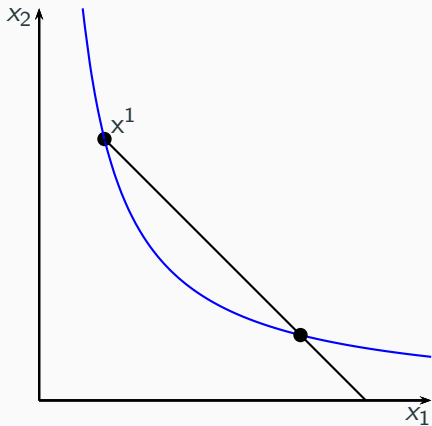
## TMST – Interpretação gráfica



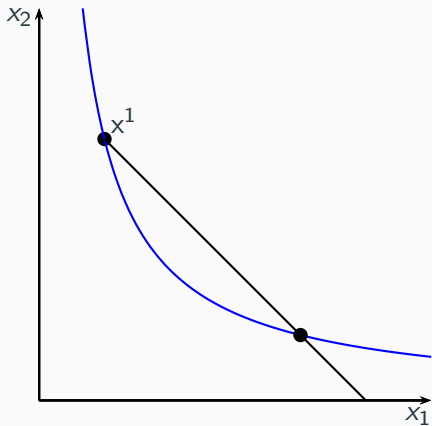
## TMST – Interpretação gráfica



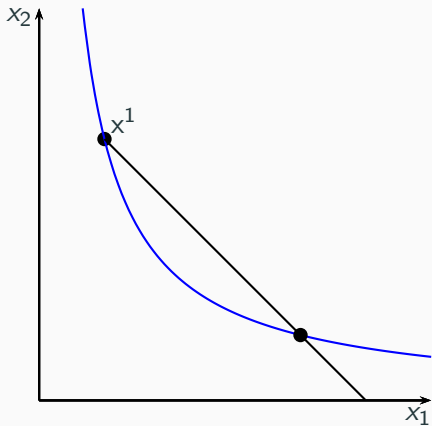
## TMST – Interpretação gráfica



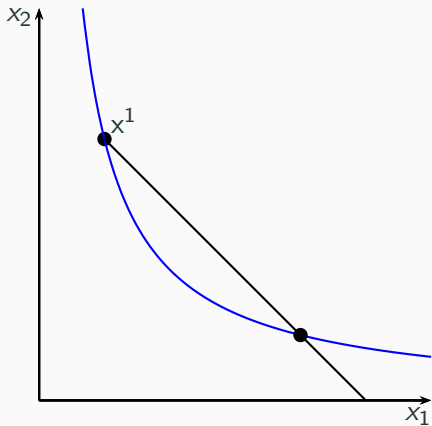
## TMST – Interpretação gráfica



## TMST – Interpretação gráfica

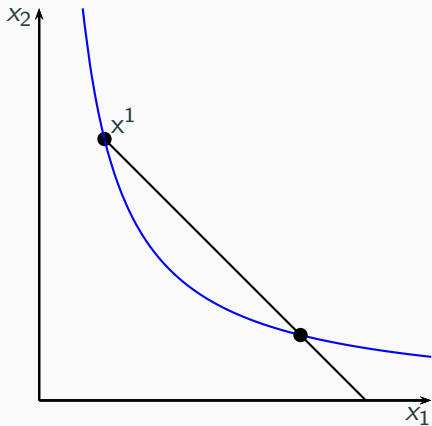


## TMST – Interpretação gráfica

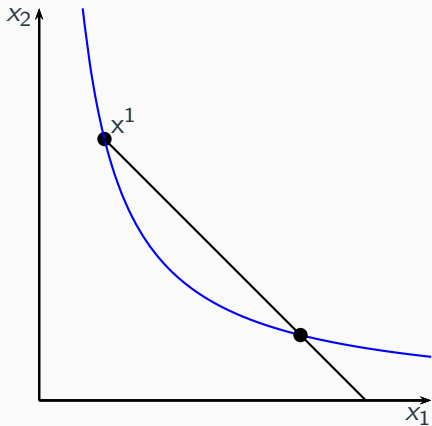




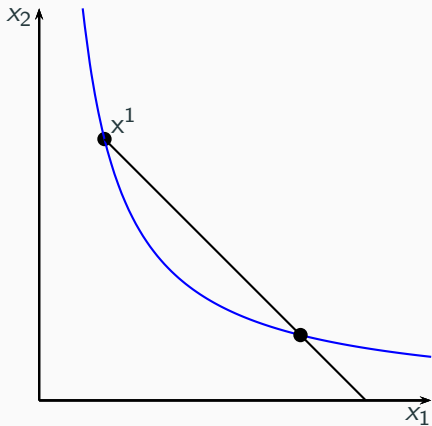
## TMST – Interpretação gráfica



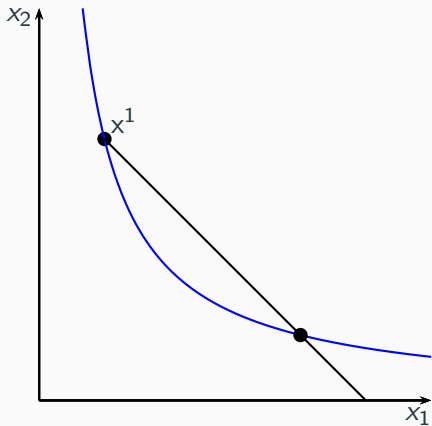
## TMST – Interpretação gráfica



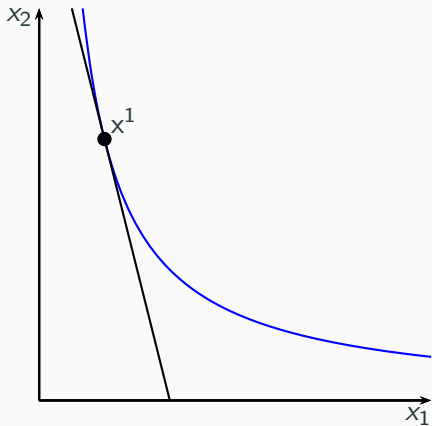
## TMST – Interpretação gráfica



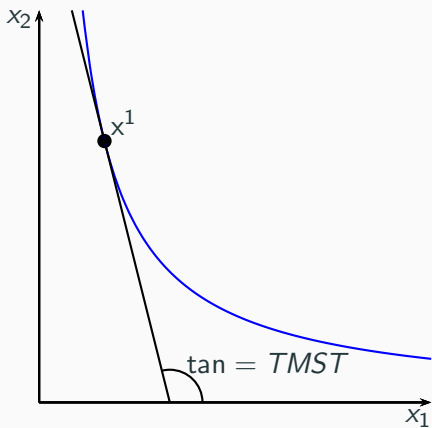
## TMST – Interpretação gráfica



## TMST – Interpretação gráfica



## TMST – Interpretação gráfica



## 4 exemplos:

1.  $f(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$  (função de produção Cobb-Douglas).

## 4 exemplos:

1.  $f(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$  (função de produção Cobb-Douglas).

$$TMST = -\frac{\alpha x_2}{\beta x_1}$$

2.  $f(x_1, x_2) = g(\min\{x_1, ax_2\})$  (complementos perfeitos na produção)



## 4 exemplos:

1.  $f(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$  (função de produção Cobb-Douglas).

$$TMST = -\frac{\alpha x_2}{\beta x_1}$$

2.  $f(x_1, x_2) = g(\min\{x_1, ax_2\})$  (complementos perfeitos na produção)

$$TMST = \begin{cases} 0 & \text{caso } x_1 > ax_2 \end{cases}$$

## 4 exemplos:

1.  $f(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$  (função de produção Cobb-Douglas).

$$TMST = -\frac{\alpha x_2}{\beta x_1}$$

2.  $f(x_1, x_2) = g(\min\{x_1, ax_2\})$  (complementos perfeitos na produção)

$$TMST = \begin{cases} 0 & \text{caso } x_1 > ax_2 \\ \text{indefinida} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

## 4 exemplos:

1.  $f(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$  (função de produção Cobb-Douglas).

$$TMST = -\frac{\alpha x_2}{\beta x_1}$$

2.  $f(x_1, x_2) = g(\min\{x_1, ax_2\})$  (complementos perfeitos na produção)

$$TMST = \begin{cases} 0 & \text{caso } x_1 > ax_2 \\ \text{indefinida} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

## 4 exemplos (continuação):

3.  $f(x_1, x_2) = g(ax_1 + x_2)$  (substitutos perfeitos na produção)

## 4 exemplos (continuação):

3.  $f(x_1, x_2) = g(ax_1 + x_2)$  (substitutos perfeitos na produção)

$$TMST = -a$$

## 4 exemplos (continuação):

3.  $f(x_1, x_2) = g(ax_1 + x_2)$  (substitutos perfeitos na produção)

$$TMST = -a$$

4.  $f(x_1, x_2) = A [ax_1^\rho + (1-a)x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}}$ ,  $0 < a < 1$  e  $A > 0$ , (função de produção CES)

## 4 exemplos (continuação):

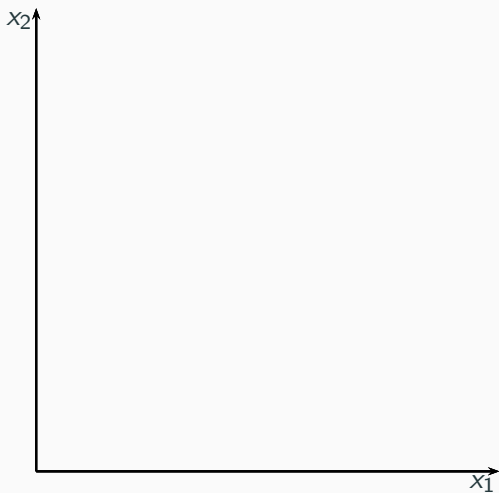
3.  $f(x_1, x_2) = g(ax_1 + x_2)$  (substitutos perfeitos na produção)

$$TMST = -a$$

4.  $f(x_1, x_2) = A[ax_1^\rho + (1-a)x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}}$ ,  $0 < a < 1$  e  $A > 0$ , (função de produção CES)

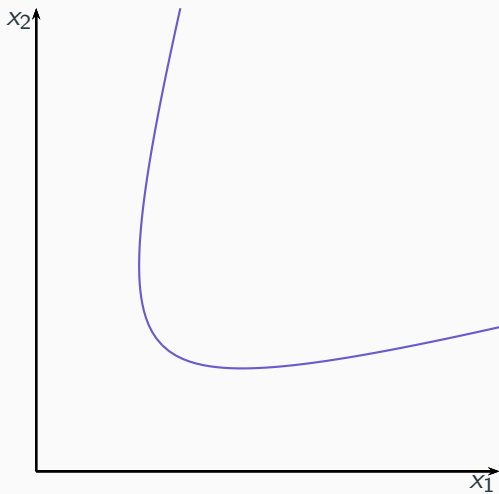
$$TMST = -\frac{a}{1-a} \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1-\rho}$$

# Região econômica de produção

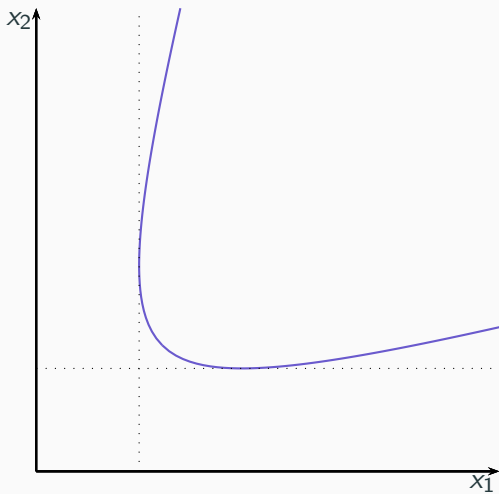




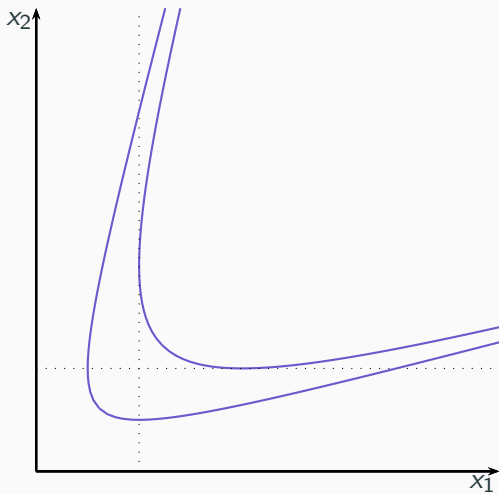
## Região econômica de produção



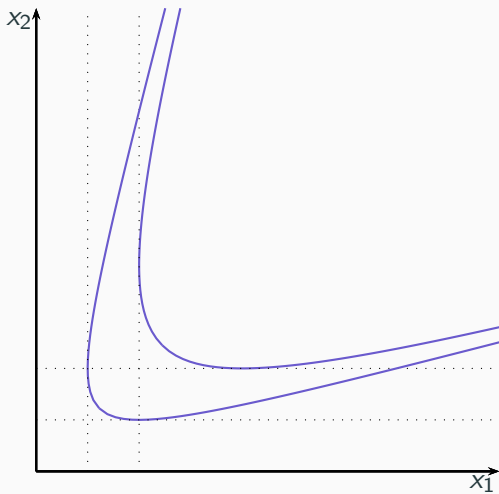
## Região econômica de produção



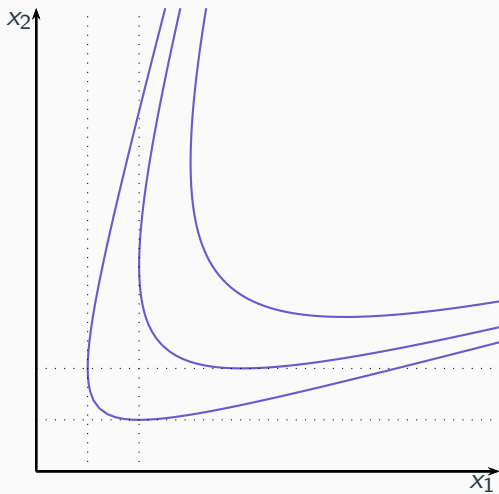
## Região econômica de produção



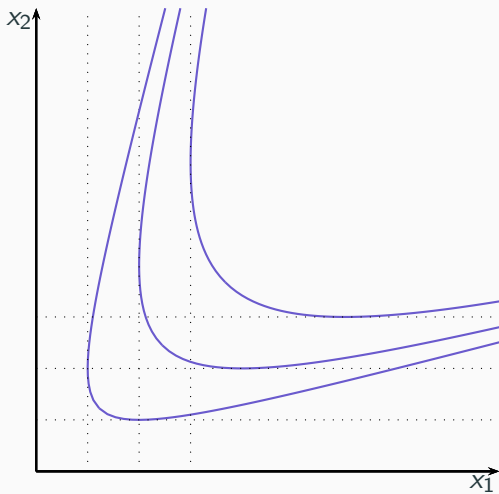
## Região econômica de produção



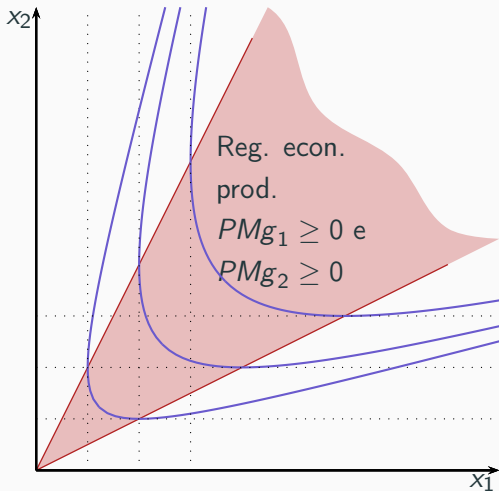
## Região econômica de produção



# Região econômica de produção



## Região econômica de produção



# Rendimentos constantes de escala

## Definição

Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  apresenta rendimentos constantes de escala caso para quaisquer  $t, x_1^*, x_2^* > 0$

$$f(tx_1^*, tx_2^*) = tf(x_1^*, x_2^*)$$



# Rendimentos constantes de escala

## Definição

Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  apresenta rendimentos constantes de escala caso para quaisquer  $t, x_1^*, x_2^* > 0$

$$f(tx_1^*, tx_2^*) = tf(x_1^*, x_2^*)$$

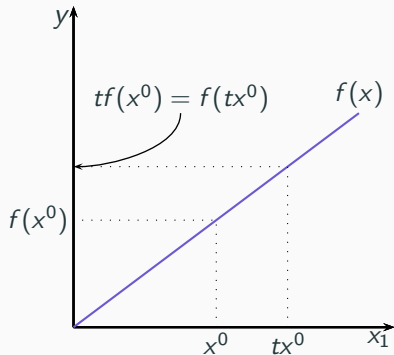
## Definição alternativa, mas equivalente.

Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  apresenta rendimentos constantes de escala caso para quaisquer  $t, x_1^*, x_2^* > 0$ , com  $t \neq 1$

$$\frac{f(tx_1^*, tx_2^*) - f(x_1^*, x_2^*)}{f(x_1^*, x_2^*)(t - 1)} = 1$$

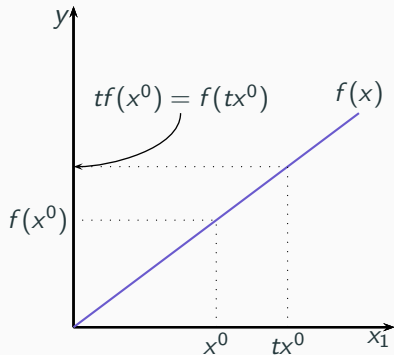
# Rendimentos constantes de escala: 1 fator de produção

## 1 fator de produção

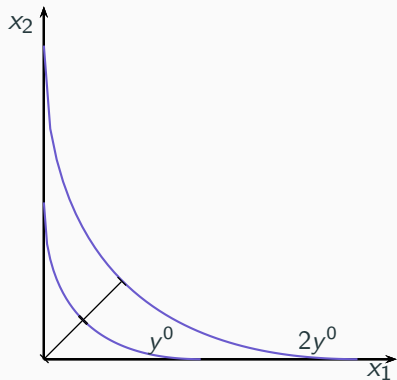


# Rendimentos constantes de escala: 1 fator de produção

## 1 fator de produção



## 2 fatores de produção



# Rendimentos crescentes de escala

## Definição

Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  apresenta rendimentos crescentes de escala caso para quaisquer  $x_1^*, x_2^* > 0$ ,  $t > 1$  e  $0 < u < 1$

$$f(tx_1^*, tx_2^*) > tf(x_1^*, x_2^*) \quad \text{e} \quad f(ux_1^*, ux_2^*) < uf(x_1^*, x_2^*)$$

# Rendimentos crescentes de escala

## Definição

Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  apresenta rendimentos crescentes de escala caso para quaisquer  $x_1^*, x_2^* > 0$ ,  $t > 1$  e  $0 < u < 1$

$$f(tx_1^*, tx_2^*) > tf(x_1^*, x_2^*) \quad \text{e} \quad f(ux_1^*, ux_2^*) < uf(x_1^*, x_2^*)$$

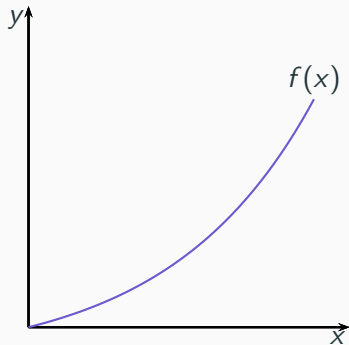
## Definição alternativa, mas equivalente.

Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  apresenta rendimentos crescentes de escala caso para quaisquer  $t, x_1^*, x_2^* > 0$ , com  $t \neq 1$

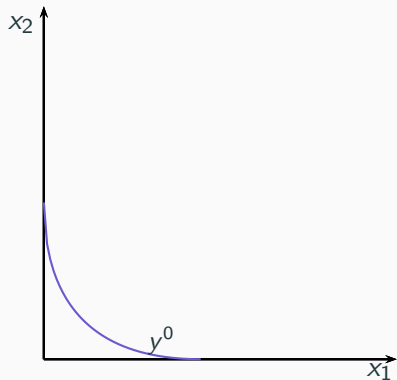
$$\frac{f(tx_1^*, tx_2^*) - f(x_1^*, x_2^*)}{f(x_1^*, x_2^*)(t - 1)} > 1$$

# Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

1 fator de produção

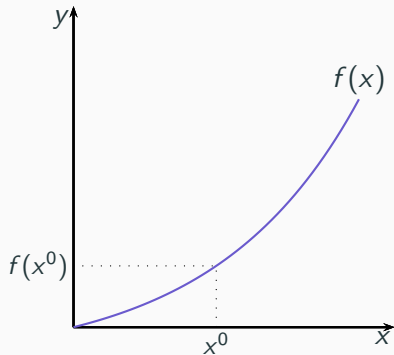


2 fatores de produção

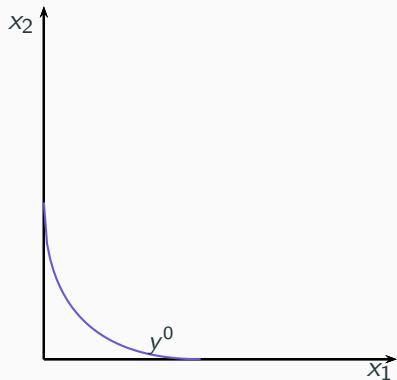


# Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

1 fator de produção

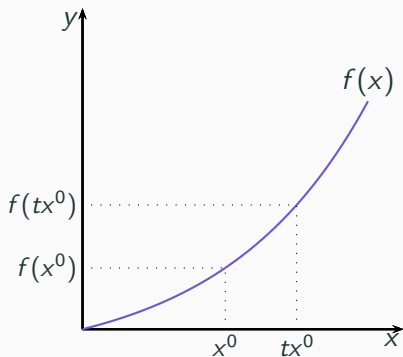


2 fatores de produção

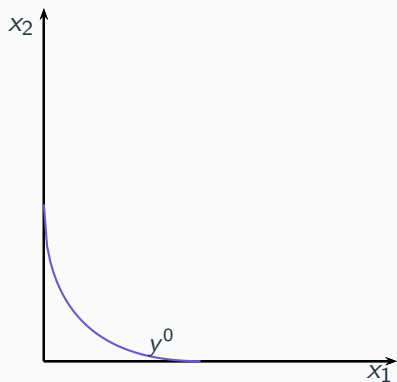


# Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

## 1 fator de produção



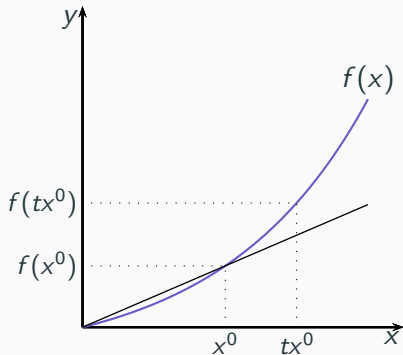
## 2 fatores de produção



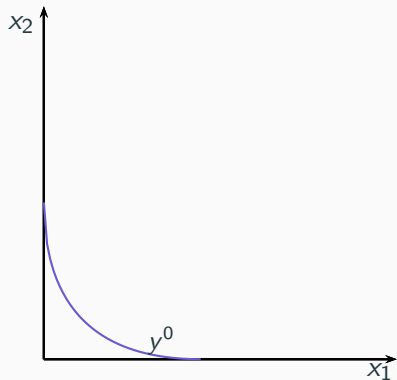


# Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

## 1 fator de produção

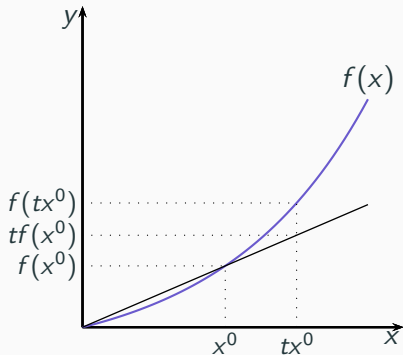


## 2 fatores de produção



# Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

## 1 fator de produção

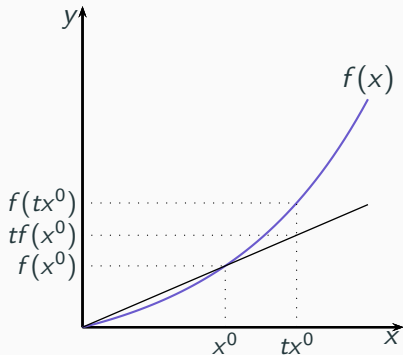


## 2 fatores de produção

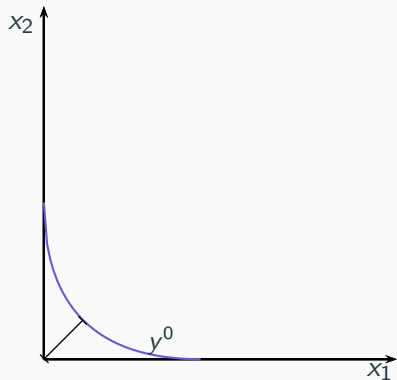


# Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

## 1 fator de produção

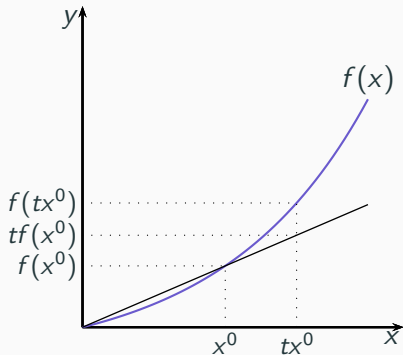


## 2 fatores de produção

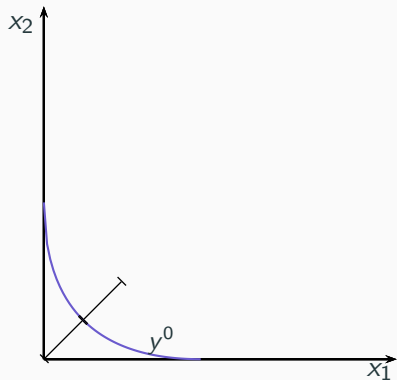


# Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

## 1 fator de produção

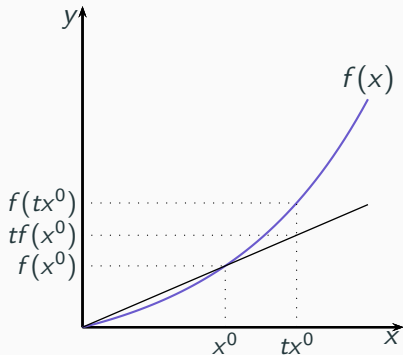


## 2 fatores de produção

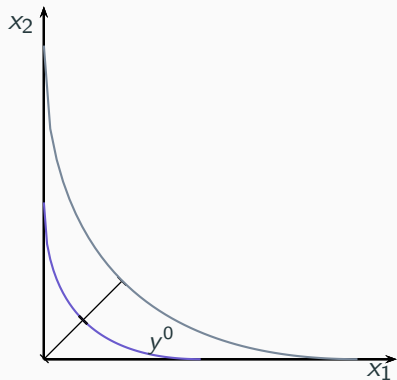


# Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

## 1 fator de produção

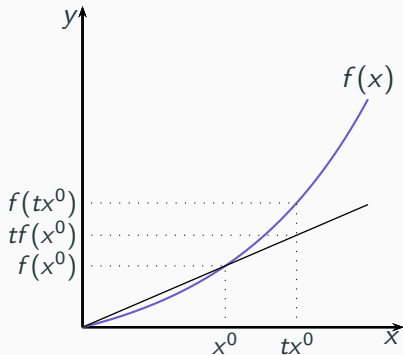


## 2 fatores de produção

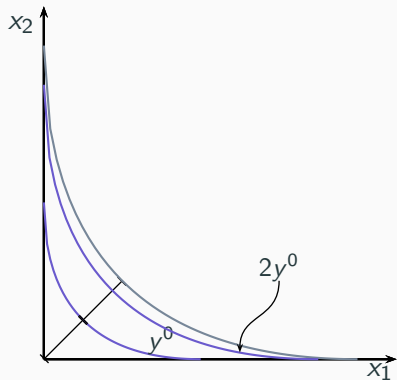


# Rendimentos crescentes de escala: ilustração gráfica

## 1 fator de produção



## 2 fatores de produção



# Rendimentos decrescentes de escala

## Definição

Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  apresenta rendimentos decrescentes de escala caso para quaisquer  $x_1^*, x_2^* > 0$ ,  $t > 1$  e  $0 < u < 1$

$$f(tx_1^*, tx_2^*) < tf(x_1^*, x_2^*) \quad \text{e} \quad f(ux_1^*, ux_2^*) > uf(x_1^*, x_2^*)$$

# Rendimentos decrescentes de escala

## Definição

Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  apresenta rendimentos decrescentes de escala caso para quaisquer  $x_1^*, x_2^* > 0$ ,  $t > 1$  e  $0 < u < 1$

$$f(tx_1^*, tx_2^*) < tf(x_1^*, x_2^*) \quad \text{e} \quad f(ux_1^*, ux_2^*) > uf(x_1^*, x_2^*)$$

## Definição alternativa, mas equivalente.

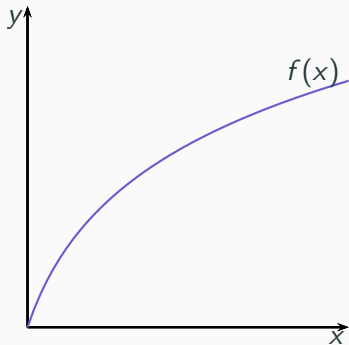
Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  apresenta rendimentos decrescentes de escala caso para quaisquer  $t, x_1^*, x_2^* > 0$ , com  $t \neq 1$

$$\frac{f(tx_1^*, tx_2^*) - f(x_1^*, x_2^*)}{f(x_1^*, x_2^*)(t - 1)} < 1$$

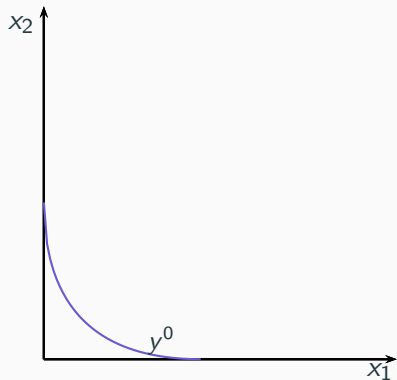


# Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

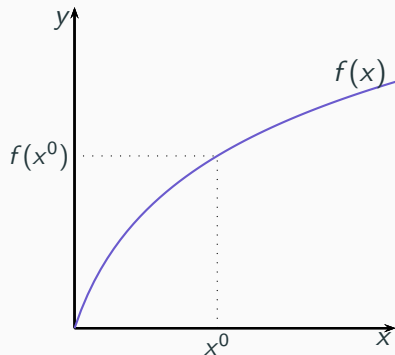


2 fatores de produção

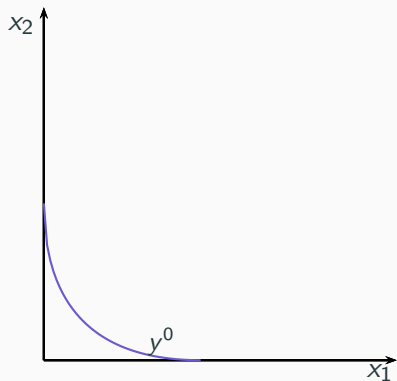


# Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

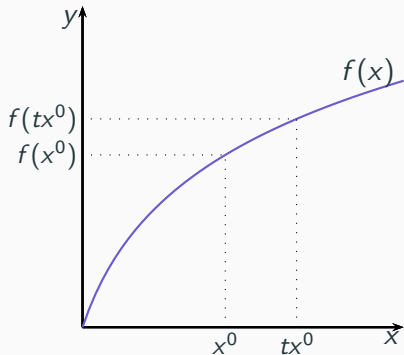


2 fatores de produção

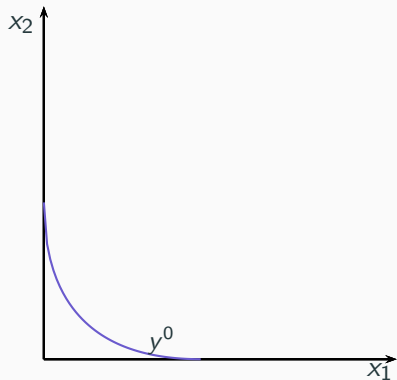


# Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

1 fator de produção

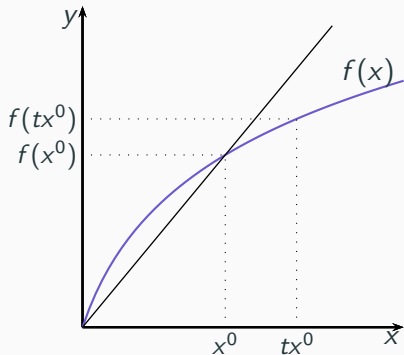


2 fatores de produção

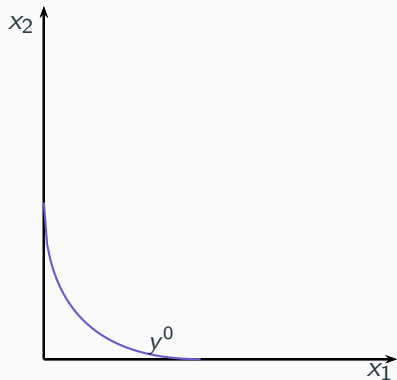


# Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

## 1 fator de produção

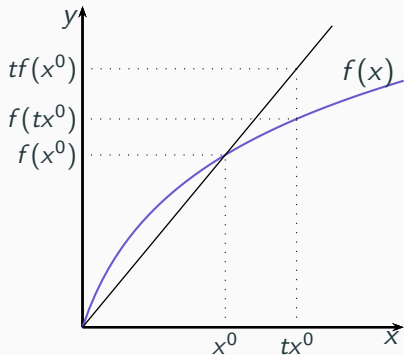


## 2 fatores de produção



# Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

## 1 fator de produção

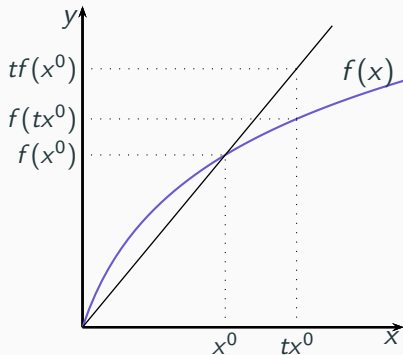


## 2 fatores de produção

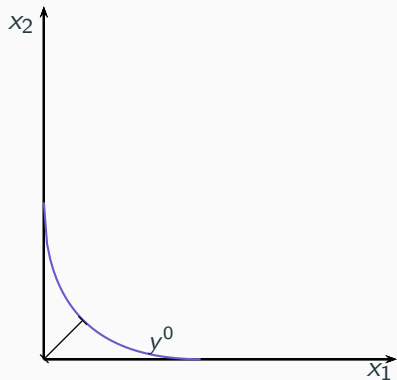


# Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

## 1 fator de produção

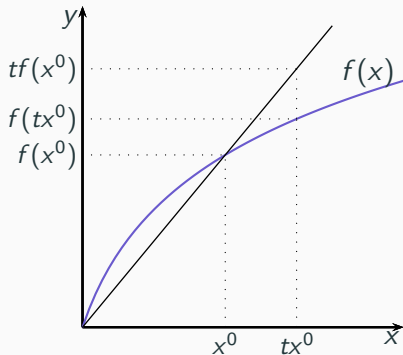


## 2 fatores de produção

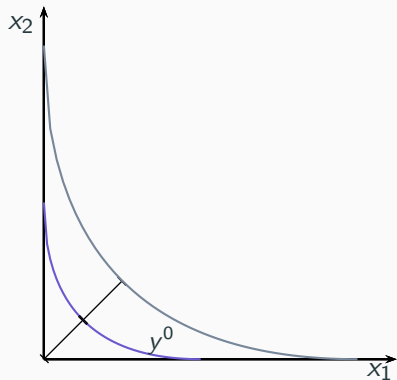


# Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

## 1 fator de produção

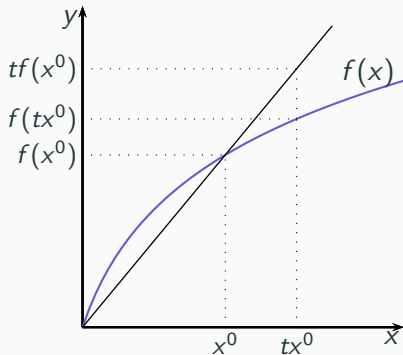


## 2 fatores de produção

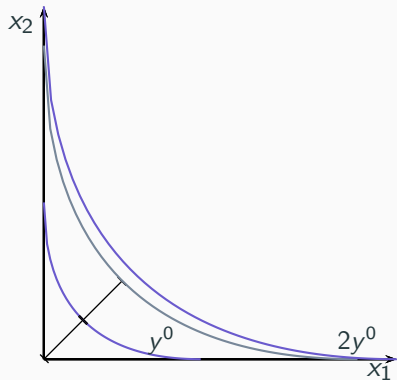


# Rendimentos decrescentes de escala: 1 fator de produção

## 1 fator de produção



## 2 fatores de produção





## Definição

Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  é homogênea de grau  $k$  caso, para qualquer  $t > 0$  e quaisquer  $x_1, x_2$  tenhamos

$$f(tx_1, tx_2) = t^k f(x_1, x_2).$$

## Definição

Uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  é homogênea de grau  $k$  caso, para qualquer  $t > 0$  e quaisquer  $x_1, x_2$  tenhamos

$$f(tx_1, tx_2) = t^k f(x_1, x_2).$$

## Homogeneidade e rendimentos de escala

Se uma função de produção é homogênea de grau  $k$ , então ela exibirá retornos crescentes de escala caso  $k > 1$ , retornos constantes de escala caso  $k = 1$  e retornos decrescentes de escala caso  $k < 1$ .

## Exemplo: Função de prod. Cobb-Douglas

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

## Exemplo: Função de prod. Cobb-Douglas

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

$$f(t x_1, t x_2) = (t x_1)^a (t x_2)^b$$

## Exemplo: Função de prod. Cobb-Douglas

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

$$f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^a (tx_2)^b = t^{a+b} x_1^a x_2^b$$

## Exemplo: Função de prod. Cobb-Douglas

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

$$f(tx_1, tx_2) = (tx_1)^a (tx_2)^b = t^{a+b} x_1^a x_2^b = t^{a+b} f(x_1, x_2)$$

## Exemplo: Função de prod. Cobb-Douglas

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

$$f(t x_1, t x_2) = (t x_1)^a (t x_2)^b = t^{a+b} x_1^a x_2^b = t^{a+b} f(x_1, x_2)$$

A função de produção Cobb-Douglas é homogênea de grau  $a + b$  e exibirá rendimentos crescentes, constantes ou decrescentes de escala caso, respectivamente,  $a + b > 1$ ,  $a + b = 1$  ou  $a + b < 1$ .

$$f(x_1, x_2) = A[ax_1^\rho + (1 - a)x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}}$$



$$f(x_1, x_2) = A [ax_1^\rho + (1 - a)x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}}$$

$$f(t x_1, t x_2) = A [a(t x_1)^\rho + (1 - a)(t x_2)^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}}$$

$$f(x_1, x_2) = A [a x_1^\rho + (1 - a) x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}}$$

$$\begin{aligned} f(t x_1, t x_2) &= A [a (t x_1)^\rho + (1 - a) (t x_2)^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}} \\ &= A [a t^\rho x_1^\rho + (1 - a) t^\rho x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}} \end{aligned}$$

$$f(x_1, x_2) = A [ax_1^\rho + (1 - a)x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}}$$

$$\begin{aligned} f(tx_1, tx_2) &= A [a(tx_1)^\rho + (1 - a)(tx_2)^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}} \\ &= A [at^\rho x_1^\rho + (1 - a)t^\rho x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}} \\ &= A \{t^\rho [ax_1^\rho + (1 - a)x_2^\rho]\}^{\frac{\gamma}{\rho}} \end{aligned}$$

$$f(x_1, x_2) = A [ax_1^\rho + (1 - a)x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}}$$

$$\begin{aligned} f(tx_1, tx_2) &= A [a(tx_1)^\rho + (1 - a)(tx_2)^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}} \\ &= A [at^\rho x_1^\rho + (1 - a)t^\rho x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}} \\ &= A \{t^\rho [ax_1^\rho + (1 - a)x_2^\rho]\}^{\frac{\gamma}{\rho}} \\ &= t t^\gamma A [ax_1^\rho + (1 - a)x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}} \end{aligned}$$

$$f(x_1, x_2) = A [ax_1^\rho + (1 - a)x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}}$$

$$\begin{aligned} f(tx_1, tx_2) &= A [a(tx_1)^\rho + (1 - a)(tx_2)^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}} \\ &= A [at^\rho x_1^\rho + (1 - a)t^\rho x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}} \\ &= A \{t^\rho [ax_1^\rho + (1 - a)x_2^\rho]\}^{\frac{\gamma}{\rho}} \\ &= t t^\gamma A [ax_1^\rho + (1 - a)x_2^\rho]^{\frac{\gamma}{\rho}} \\ &= t^\gamma f(x_1, x_2) \end{aligned}$$

A função de produção CES é homogênea de grau  $\gamma$ .

## O Teorema de Euler

Se uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  é homogênea de grau  $k$  então

$$x_1 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = kf(x_1, x_2),$$

## O Teorema de Euler

Se uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  é homogênea de grau  $k$  então

$$x_1 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = kf(x_1, x_2),$$

ou, em termos de produtos marginais,

$$x_1 PMg_1 + x_2 PMg_2 = kf(x_1, x_2).$$

## O Teorema de Euler

Se uma função de produção  $f(x_1, x_2)$  é homogênea de grau  $k$  então

$$x_1 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = kf(x_1, x_2),$$

ou, em termos de produtos marginais,

$$x_1 PMg_1 + x_2 PMg_2 = kf(x_1, x_2).$$

Ou, em termos de produtos médios e marginais,

$$\frac{PMg_1}{PM_1} + \frac{PMg_2}{PM_2} = k$$



## O Teorema de Euler em elasticidades

Note que

$$\frac{PMg_i}{PM_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} f(x_1, x_2) \times \frac{x_i}{f(x_1, x_2)} = \phi_i$$

em que  $\phi_i$  é a elasticidade do produto em relação ao emprego do insumo  $i$ .

Assim, podemos reenunciar o teorema de Euler como: se uma função  $f(x_1, x_2)$  é homogênea de grau  $k$ , então,

$$\phi_1 + \phi_2 = k.$$

## Uma medida local para rendimentos de escala

A função de produção  $f(x_1, x_2)$  apresenta rendimentos crescentes, constantes ou decrescentes de escala em um determinado ponto caso

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{tf(x_1, x_2) - f(x_1, x_2)} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{(t-1)f(x_1, x_2)}$$

seja, respectivamente maior, igual ou menor do que zero.

## Uma medida local para rendimentos de escala (continuação)

Aplicando o teorema de l'Hopital,

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{(t - 1)f(x_1, x_2)}$$

## Uma medida local para rendimentos de escala (continuação)

Aplicando o teorema de l'Hopital,

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{(t-1)f(x_1, x_2)} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\frac{d}{dt} [f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)]}{\frac{d}{dt} [(t-1)f(x_1, x_2)]}$$

## Uma medida local para rendimentos de escala (continuação)

Aplicando o teorema de l'Hopital,

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{(t-1)f(x_1, x_2)} &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\frac{d}{dt} [f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)]}{\frac{d}{dt} [(t-1)f(x_1, x_2)]} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{tx_1 \frac{\partial f(tx_1, tx_2)}{\partial x_1} + tx_2 \frac{\partial f(tx_1, tx_2)}{\partial x_2}}{f(x_1, x_2)}\end{aligned}$$

## Uma medida local para rendimentos de escala (continuação)

Aplicando o teorema de l'Hopital,

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{(t-1)f(x_1, x_2)} &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\frac{d}{dt} [f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)]}{\frac{d}{dt} [(t-1)f(x_1, x_2)]} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{tx_1 \frac{\partial f(tx_1, tx_2)}{\partial x_1} + tx_2 \frac{\partial f(tx_1, tx_2)}{\partial x_2}}{f(x_1, x_2)} = \frac{x_1 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}}{f(x_1, x_2)}\end{aligned}$$

## Uma medida local para rendimentos de escala (continuação)

Aplicando o teorema de l'Hopital,

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{(t-1)f(x_1, x_2)} &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\frac{d}{dt} [f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)]}{\frac{d}{dt} [(t-1)f(x_1, x_2)]} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{tx_1 \frac{\partial f(tx_1, tx_2)}{\partial x_1} + tx_2 \frac{\partial f(tx_1, tx_2)}{\partial x_2}}{f(x_1, x_2)} = \frac{x_1 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}}{f(x_1, x_2)} \\ &= \frac{PMg_1}{PM_1} + \frac{PMg_2}{PM_2}\end{aligned}$$

## Uma medida local para rendimentos de escala (continuação)

Aplicando o teorema de l'Hopital,

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)}{(t-1)f(x_1, x_2)} &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\frac{d}{dt} [f(tx_1, tx_2) - f(x_1, x_2)]}{\frac{d}{dt} [(t-1)f(x_1, x_2)]} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{tx_1 \frac{\partial f(tx_1, tx_2)}{\partial x_1} + tx_2 \frac{\partial f(tx_1, tx_2)}{\partial x_2}}{f(x_1, x_2)} = \frac{x_1 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}}{f(x_1, x_2)} \\ &= \frac{PMg_1}{PM_1} + \frac{PMg_2}{PM_2} = \phi_1 + \phi_2\end{aligned}$$



# Exercícios

---

O conjunto e a função de produção

Medidas de produtividade

Produção com 1 insumo variável

Produção com vários insumos variáveis

Curvas de isoquanta

Taxa Marginal de Substituição Técnica

Rendimentos de Escala

Exercícios

## Questão 04 — ANPEC 2018

Com relação à teoria da produção, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

0. Funções de produção de coeficientes fixos não apresentam retornos crescentes de escala;

## Questão 04 — ANPEC 2018

Com relação à teoria da produção, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

0. Funções de produção de coeficientes fixos não apresentam retornos crescentes de escala; V(difere do gabarito)

## Questão 04 — ANPEC 2018

Com relação à teoria da produção, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

0. Funções de produção de coeficientes fixos não apresentam retornos crescentes de escala; V(difere do gabarito)
1.  $Q = 2L^{0,5}$  descreve uma função Cobb-Douglas de curto prazo;

## Questão 04 — ANPEC 2018

Com relação à teoria da produção, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

0. Funções de produção de coeficientes fixos não apresentam retornos crescentes de escala; V(difere do gabarito)
1.  $Q = 2L^{0,5}$  descreve uma função Cobb-Douglas de curto prazo; V

## Questão 04 — ANPEC 2018

Com relação à teoria da produção, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

0. Funções de produção de coeficientes fixos não apresentam retornos crescentes de escala; V(difere do gabarito)
1.  $Q = 2L^{0,5}$  descreve uma função Cobb-Douglas de curto prazo; V
2. A firma maximizadora de lucros sempre pode evitar retornos de escala decrescentes se aumentar a quantidade de todos os insumos aplicados na produção;

## Questão 04 — ANPEC 2018

Com relação à teoria da produção, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

0. Funções de produção de coeficientes fixos não apresentam retornos crescentes de escala; V(difere do gabarito)
1.  $Q = 2L^{0,5}$  descreve uma função Cobb-Douglas de curto prazo; V
2. A firma maximizadora de lucros sempre pode evitar retornos de escala decrescentes se aumentar a quantidade de todos os insumos aplicados na produção; F



Com relação à teoria da produção, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

2. Se traçarmos uma linha reta partindo da origem no mapa de isoquantas, os pontos em que as isoquantas cortam a reta vão se situar cada vez mais próximos caso haja retornos decrescentes de escala;

## Questão 04 — ANPEC 2018

Com relação à teoria da produção, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

2. Se traçarmos uma linha reta partindo da origem no mapa de isoquantas, os pontos em que as isoquantas cortam a reta vão se situar cada vez mais próximos caso haja retornos decrescentes de escala;

F

## Questão 04 — ANPEC 2018

Com relação à teoria da produção, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

2. Se traçarmos uma linha reta partindo da origem no mapa de isoquantas, os pontos em que as isoquantas cortam a reta vão se situar cada vez mais próximos caso haja retornos decrescentes de escala; F
3. Uma função de produção descreve a fronteira do conjunto de produção.

## Questão 04 — ANPEC 2018

Com relação à teoria da produção, indique quais das afirmações abaixo são verdadeiras e quais são falsas:

2. Se traçarmos uma linha reta partindo da origem no mapa de isoquantas, os pontos em que as isoquantas cortam a reta vão se situar cada vez mais próximos caso haja retornos decrescentes de escala; F
3. Uma função de produção descreve a fronteira do conjunto de produção. V

## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo;

## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo;

V

## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo; V
1. O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio;

## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo; V
1. O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio; F



## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo; V
1. O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio; F
2. O produto marginal deve ser igual ao produto médio quando este último é máximo;

## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo; V
1. O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio; F
2. O produto marginal deve ser igual ao produto médio quando este último é máximo; V

## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo; V
1. O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio; F
2. O produto marginal deve ser igual ao produto médio quando este último é máximo; V
3. A lei dos rendimentos marginais decrescentes resulta da queda na qualidade de unidades adicionais do insumo variável;

## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo; V
1. O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio; F
2. O produto marginal deve ser igual ao produto médio quando este último é máximo; V
3. A lei dos rendimentos marginais decrescentes resulta da queda na qualidade de unidades adicionais do insumo variável; F

## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo; V
1. O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio; F
2. O produto marginal deve ser igual ao produto médio quando este último é máximo; V
3. A lei dos rendimentos marginais decrescentes resulta da queda na qualidade de unidades adicionais do insumo variável; F
4. Avanços tecnológicos anulam a operação da lei dos rendimentos marginais decrescentes

## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo; V
1. O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio; F
2. O produto marginal deve ser igual ao produto médio quando este último é máximo; V
3. A lei dos rendimentos marginais decrescentes resulta da queda na qualidade de unidades adicionais do insumo variável; F
4. Avanços tecnológicos anulam a operação da lei dos rendimentos marginais decrescentes F

## Questão 6 — ANPEC 2017

Com relação à Teoria da Produção no curto prazo, indique quais entre as afirmações abaixo são verdadeiras

0. O produto marginal é zero quando o volume produzido é máximo; V
1. O produto médio é decrescente quando o produto marginal é maior do que o produto médio; F
2. O produto marginal deve ser igual ao produto médio quando este último é máximo; V
3. A lei dos rendimentos marginais decrescentes resulta da queda na qualidade de unidades adicionais do insumo variável; F
4. Avanços tecnológicos anulam a operação da lei dos rendimentos marginais decrescentes F.

## Questão 7 — ANPEC 2015

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

0. A produtividade da mão de obra pode aumentar se houver progresso técnico, mesmo que o processo produtivo apresente rendimentos marginais decrescentes.



## Questão 7 — ANPEC 2015

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

0. A produtividade da mão de obra pode aumentar se houver progresso técnico, mesmo que o processo produtivo apresente rendimentos marginais decrescentes. V

## Questão 7 — ANPEC 2015

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

0. A produtividade da mão de obra pode aumentar se houver progresso técnico, mesmo que o processo produtivo apresente rendimentos marginais decrescentes. V
1. Quando o processo produtivo apresenta retornos constantes de escala, se a produção aumentar proporcionalmente, o espaço entre as isoquantas aumenta progressivamente.

## Questão 7 — ANPEC 2015

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

0. A produtividade da mão de obra pode aumentar se houver progresso técnico, mesmo que o processo produtivo apresente rendimentos marginais decrescentes. V
1. Quando o processo produtivo apresenta retornos constantes de escala, se a produção aumentar proporcionalmente, o espaço entre as isoquantas aumenta progressivamente. F

## Questão 7 — ANPEC 2015

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

2. Uma isoquanta nunca pode apresentar uma inclinação ascendente, se todos os insumos apresentam produtividades marginais positivas.

## Questão 7 — ANPEC 2015

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

2. Uma isoquanta nunca pode apresentar uma inclinação ascendente, se todos os insumos apresentam produtividades marginais positivas.

V

## Questão 7 — ANPEC 2015

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

2. Uma isoquanta nunca pode apresentar uma inclinação ascendente, se todos os insumos apresentam produtividades marginais positivas. V
3. As isoquantas são convexas se a taxa marginal de substituição técnica for decrescente.

## Questão 7 — ANPEC 2015

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

2. Uma isoquanta nunca pode apresentar uma inclinação ascendente, se todos os insumos apresentam produtividades marginais positivas. V
3. As isoquantas são convexas se a taxa marginal de substituição técnica for decrescente. V

Suponha que a tecnologia de produção do bem  $Y$  é dada por

$$f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo  $K$  é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

0. O ponto de produção máxima ocorre quando o nível de utilização do fator  $L$  é igual a 40 unidades;



Suponha que a tecnologia de produção do bem  $Y$  é dada por

$$f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo  $K$  é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

0. O ponto de produção máxima ocorre quando o nível de utilização do fator  $L$  é igual a 40 unidades;

V

Suponha que a tecnologia de produção do bem  $Y$  é dada por

$$f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo  $K$  é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

0. O ponto de produção máxima ocorre quando o nível de utilização do fator  $L$  é igual a 40 unidades;
1. A produtividade marginal do  $L$  é decrescente;

V

Suponha que a tecnologia de produção do bem  $Y$  é dada por

$$f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo  $K$  é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

0. O ponto de produção máxima ocorre quando o nível de utilização do fator  $L$  é igual a 40 unidades;
1. A produtividade marginal do  $L$  é decrescente;

V

F

Suponha que a tecnologia de produção do bem  $Y$  é dada por

$$f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo  $K$  é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

0. O ponto de produção máxima ocorre quando o nível de utilização do fator  $L$  é igual a 40 unidades;
1. A produtividade marginal do  $L$  é decrescente;
2. No ponto de produto médio máximo temos o ponto de produção máxima;

V

F

Suponha que a tecnologia de produção do bem  $Y$  é dada por

$$f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo  $K$  é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

0. O ponto de produção máxima ocorre quando o nível de utilização do fator  $L$  é igual a 40 unidades; V
1. A produtividade marginal do  $L$  é decrescente; F
2. No ponto de produto médio máximo temos o ponto de produção máxima; F

Suponha que a tecnologia de produção do bem  $Y$  é dada por

$$f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo  $K$  é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

3. O nível de produção máxima do bem  $Y$  alcançável é  $q_Y^* = 32$ ;

Suponha que a tecnologia de produção do bem  $Y$  é dada por

$$f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo  $K$  é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

3. O nível de produção máxima do bem  $Y$  alcançável é  $q_Y^* = 32$ ; **F**

Suponha que a tecnologia de produção do bem  $Y$  é dada por

$$f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo  $K$  é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

3. O nível de produção máxima do bem  $Y$  alcançável é  $q_Y^* = 32$ ; **F**
4. O produto médio máximo ocorre quando empregamos  $L = 38$  unidades.



Suponha que a tecnologia de produção do bem  $Y$  é dada por

$$f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3,$$

supondo que a quantidade disponível do insumo  $K$  é igual a 10 unidades. Nessas circunstâncias, podemos afirmar:

3. O nível de produção máxima do bem  $Y$  alcançável é  $q_Y^* = 32$ ; **F**
4. O produto médio máximo ocorre quando empregamos  $L = 38$  unidades. **F**