

# Equilíbrio Geral

Roberto Guena de Oliveira

1 de dezembro de 2009

# Parte I

## Modelo de Troca

# Sumário

- 1 Estrutura do modelo
- 2 Eficiência
- 3 Concorrência perfeita
  - Demanda
  - Lei de Walras
  - Equilíbrio
  - Existência do equilíbrio
  - Os dois teoremas do bem estar social
- 4 Monopólio em equilíbrio geral
  - Monopólio ordinário
  - Discriminação perfeita

# Hipóteses e notações

- Há apenas dois consumidores: o consumidor  $A$  e o consumidor  $B$ .

# Hipóteses e notações

- Há apenas dois consumidores: o consumidor  $A$  e o consumidor  $B$ .
- Há apenas dois bens: o bem 1 e o bem 2.

# Hipóteses e notações

- Há apenas dois consumidores: o consumidor  $A$  e o consumidor  $B$ .
- Há apenas dois bens: o bem 1 e o bem 2.
- As quantidades inicialmente existentes dos bens 1 e 2 na economia, também chamadas **dotações iniciais** da economia desses bens, serão consideradas fixas e notadas por  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , respectivamente.

# Hipóteses e notações

- Há apenas dois consumidores: o consumidor  $A$  e o consumidor  $B$ .
- Há apenas dois bens: o bem 1 e o bem 2.
- As quantidades inicialmente existentes dos bens 1 e 2 na economia, também chamadas **dotações iniciais** da economia desses bens, serão consideradas fixas e notadas por  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , respectivamente.
- As dotações iniciais são totalmente distribuídas entre os dois consumidores. Notaremos por  $\omega_i^j$  a parte da dotação inicial do bem  $i$  ( $i = 1, 2$ ) possuída pelo consumidor  $J$  ( $J = A, B$ ). Assim, temos

$$\omega_1 = \omega_1^A + \omega_1^B \quad \text{e} \quad \omega_2 = \omega_2^A + \omega_2^B$$

# Definições

- Uma **alocação econômica** do consumo  $(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B)$  é uma especificação do consumo de cada bem por parte de cada consumidor na qual  $x_i^J$  ( $i = 1, 2$  e  $J = A, B$ ) representa o consumo do bem  $i$  por parte do consumidor  $J$ .

# Definições

- Uma **alocação econômica** do consumo  $(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B)$  é uma especificação do consumo de cada bem por parte de cada consumidor na qual  $x_i^J$  ( $i = 1, 2$  e  $J = A, B$ ) representa o consumo do bem  $i$  por parte do consumidor  $J$ .
- Uma alocação econômica do consumo é dita *factível* no modelo de troca caso tenhamos

$$x_1^A + x_1^B \leq \omega_1 \quad \text{e} \quad x_2^A + x_2^B \leq \omega_2$$

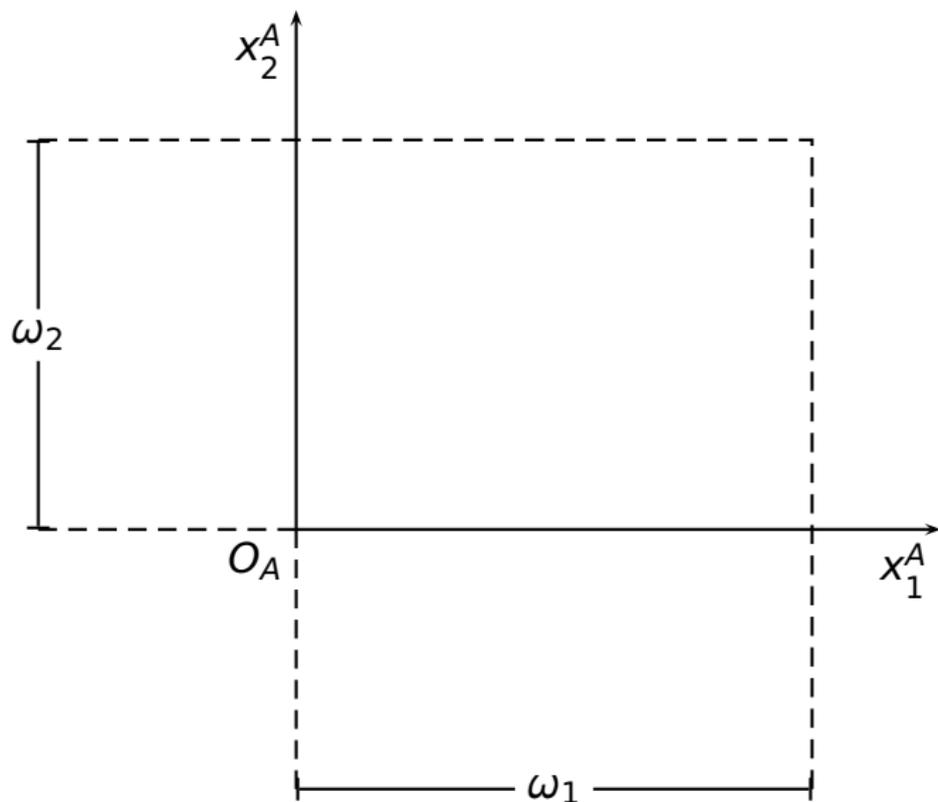
# Definições

- Uma **alocação econômica** do consumo  $(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B)$  é uma especificação do consumo de cada bem por parte de cada consumidor na qual  $x_i^J$  ( $i = 1, 2$  e  $J = A, B$ ) representa o consumo do bem  $i$  por parte do consumidor  $J$ .
- Uma alocação econômica do consumo é dita *factível* no modelo de troca caso tenhamos

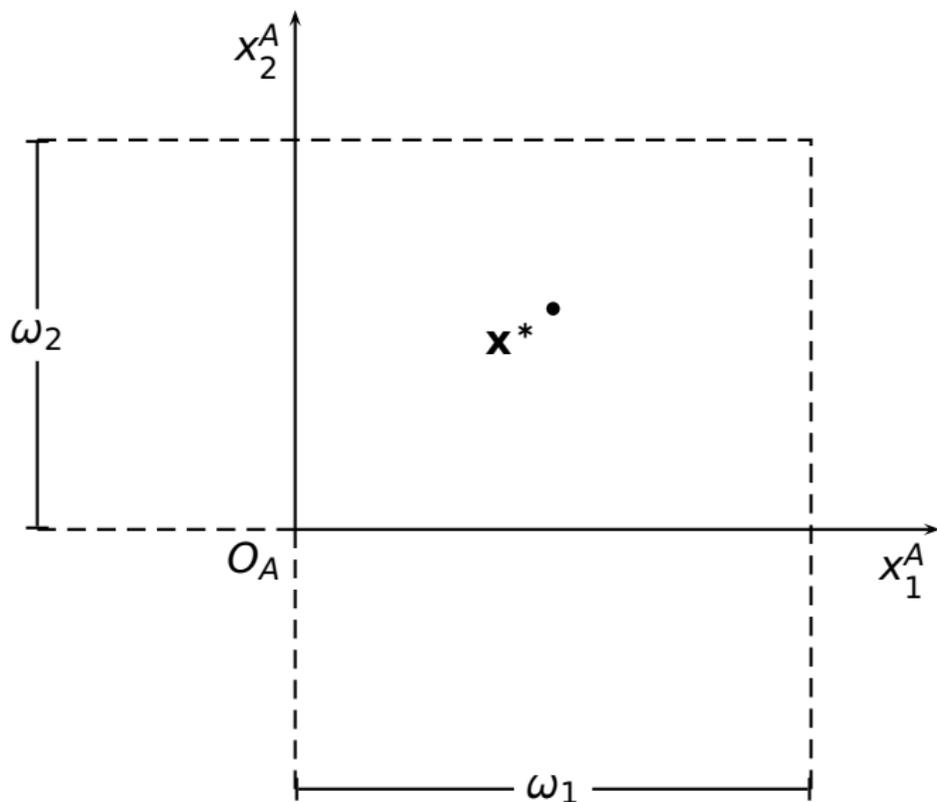
$$x_1^A + x_1^B \leq \omega_1 \quad \text{e} \quad x_2^A + x_2^B \leq \omega_2$$

- Uma alocação factível para a qual as condições acima se verificam com igualdade, é chamada alocação sem desperdício.

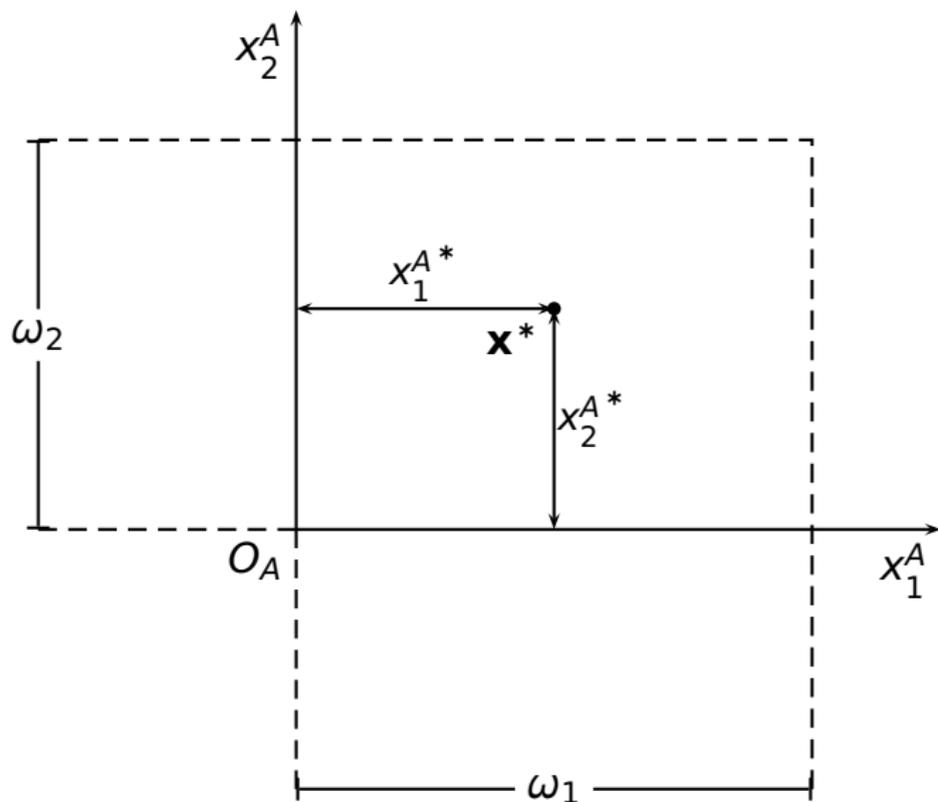
# A caixa de Edgeworth



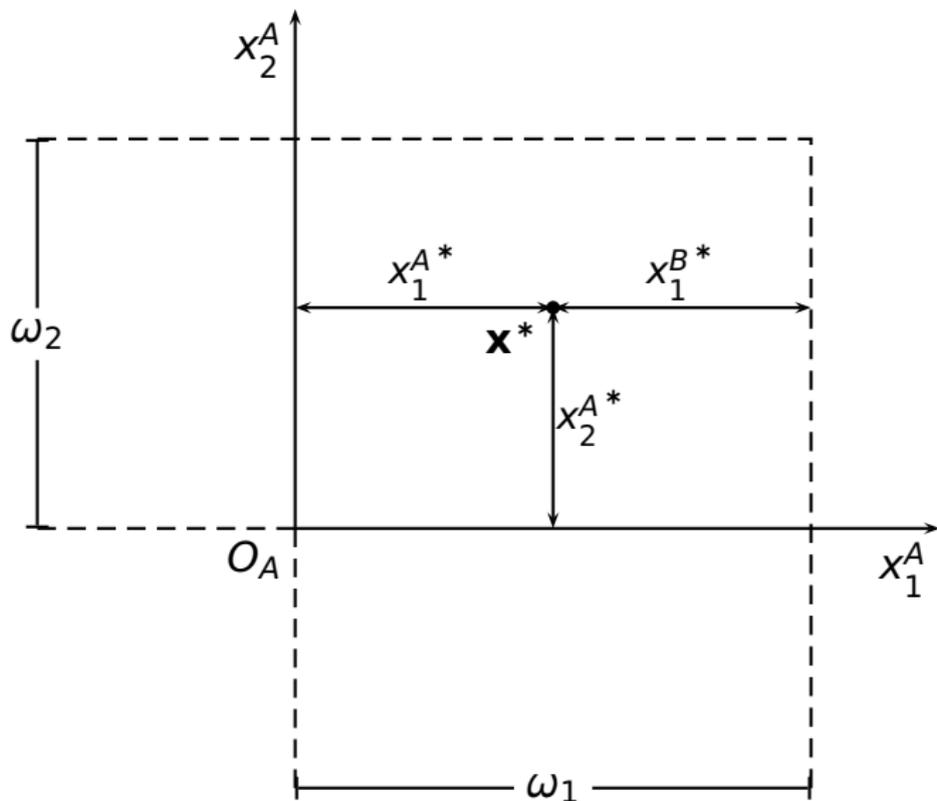
# A caixa de Edgeworth



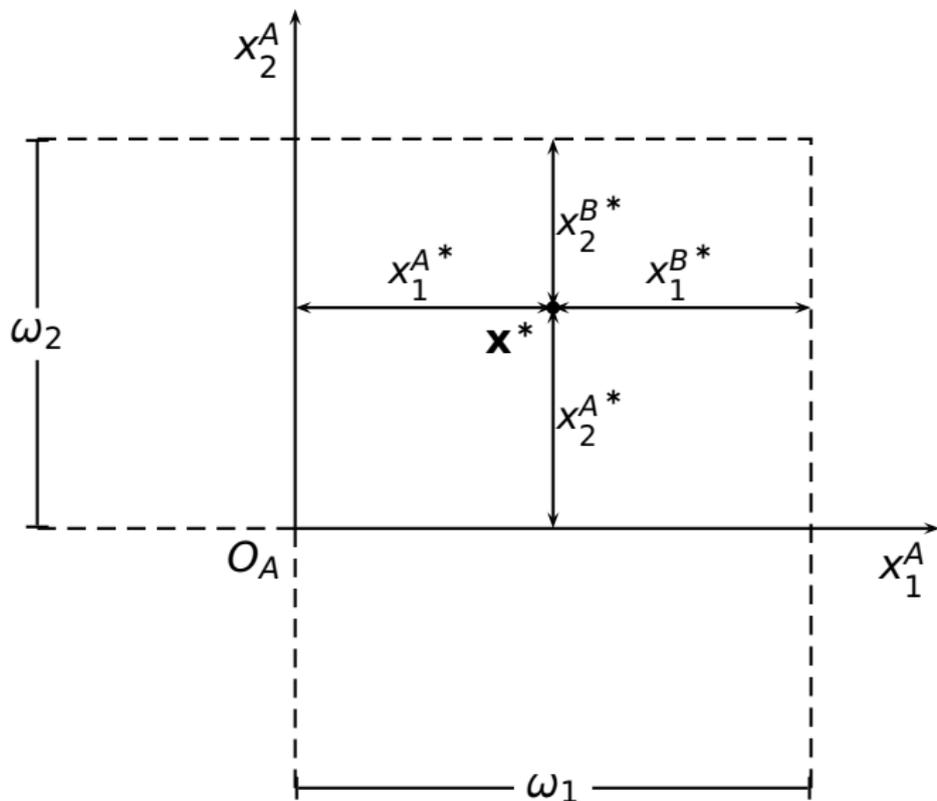
# A caixa de Edgeworth



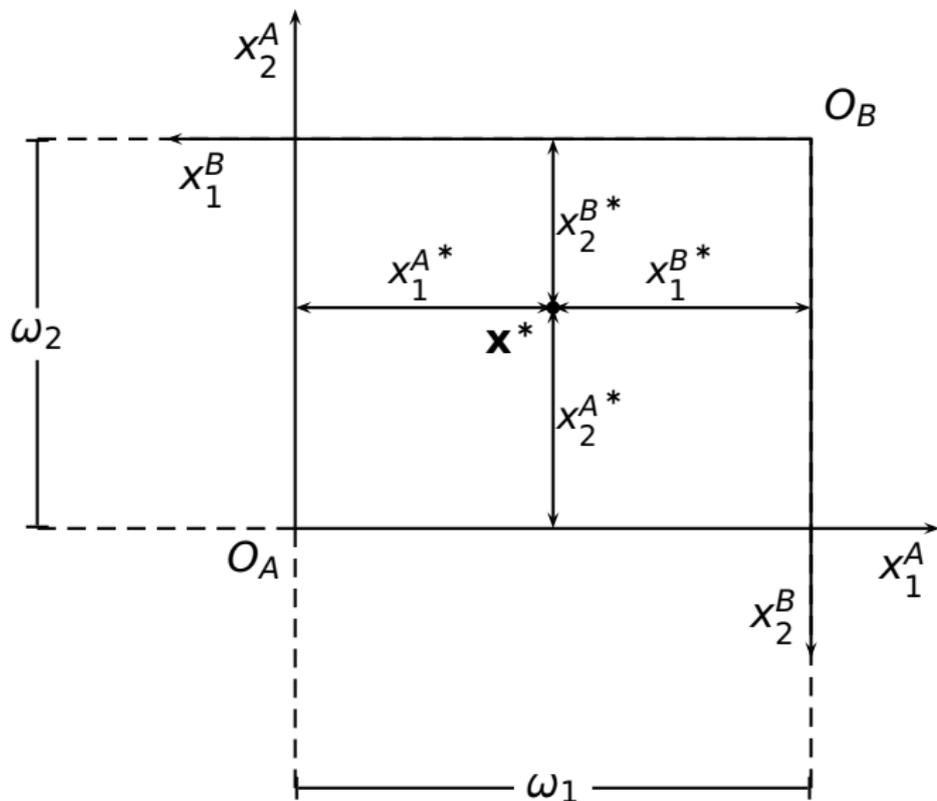
# A caixa de Edgeworth



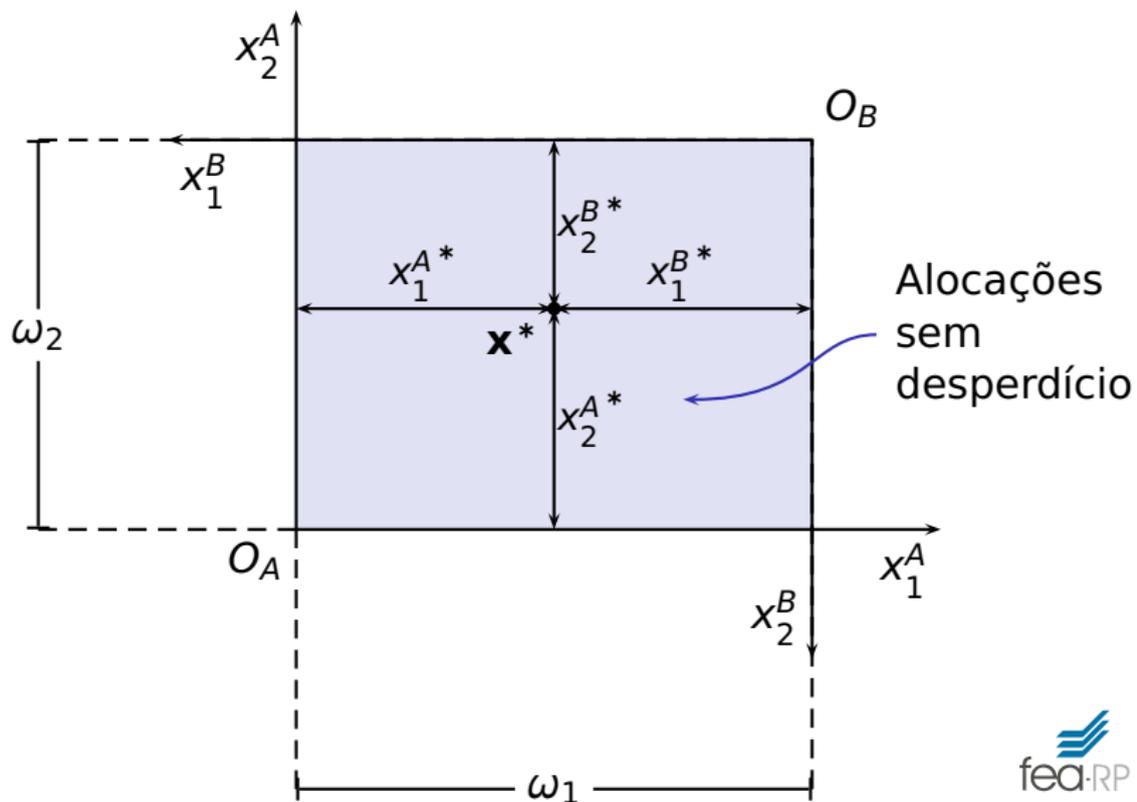
# A caixa de Edgeworth



# A caixa de Edgeworth



# A caixa de Edgeworth



# Sumário

- 1 Estrutura do modelo
- 2 Eficiência**
- 3 Concorrência perfeita
  - Demanda
  - Lei de Walras
  - Equilíbrio
  - Existência do equilíbrio
  - Os dois teoremas do bem estar social
- 4 Monopólio em equilíbrio geral
  - Monopólio ordinário
  - Discriminação perfeita

# Critério de Pareto

## Definição

Diz-se que uma alocação de consumo factível  $(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B)$  é **Pareto superior** a outra alocação de consumo factível  $(y_1^A, y_2^A, y_1^B, y_2^B)$  caso (notando por  $\succsim_A$  e  $\succsim_B$  as relações de preferência dos consumidores  $A$  e  $B$ , respectivamente) tenhamos

$$(x_1^A, x_2^A) \succsim_A (y_1^A, y_2^A) \quad \text{e} \quad (x_1^B, x_2^B) \succsim_B (y_1^B, y_2^B)$$

com

$$(x_1^A, x_2^A) \succ_A (y_1^A, y_2^A) \quad \text{e/ ou} \quad (x_1^B, x_2^B) \succ_B (y_1^B, y_2^B)$$

# Eficiência de Pareto

## Definição

Uma alocação de consumo factível é dita **Pareto eficiente** caso não haja qualquer outra alocação de consumo factível que lhe seja Pareto superior.

# Eficiência de Pareto

## Definição

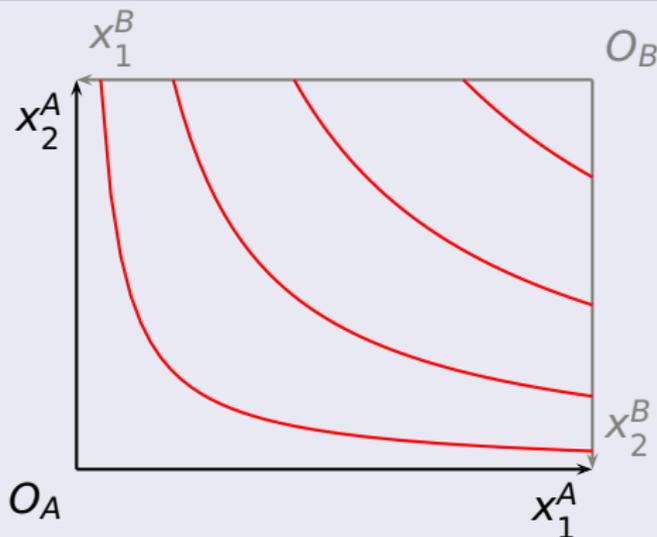
Uma alocação de consumo factível é dita **Pareto eficiente** caso não haja qualquer outra alocação de consumo factível que lhe seja Pareto superior.

## Definição

O conjunto de todas as alocações eficientes de uma economia é chamado **conjunto de Pareto** ou **curva de contrato**.

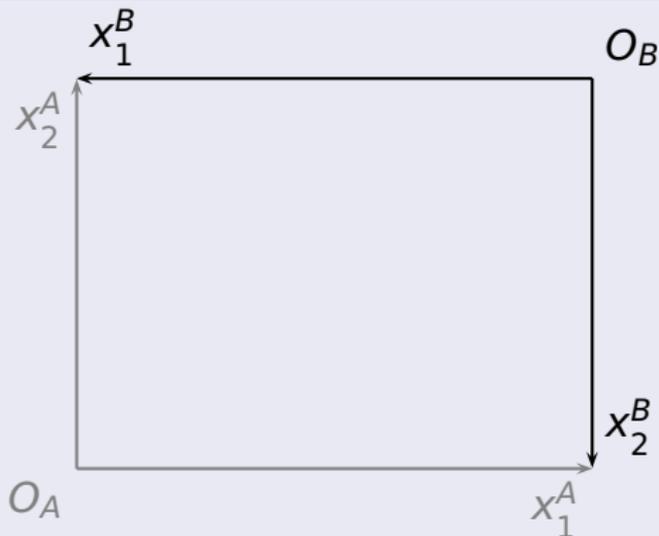
# Preferências na caixa de Edgeworth

## Consumidor A



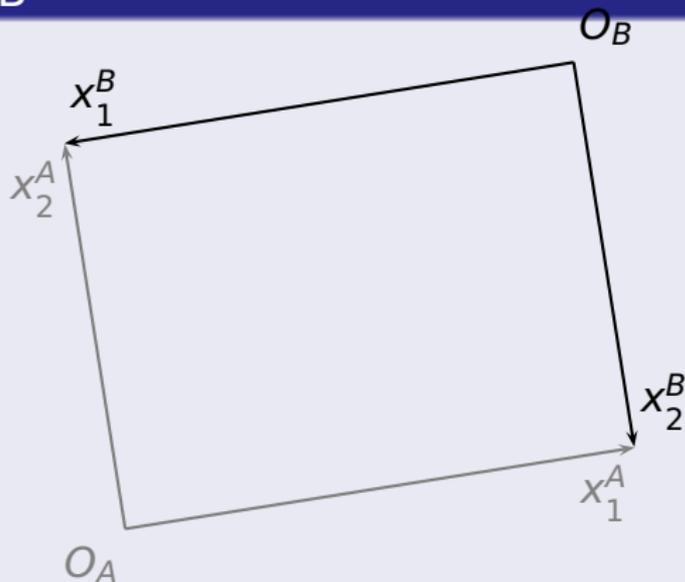
# Preferências na caixa de Edgeworth

## Consumidor B



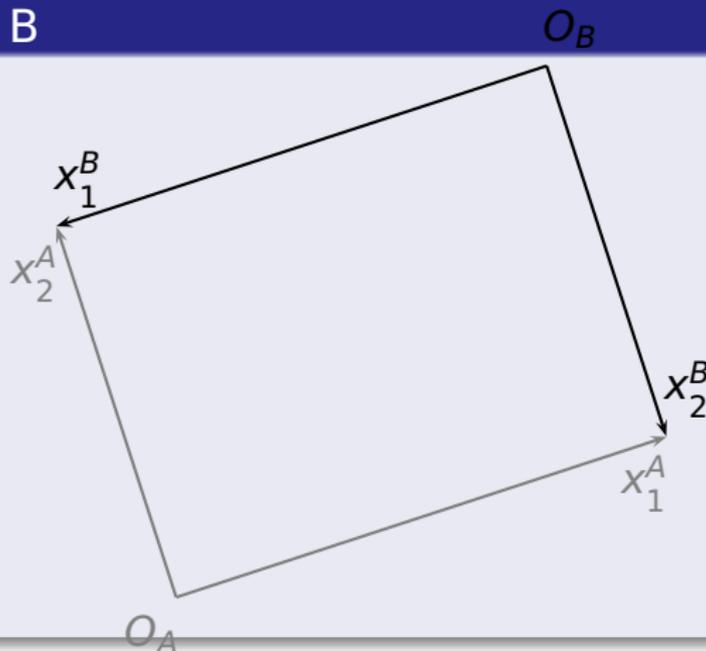
# Preferências na caixa de Edgeworth

## Consumidor B



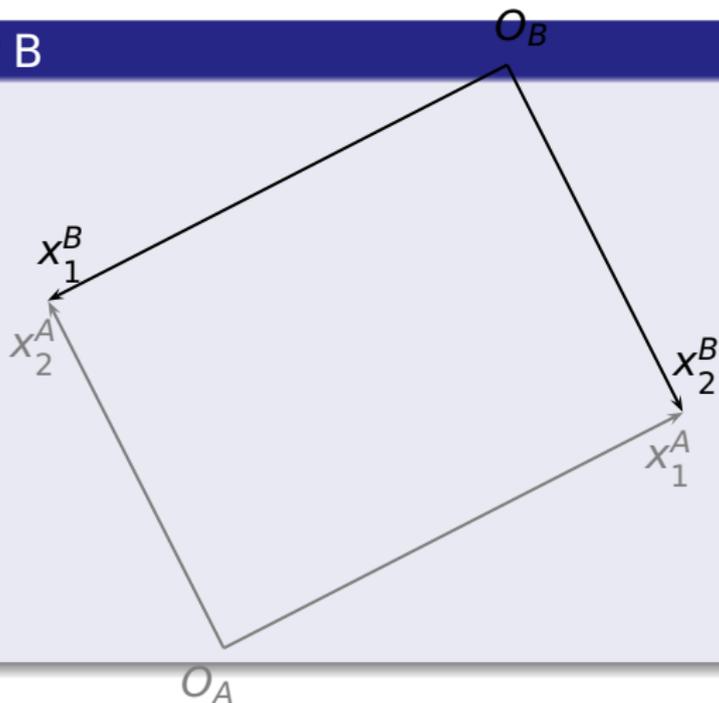
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



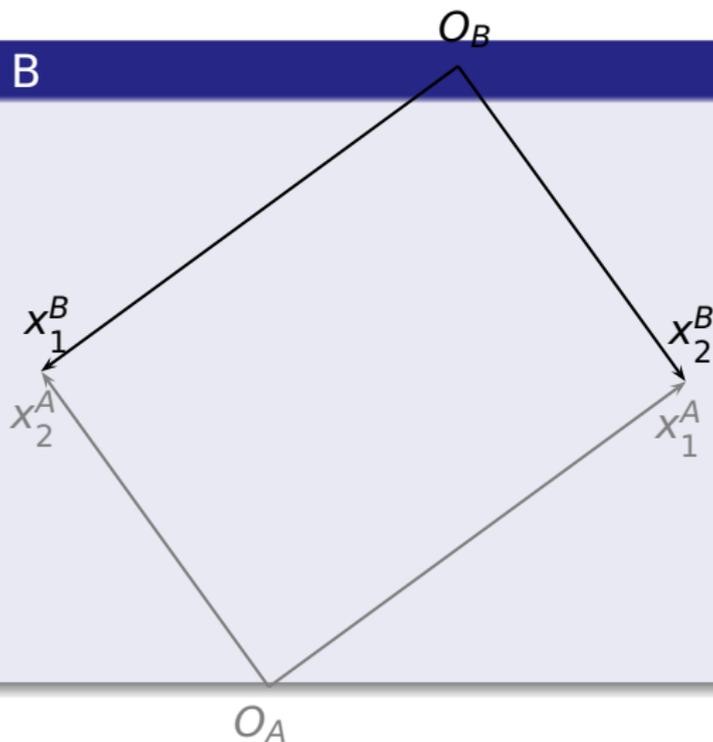
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



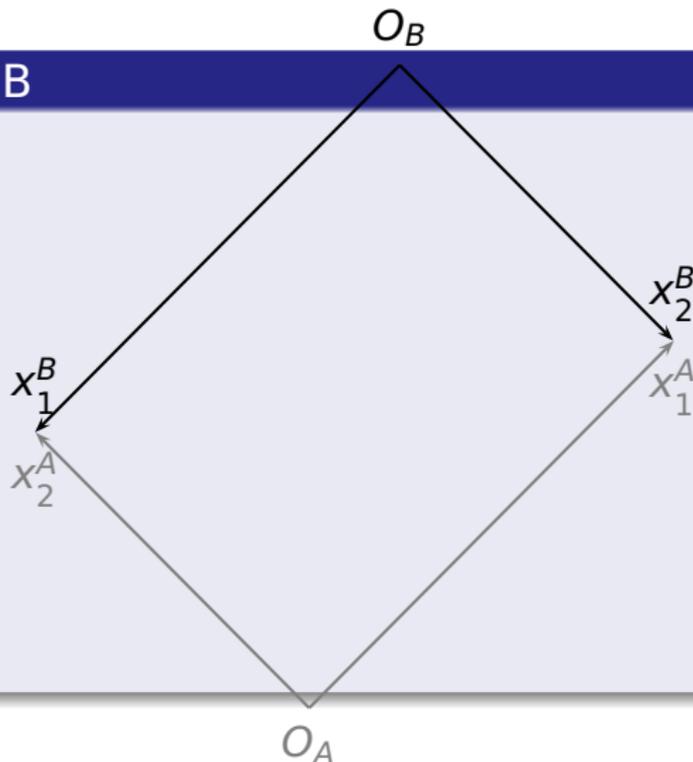
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



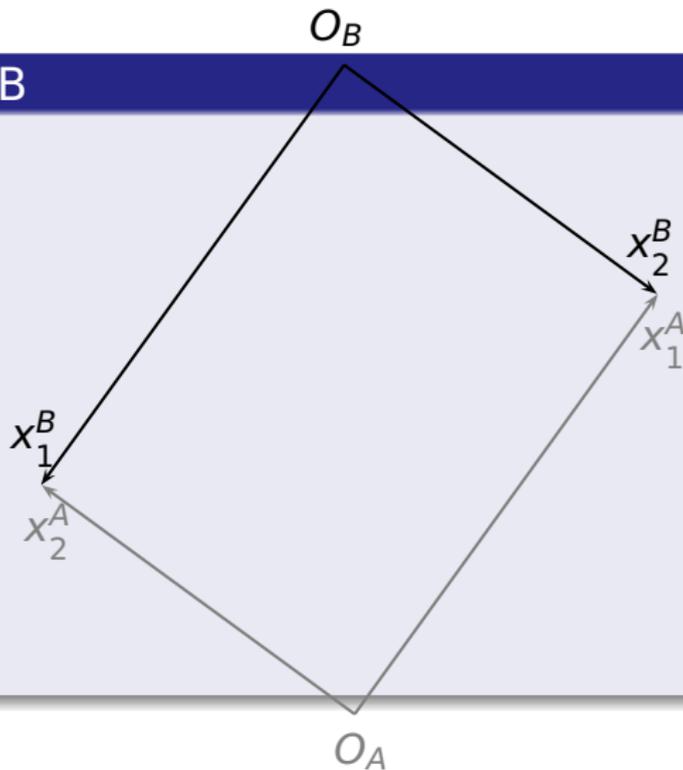
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



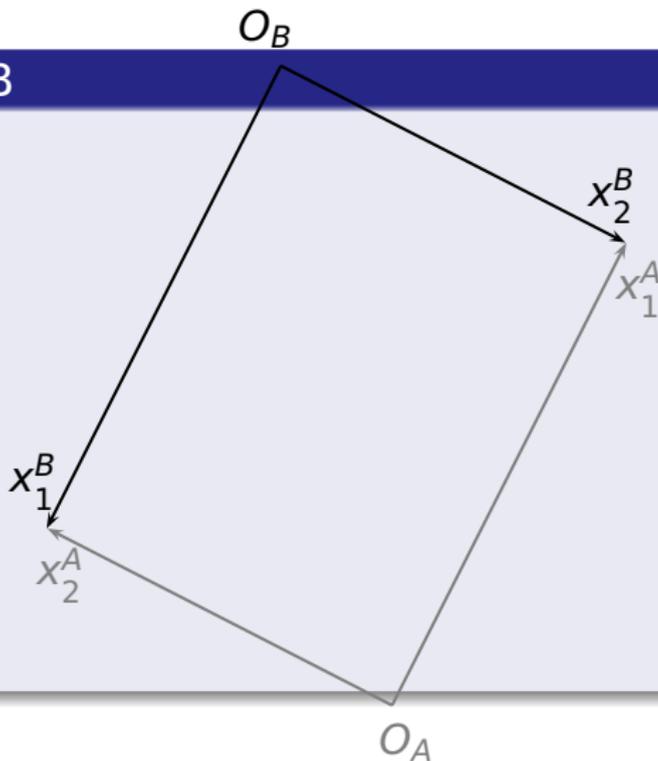
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



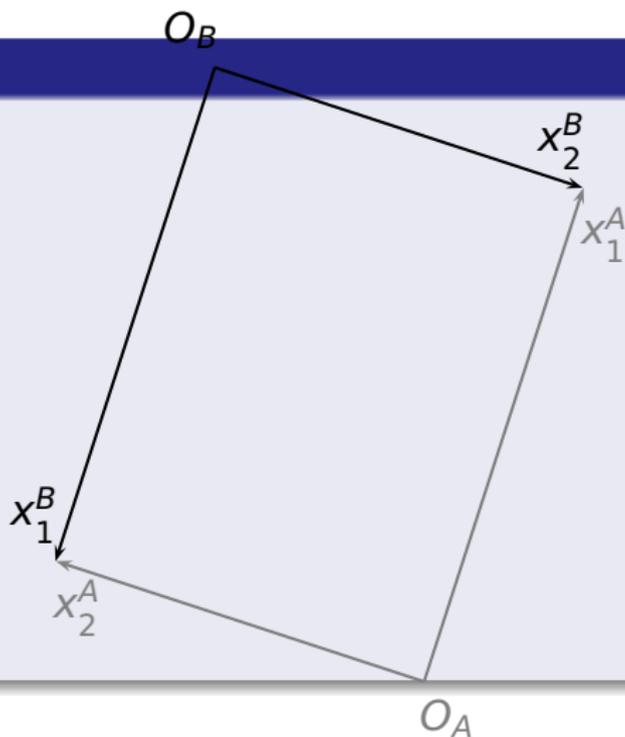
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



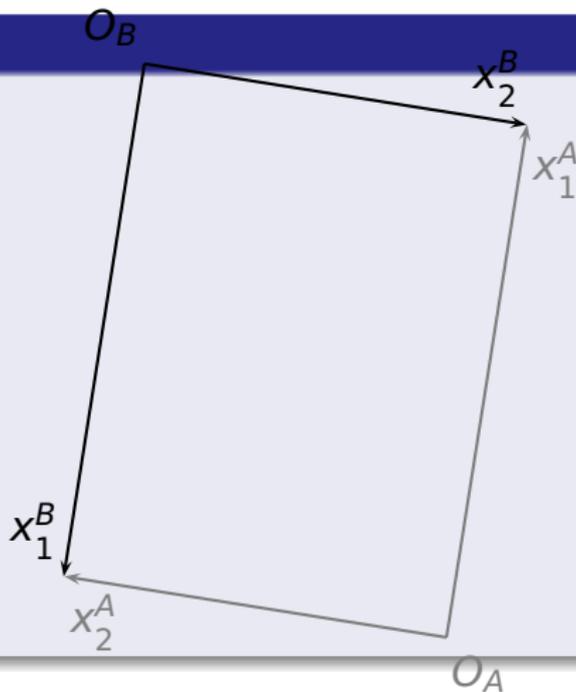
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



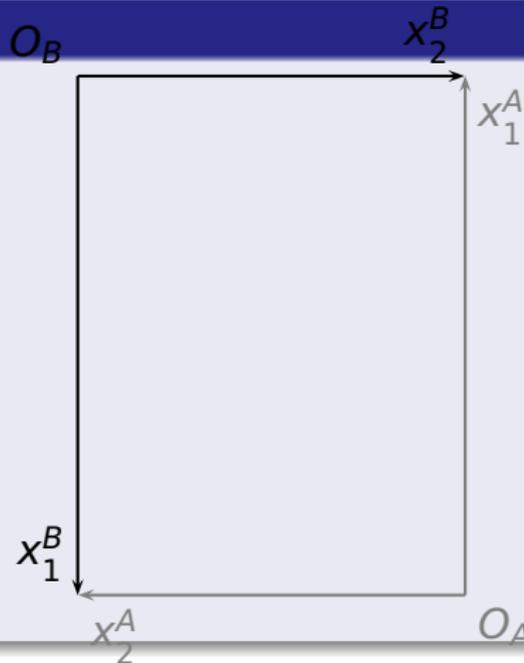
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



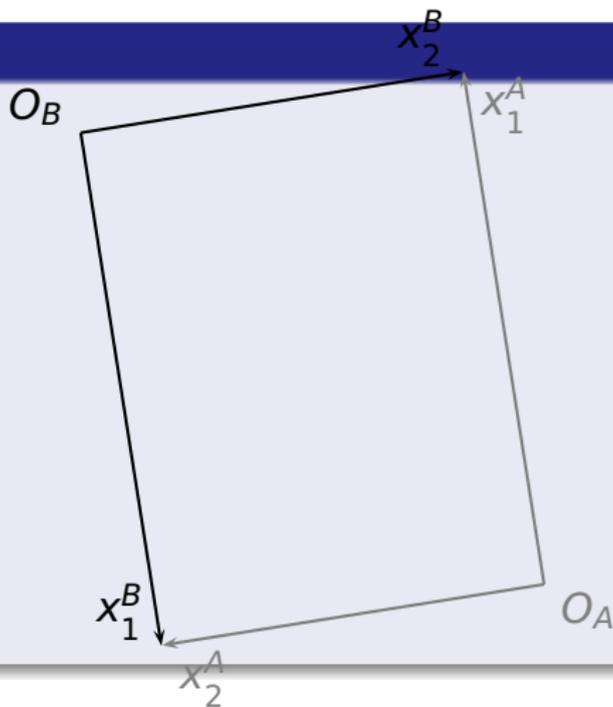
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



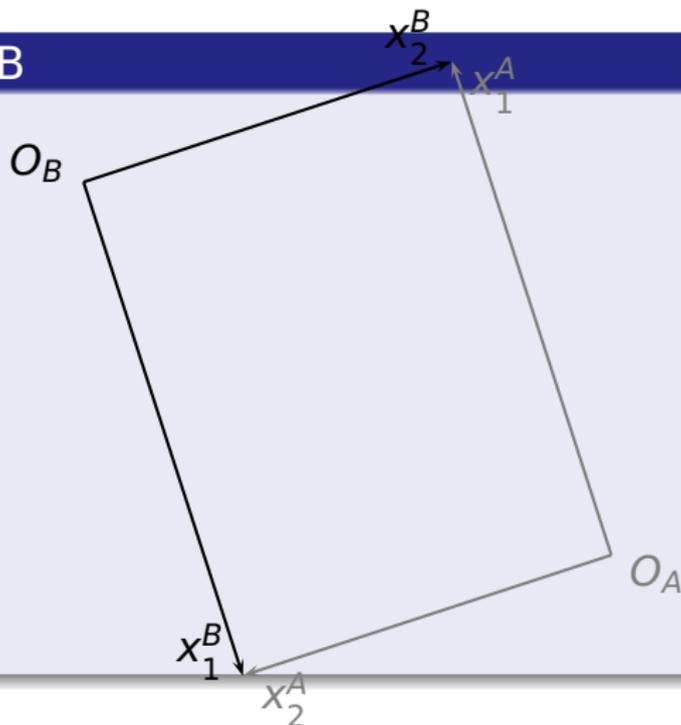
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



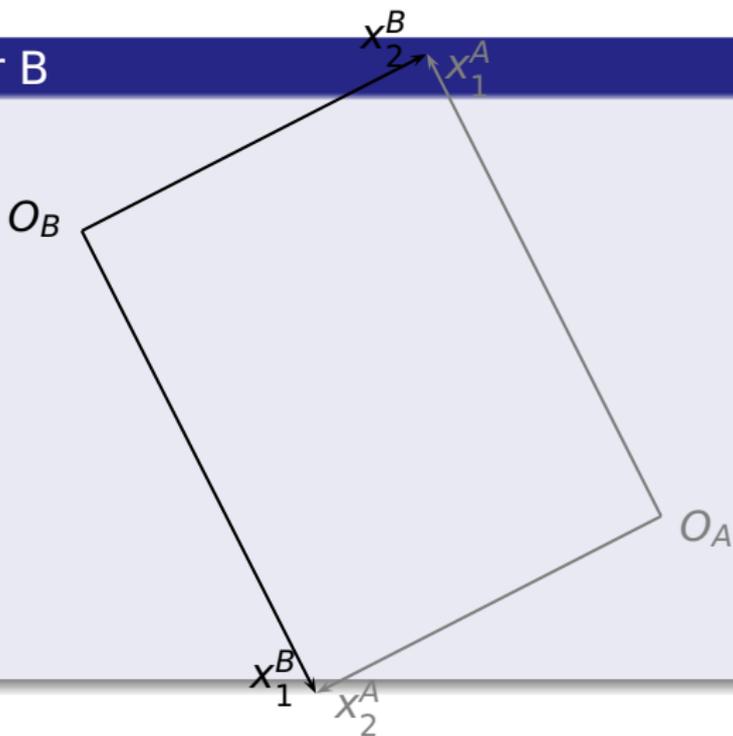
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



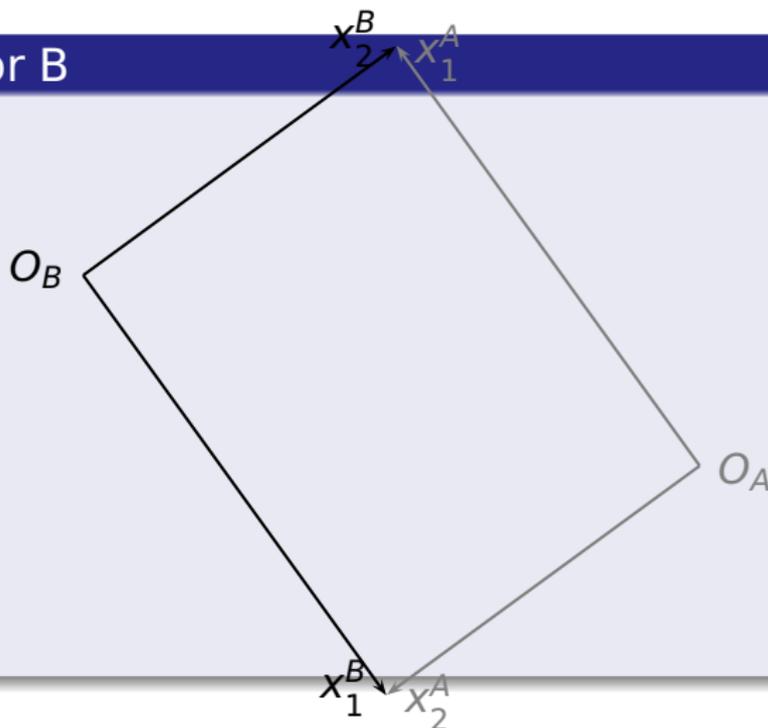
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



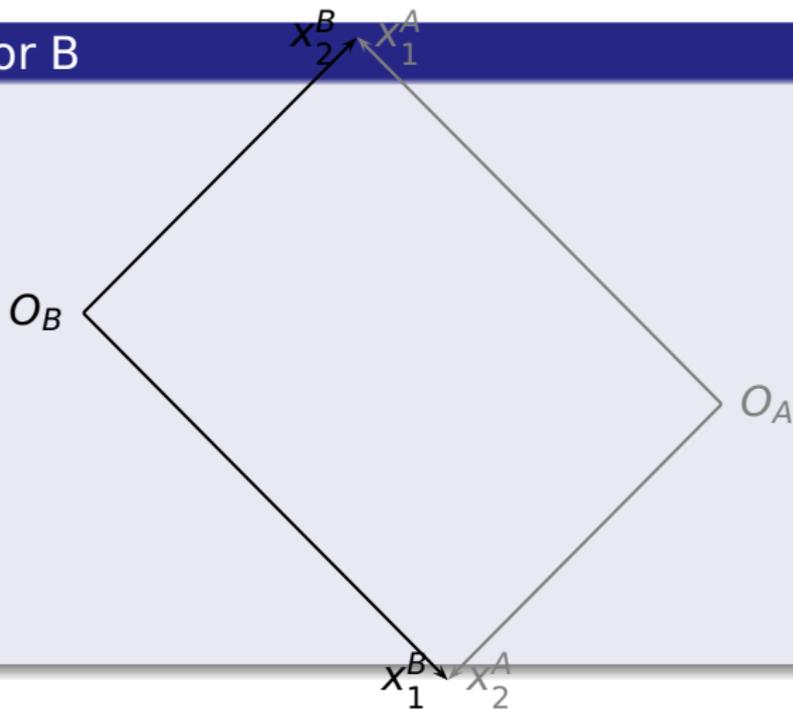
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



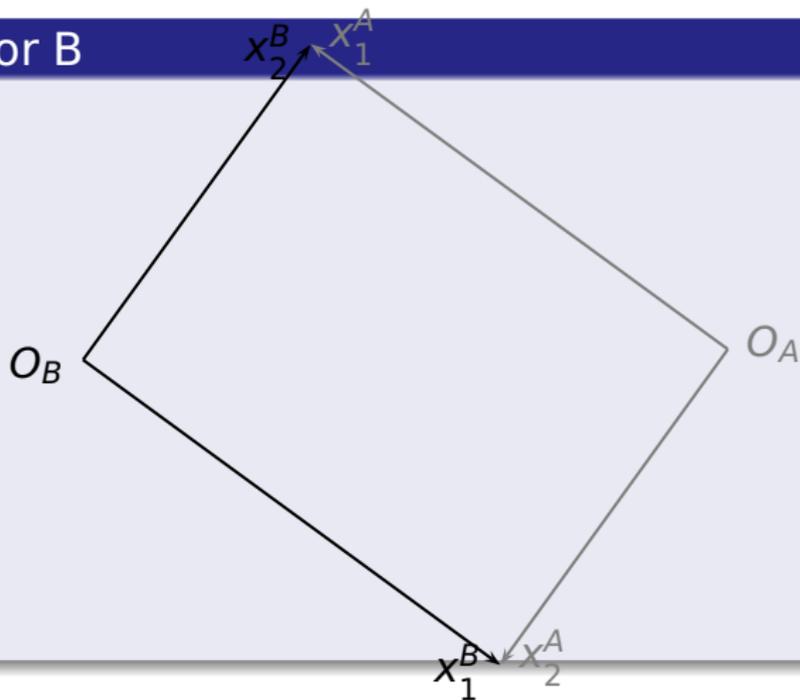
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



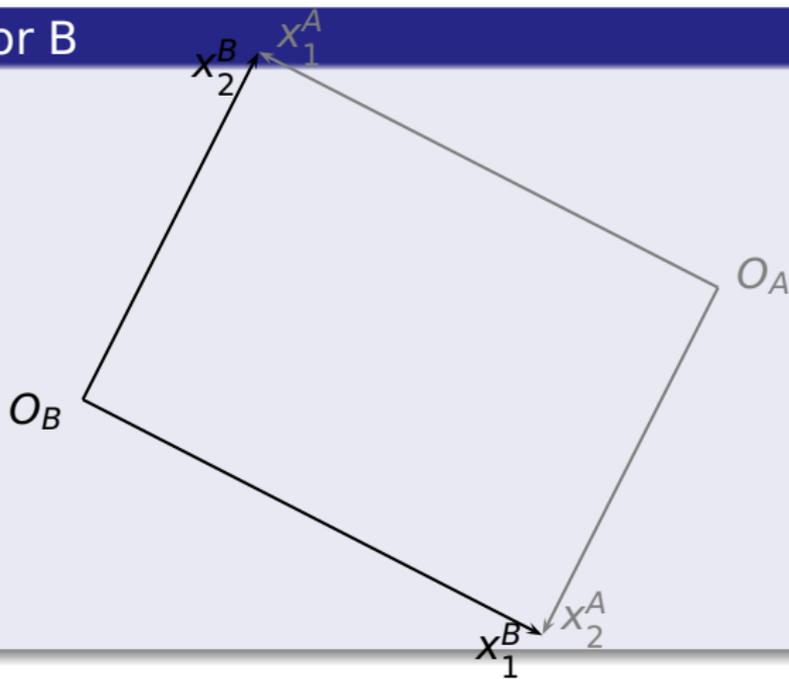
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



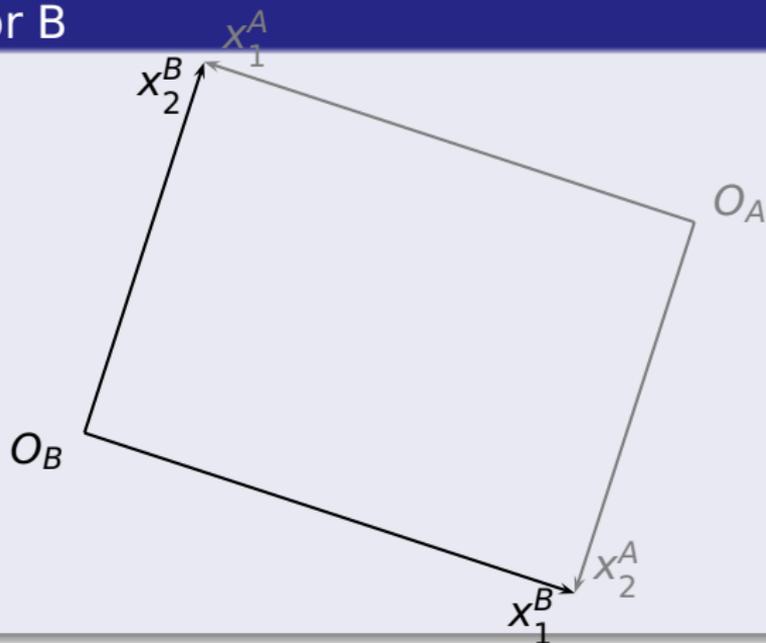
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



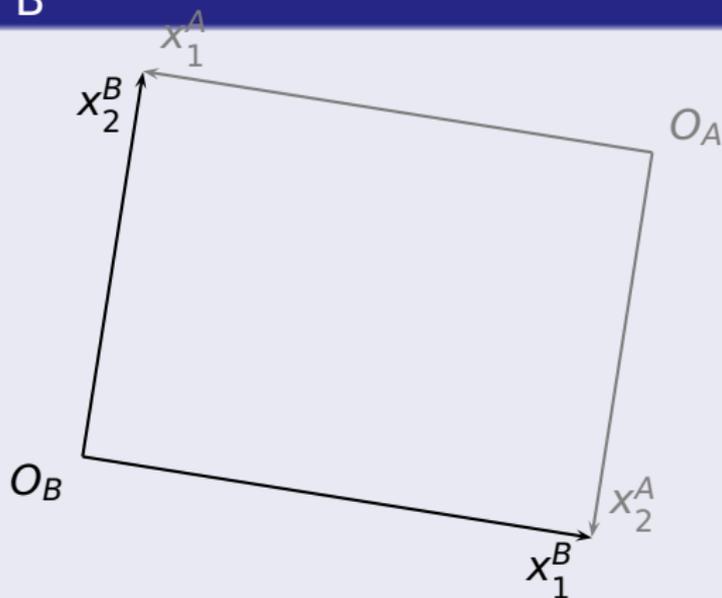
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



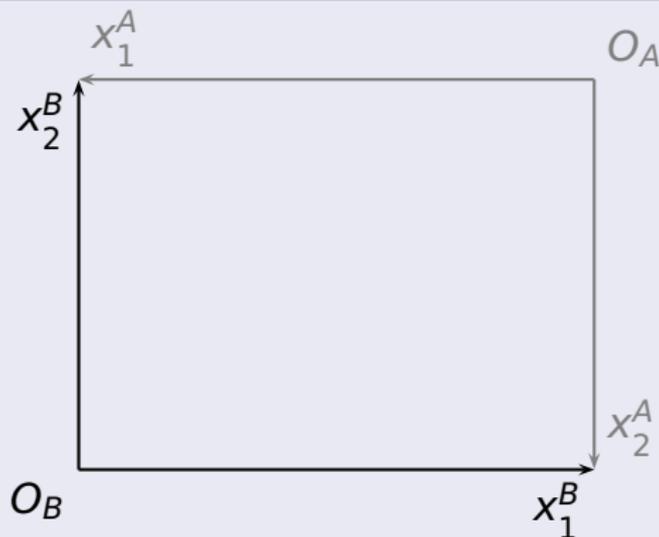
# Preferências na caixa de Edgeworth

## Consumidor B



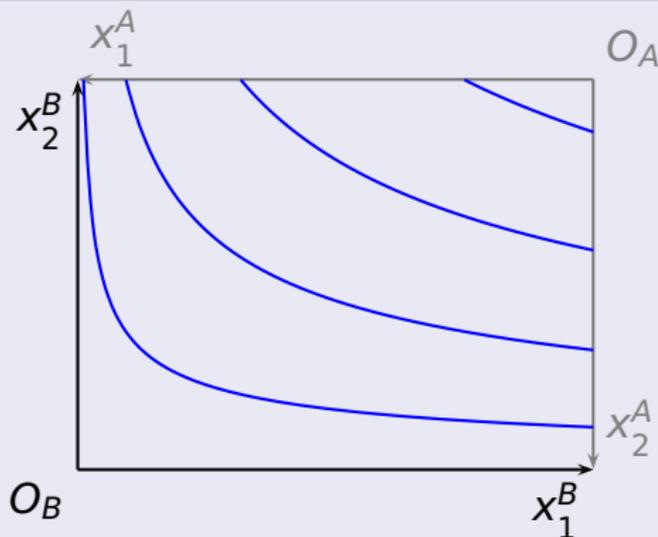
# Preferências na caixa de Edgeworth

## Consumidor B



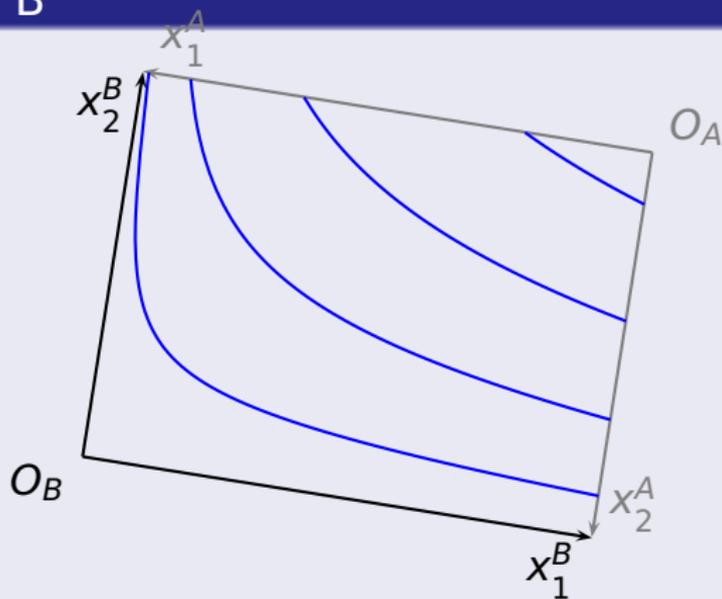
# Preferências na caixa de Edgeworth

## Consumidor B



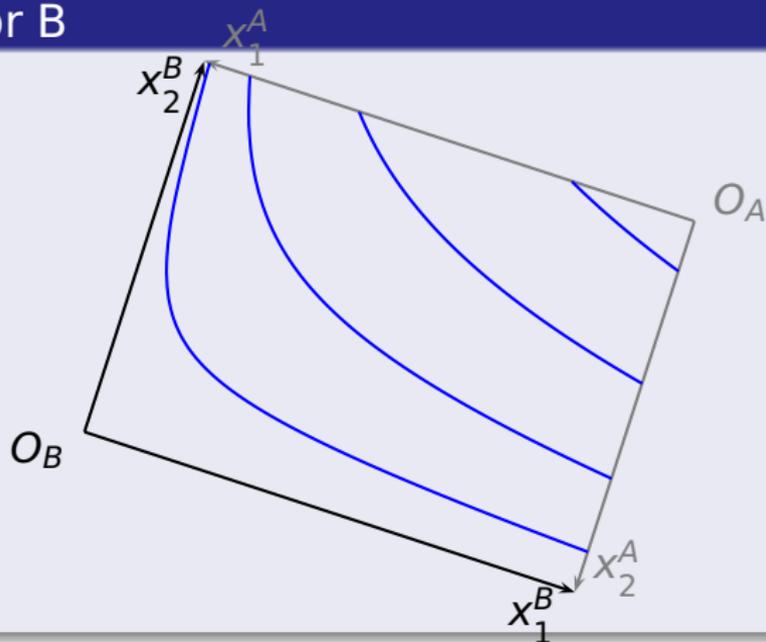
# Preferências na caixa de Edgeworth

## Consumidor B



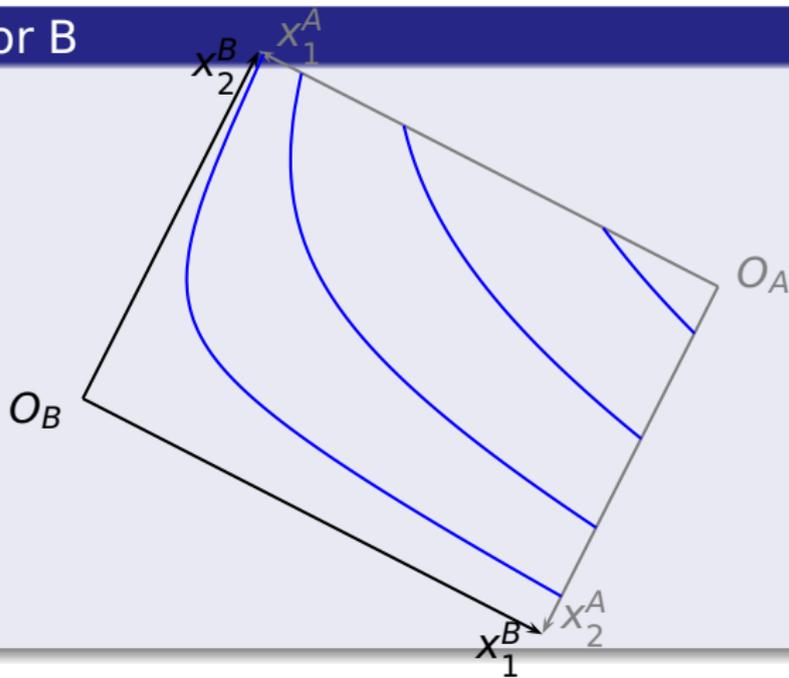
# Preferências na caixa de Edgeworth

## Consumidor B



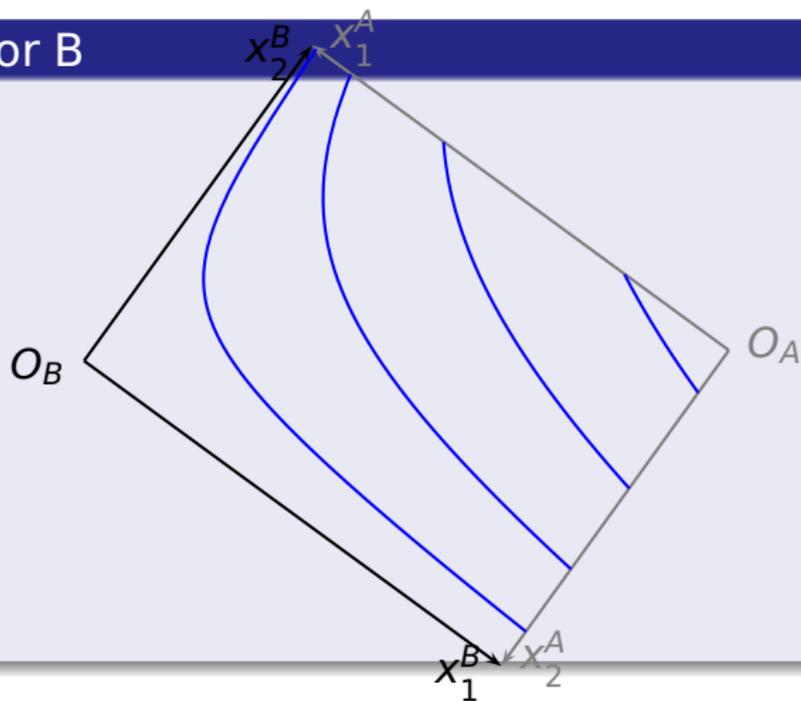
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



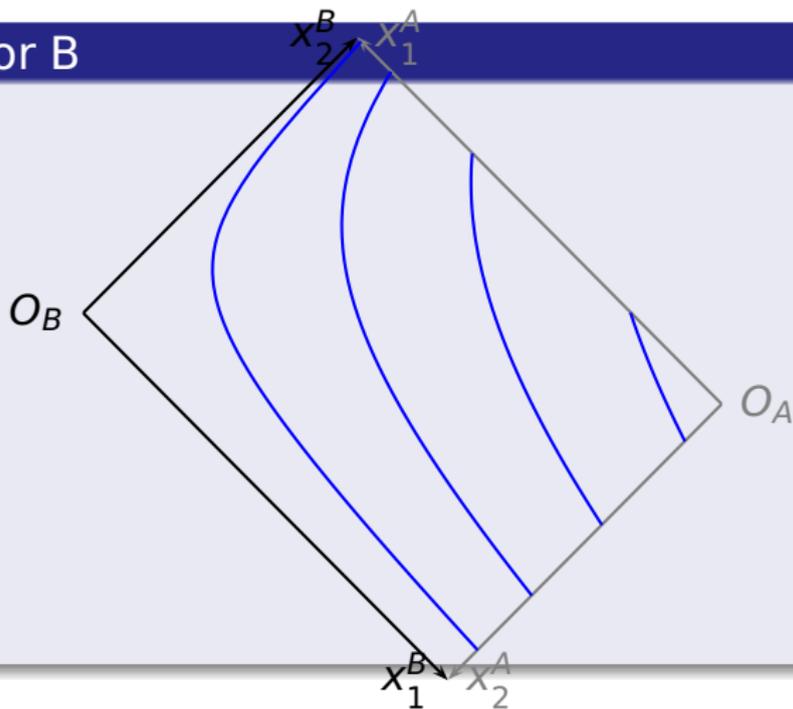
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



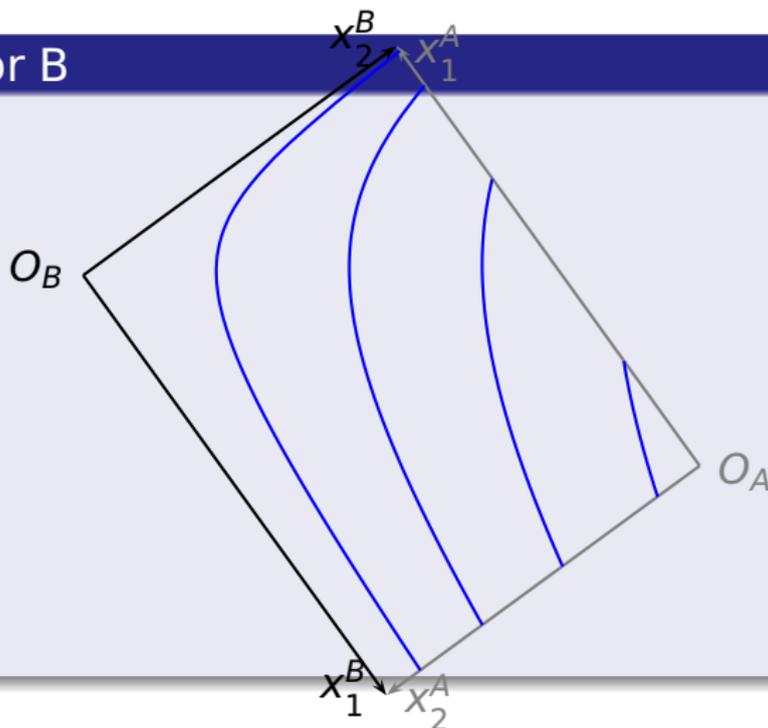
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



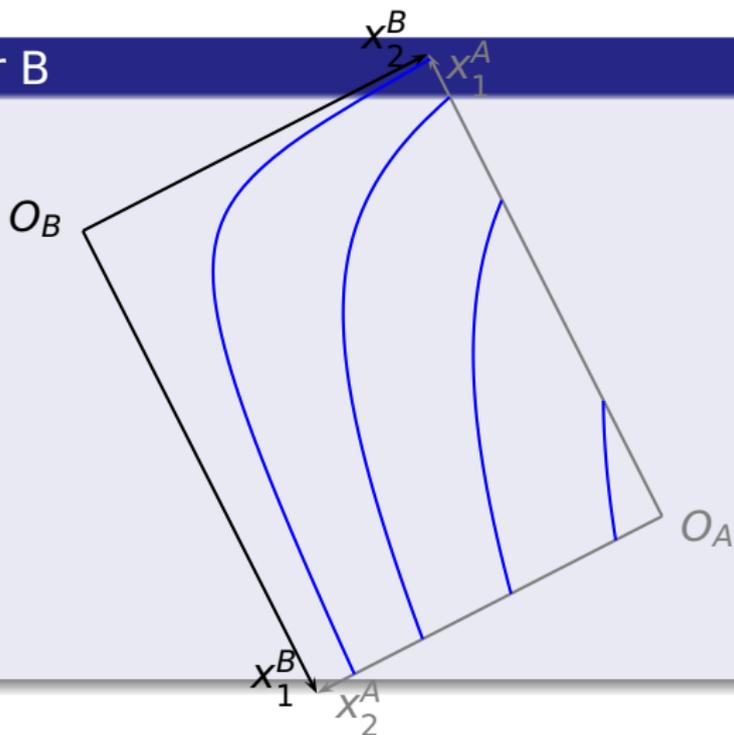
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



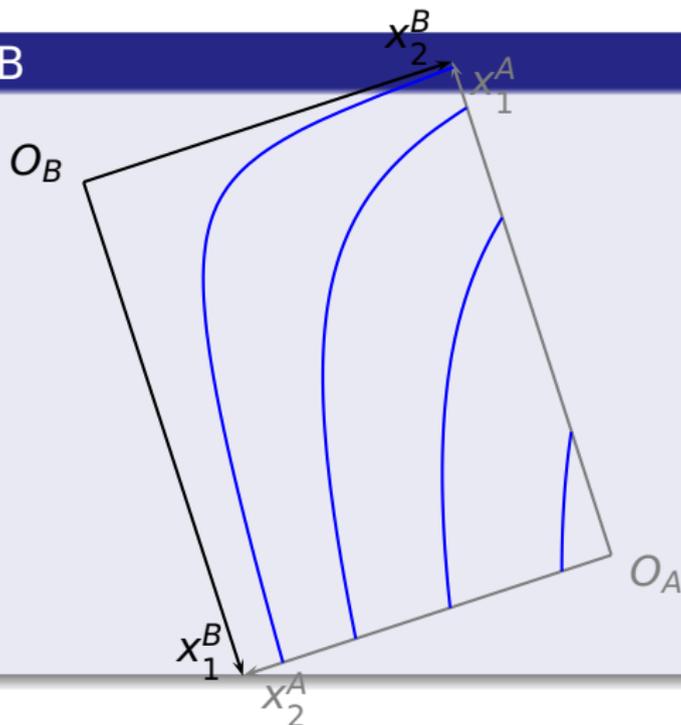
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



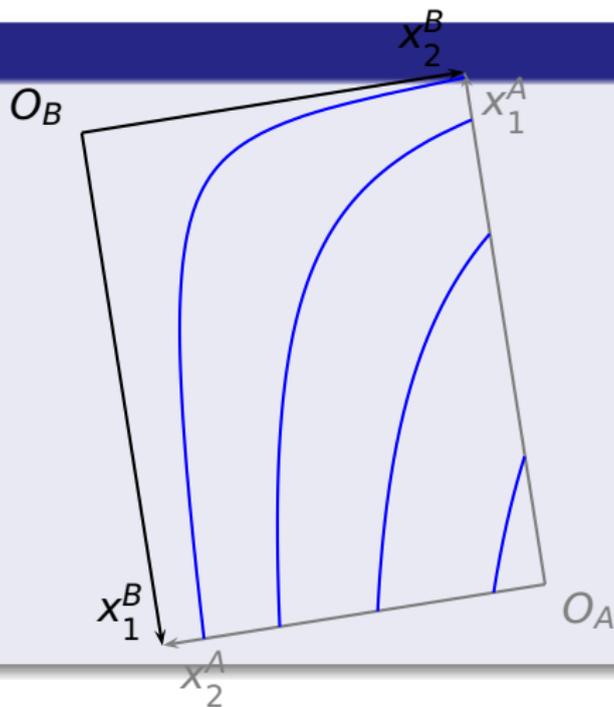
## Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



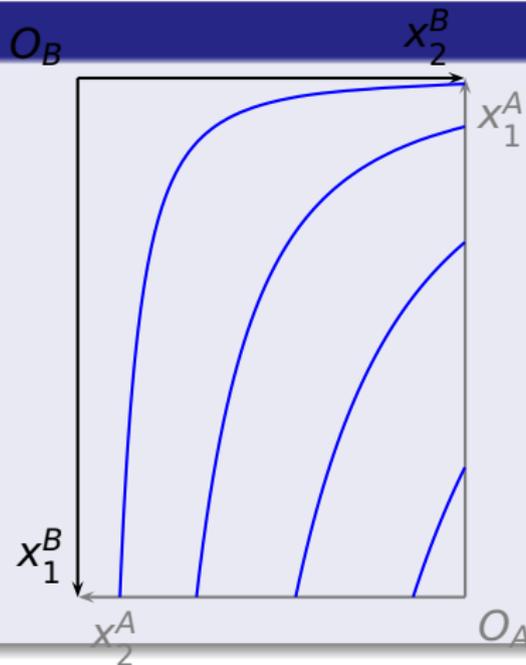
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



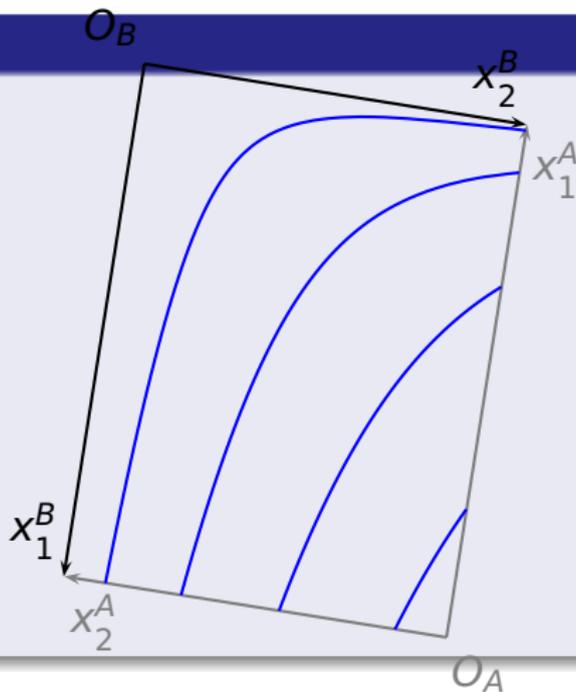
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



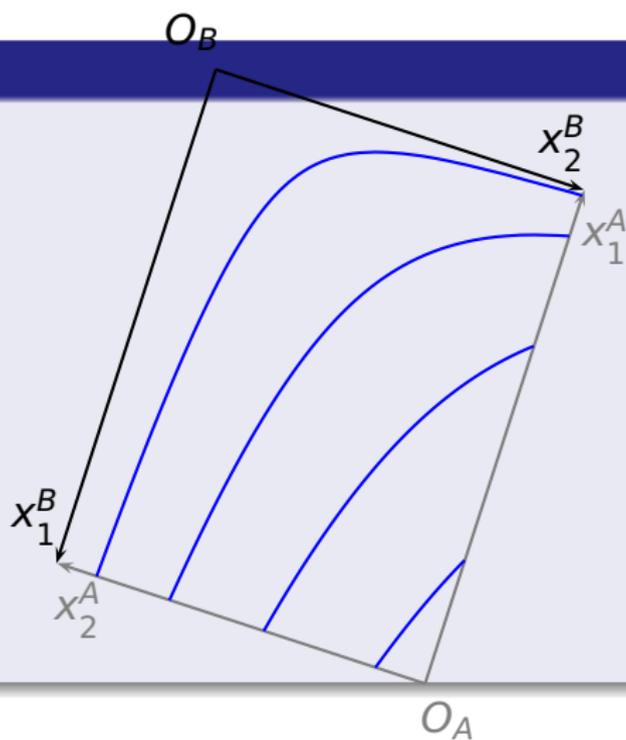
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



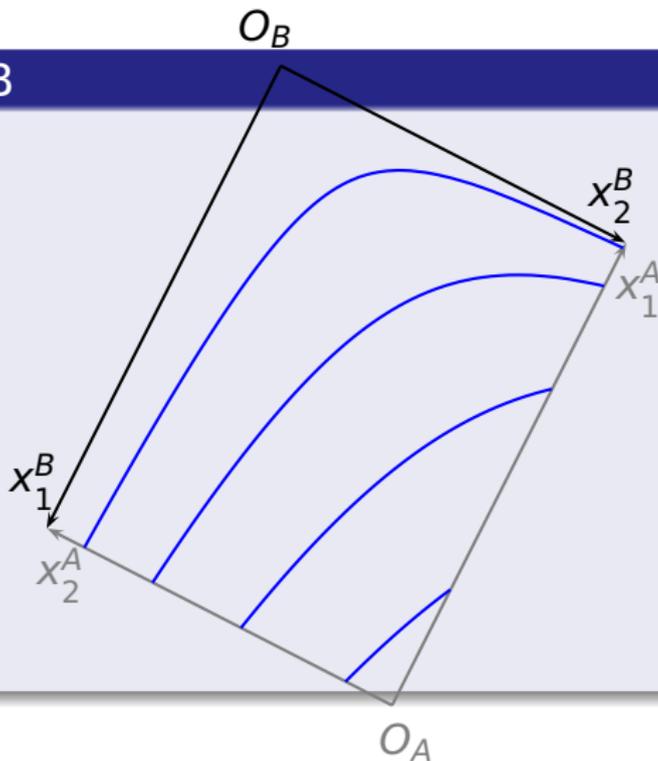
## Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



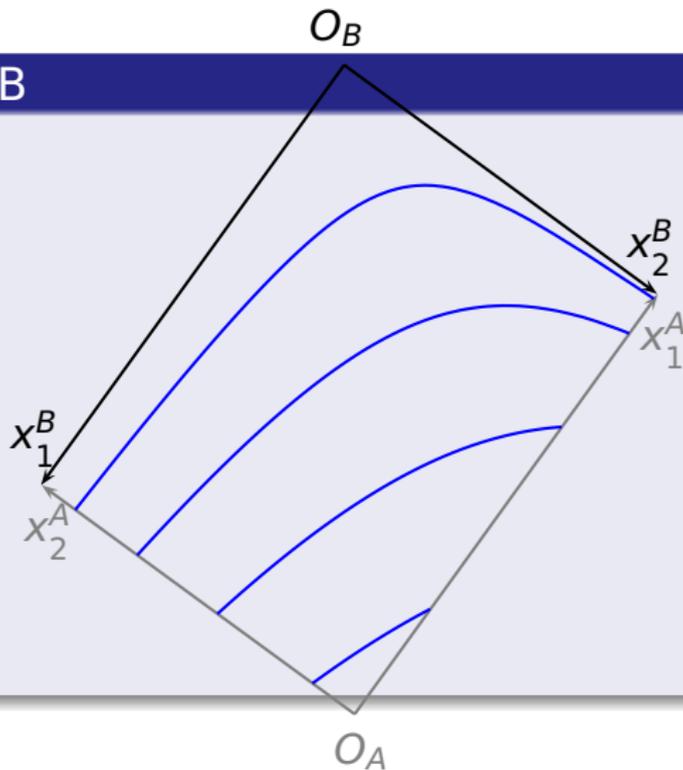
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



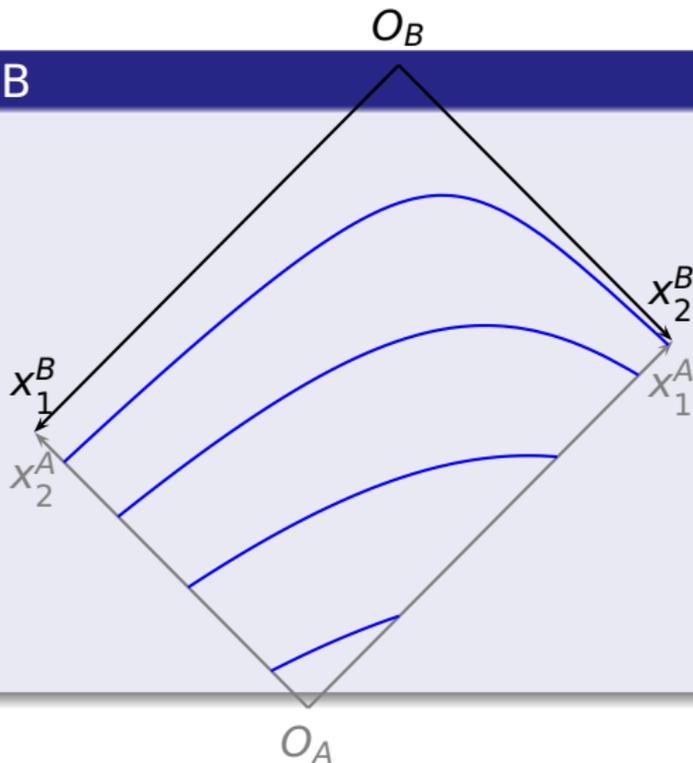
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



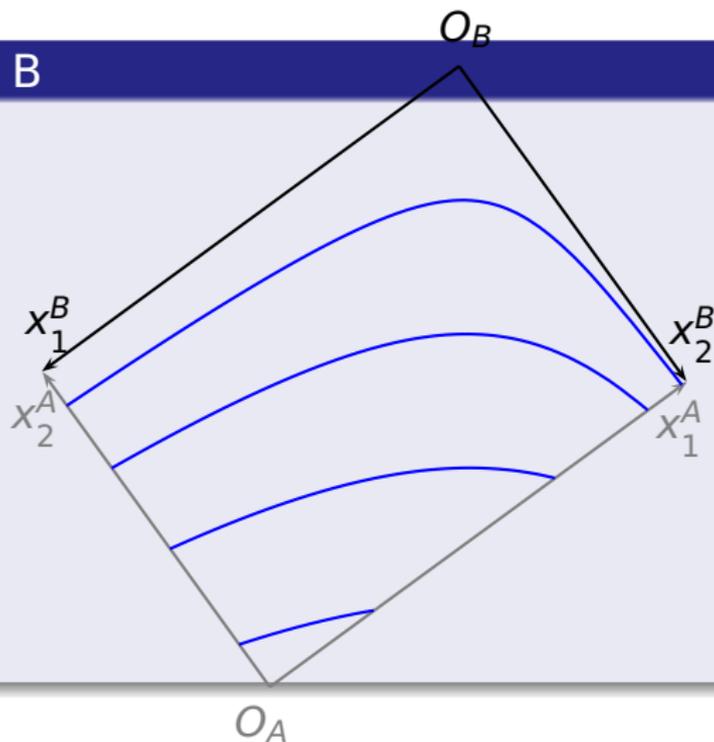
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



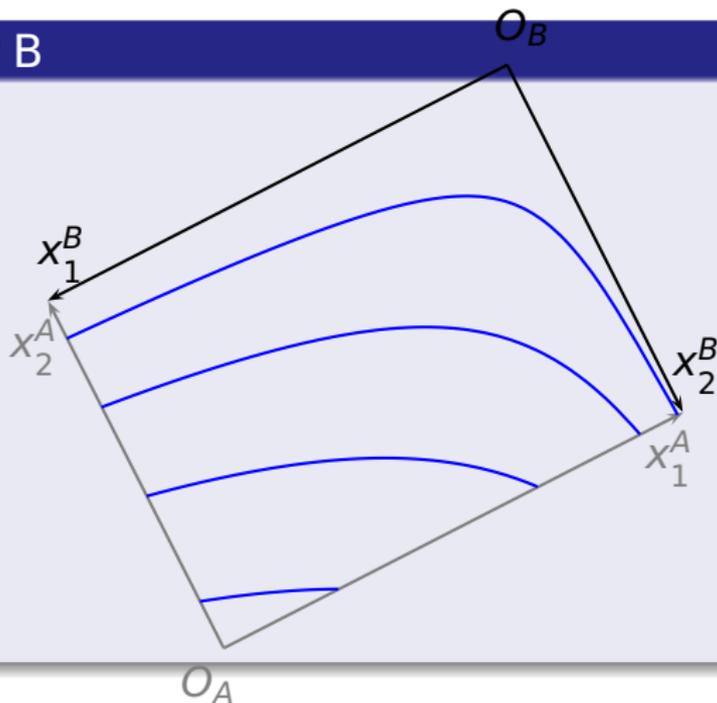
# Preferências na caixa de Edgeworth

Consumidor B



# Preferências na caixa de Edgeworth

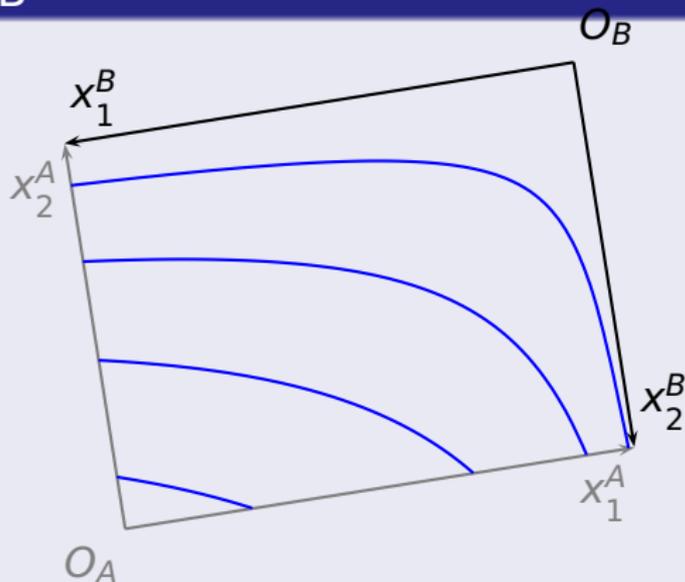
Consumidor B





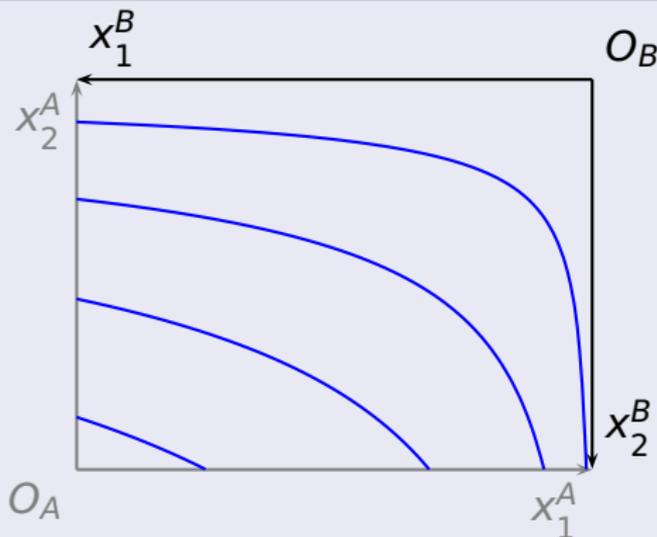
# Preferências na caixa de Edgeworth

## Consumidor B



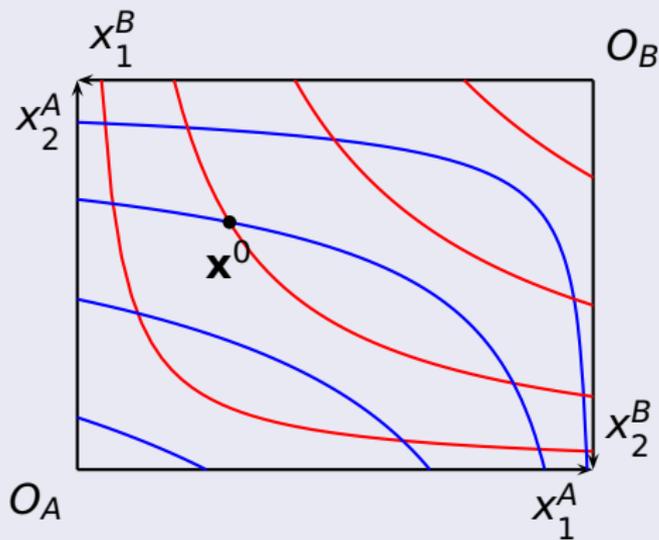
# Preferências na caixa de Edgeworth

## Consumidor B



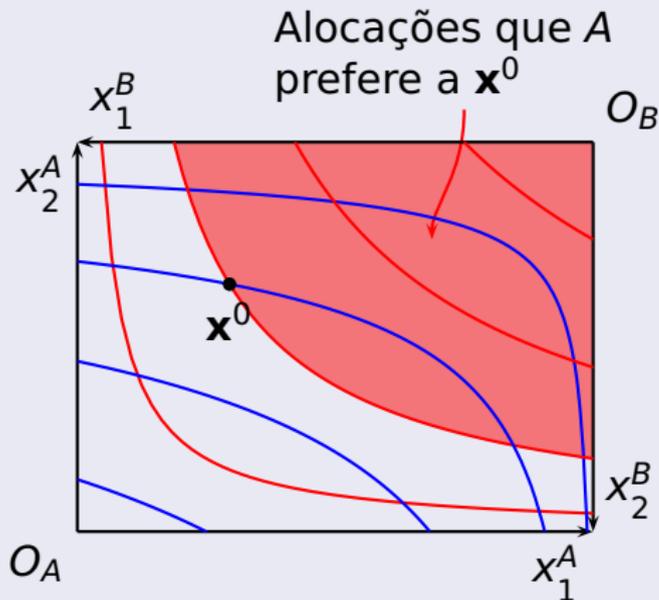
# Análise de eficiência

## Uma alocação ineficiente



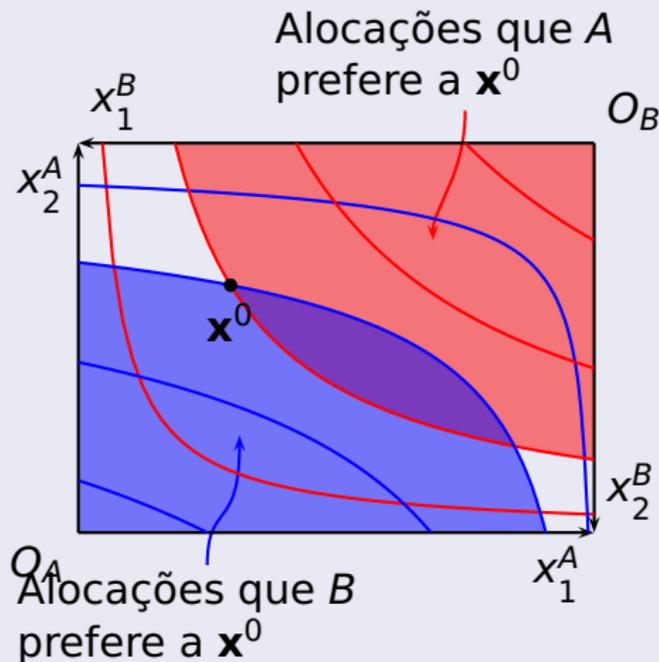
# Análise de eficiência

## Uma alocação ineficiente



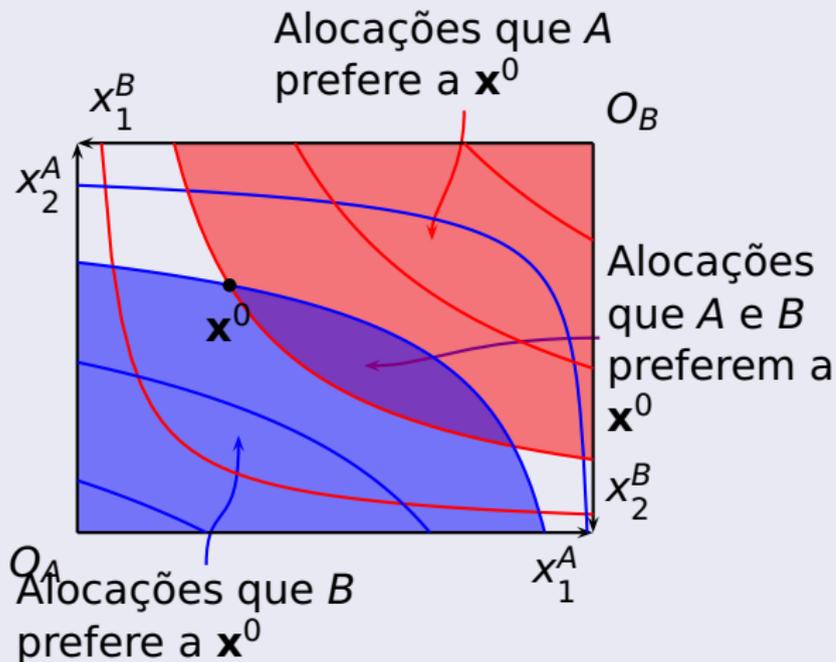
# Análise de eficiência

## Uma alocação ineficiente



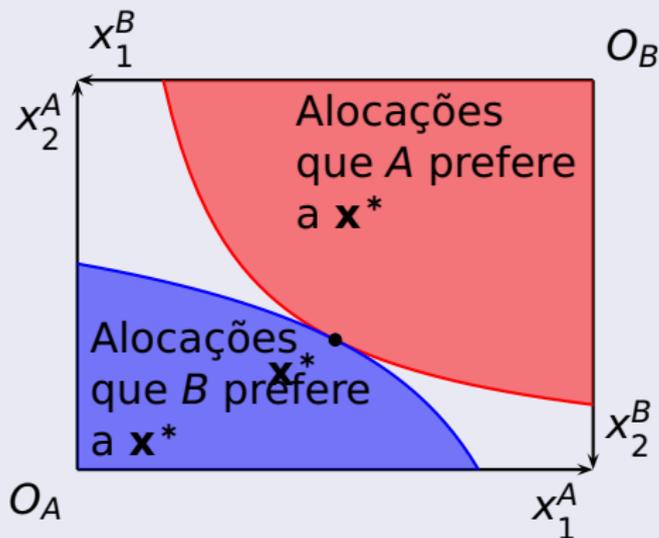
# Análise de eficiência

## Uma alocação ineficiente



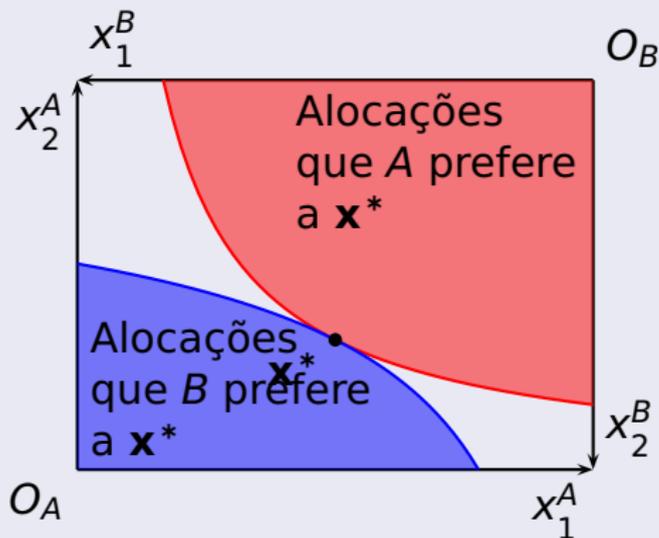
# Análise de eficiência

## Uma alocação eficiente



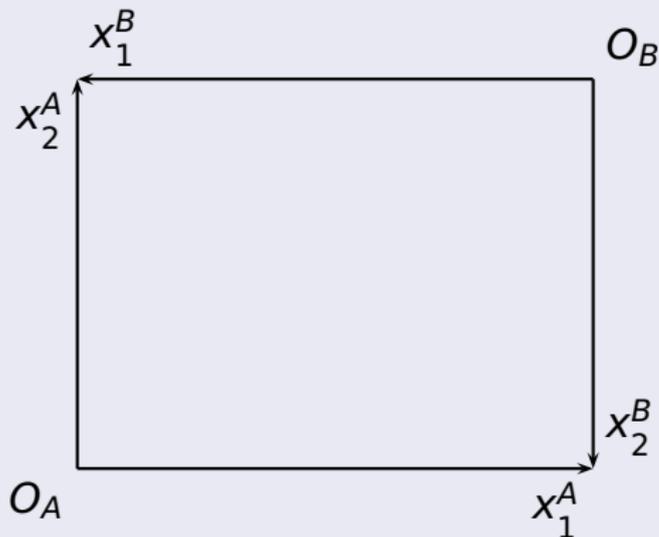
# Análise de eficiência

## Uma alocação eficiente



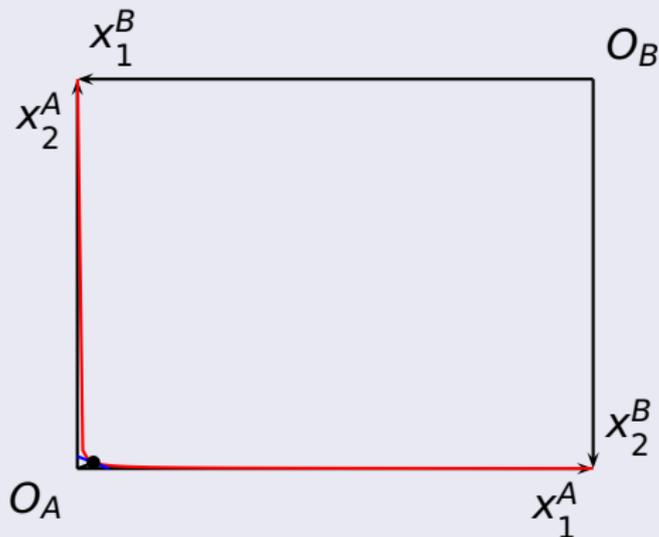
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



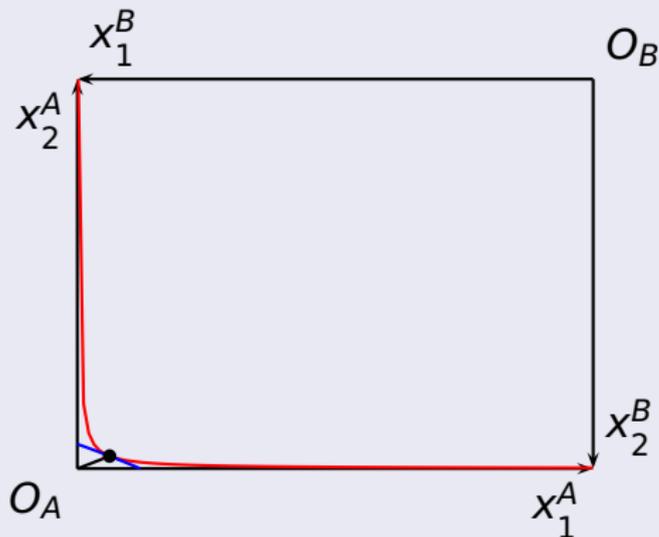
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



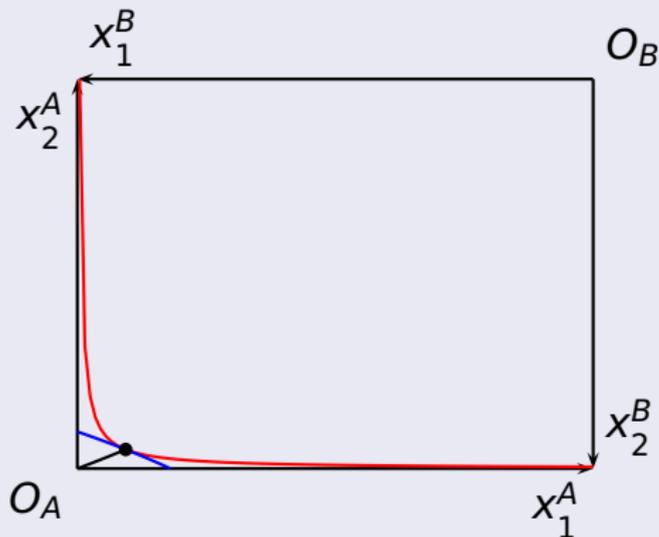
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



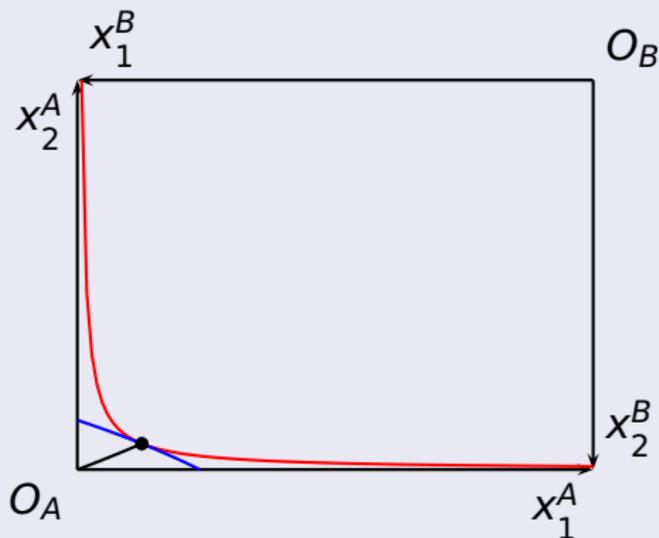
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



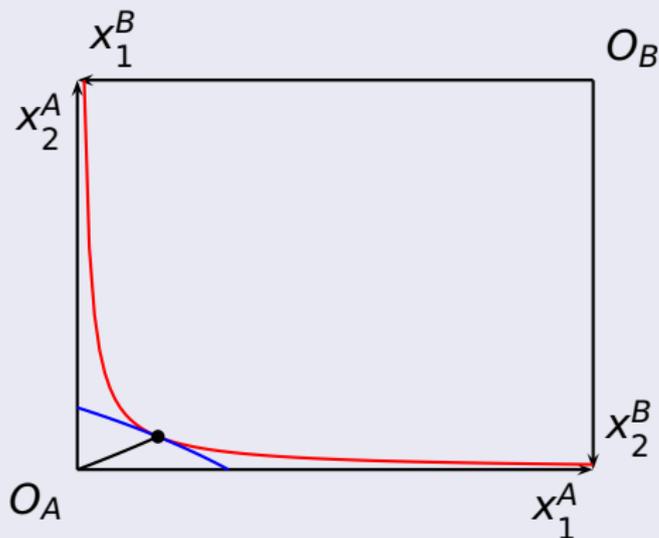
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



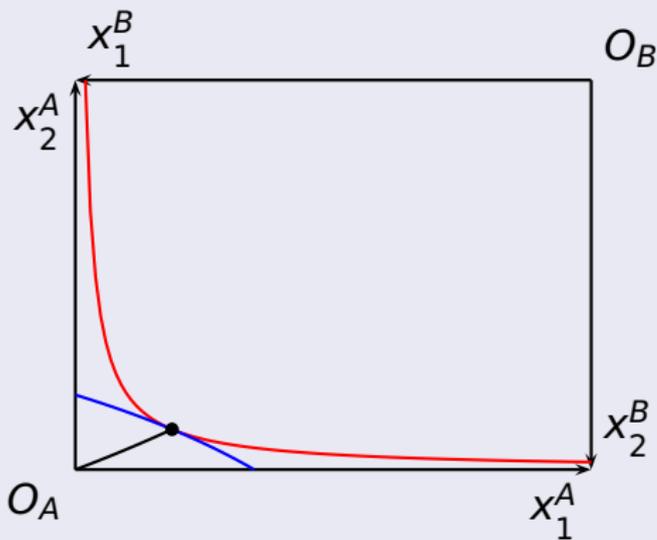
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



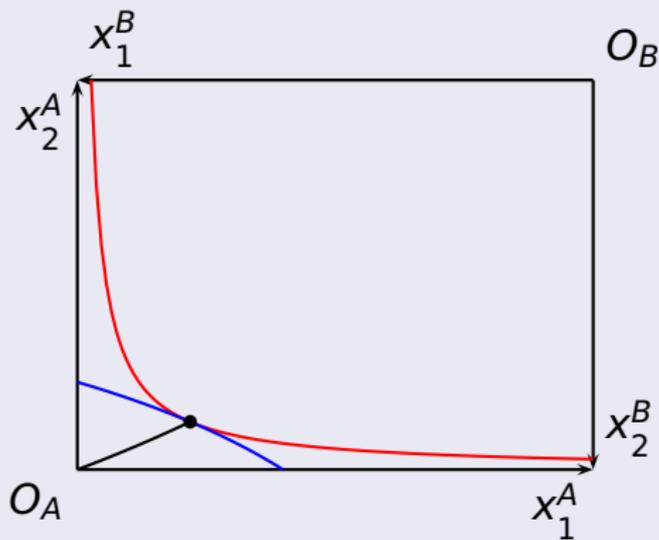
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



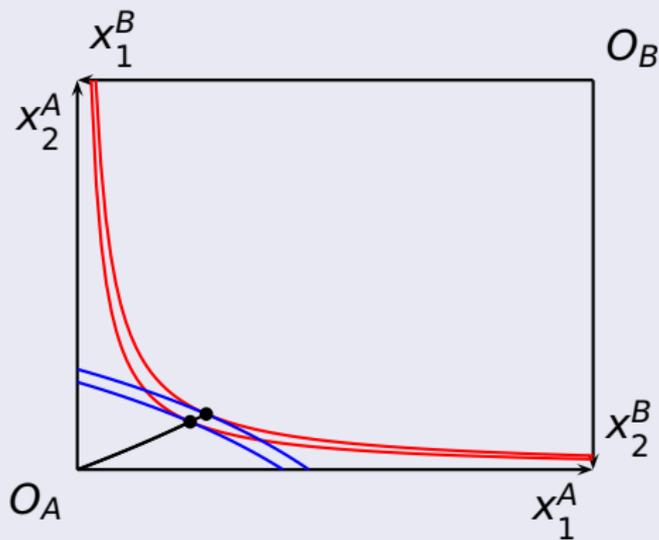
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



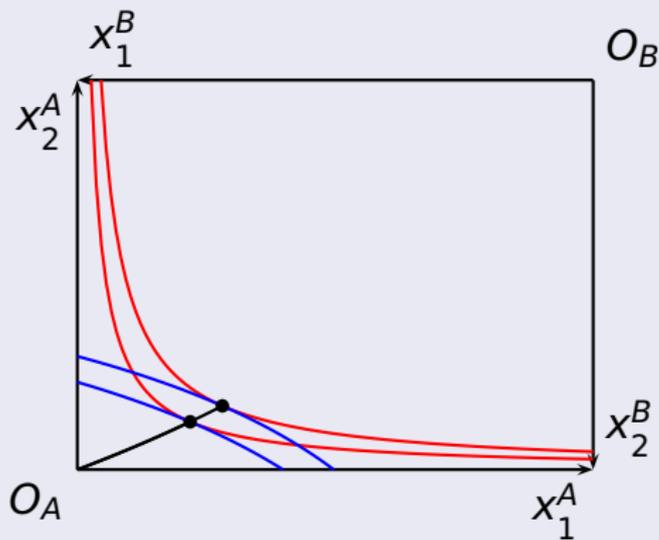
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



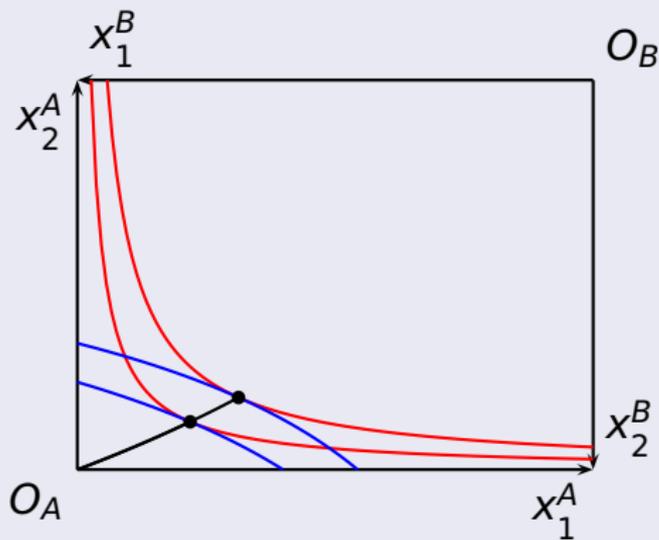
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



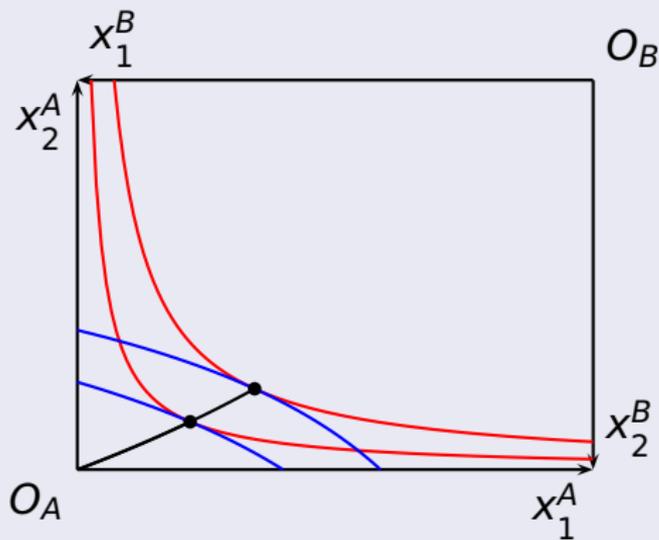
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



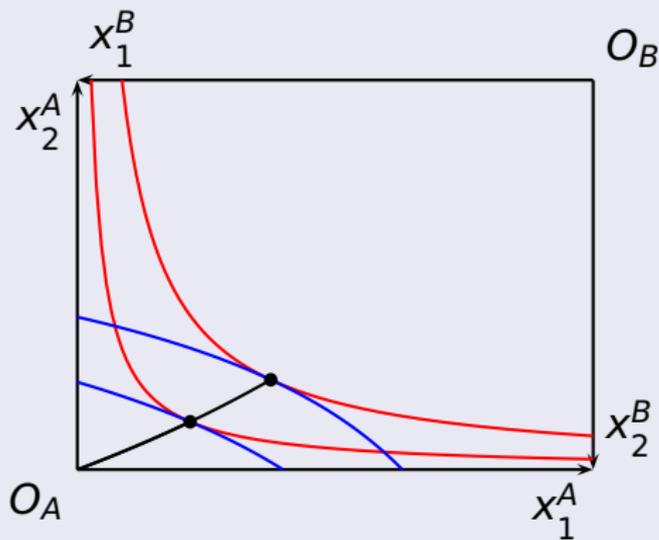
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



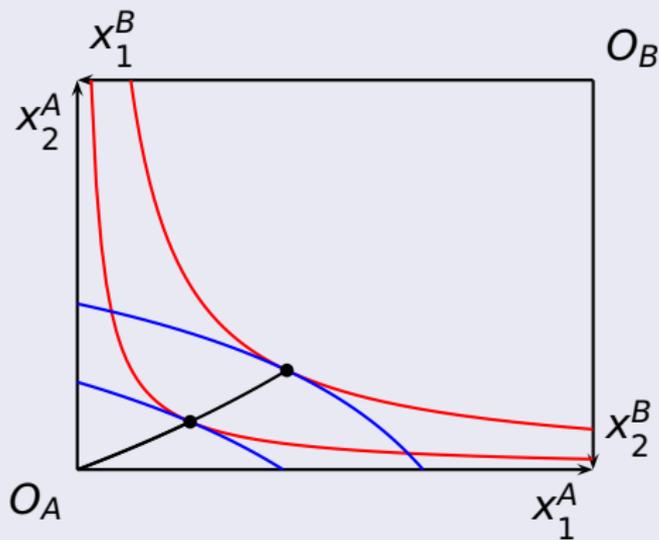
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



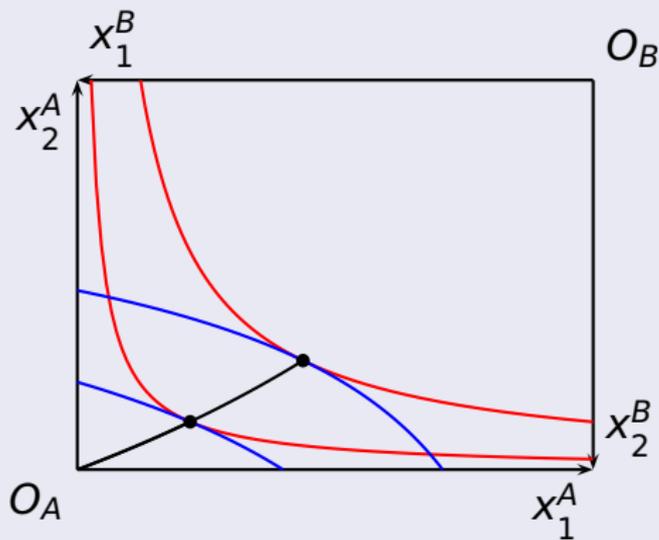
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



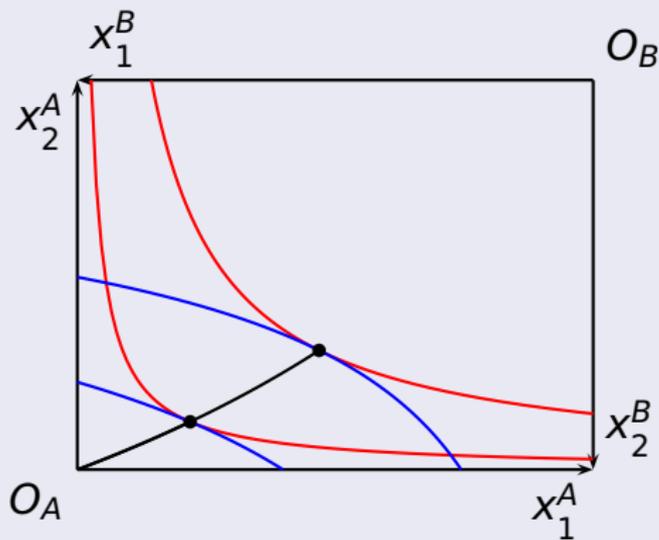
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



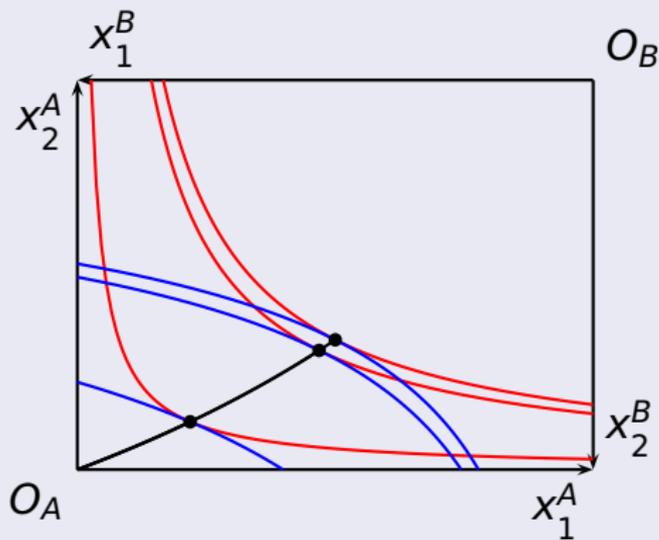
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



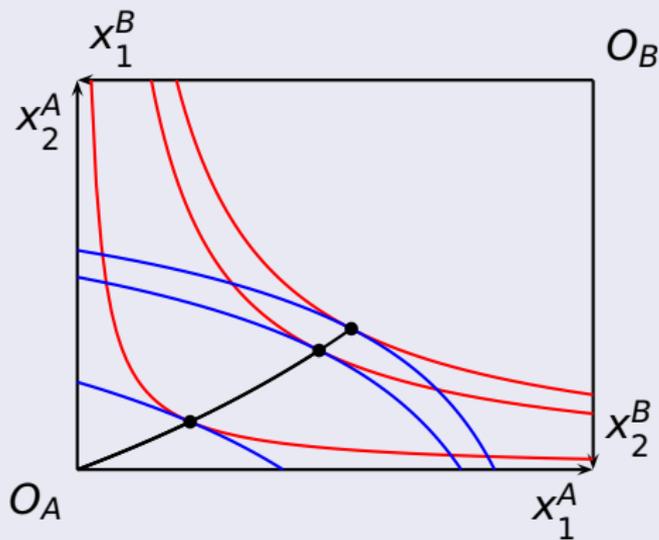
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



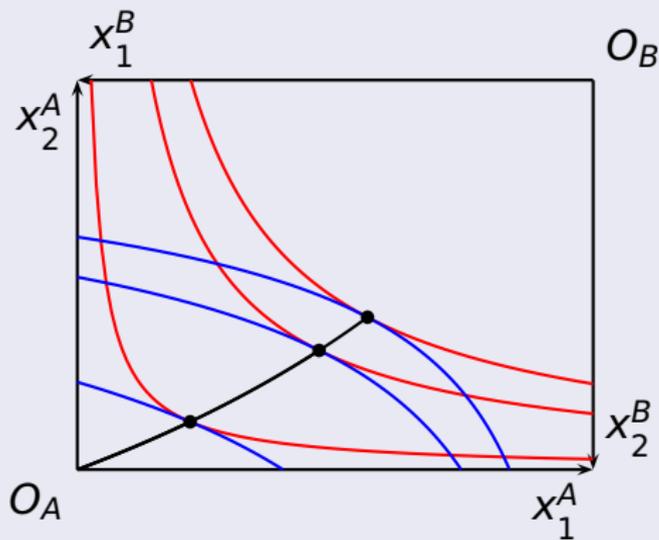
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



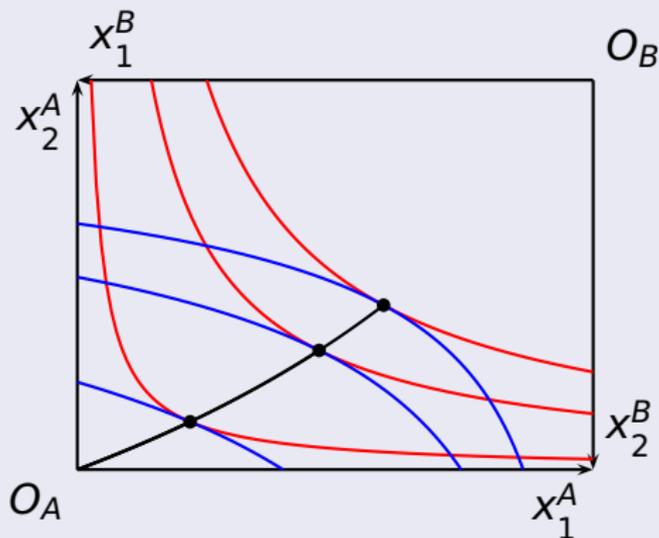
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



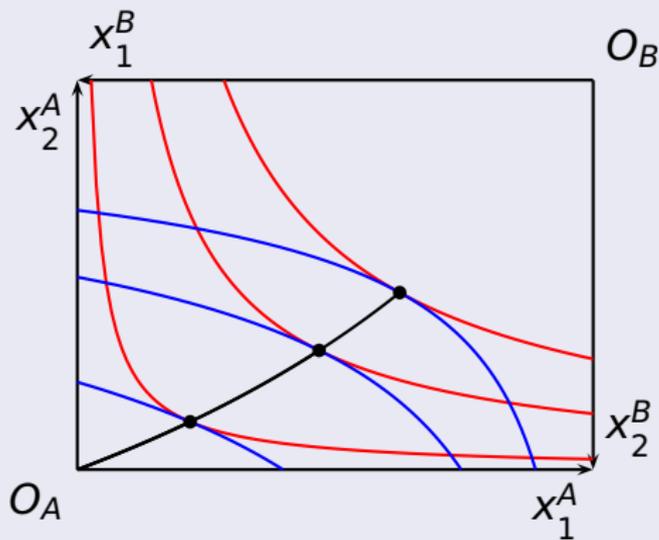
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



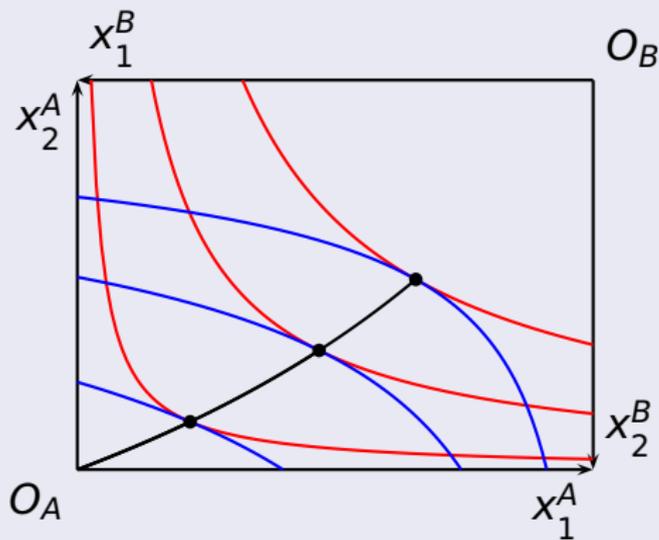
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



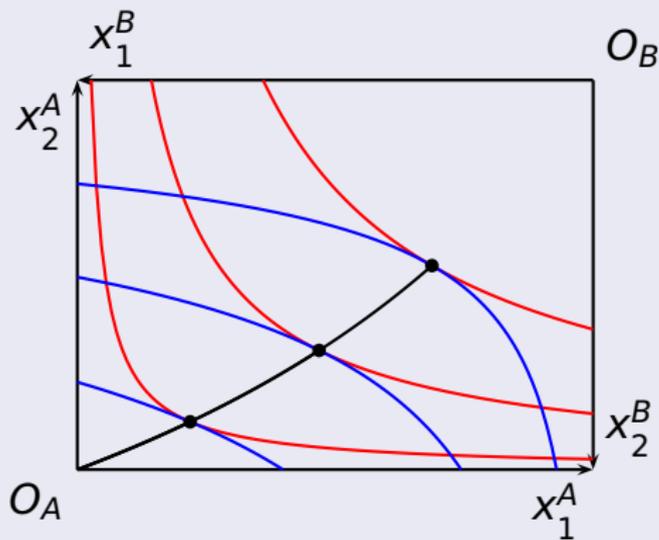
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



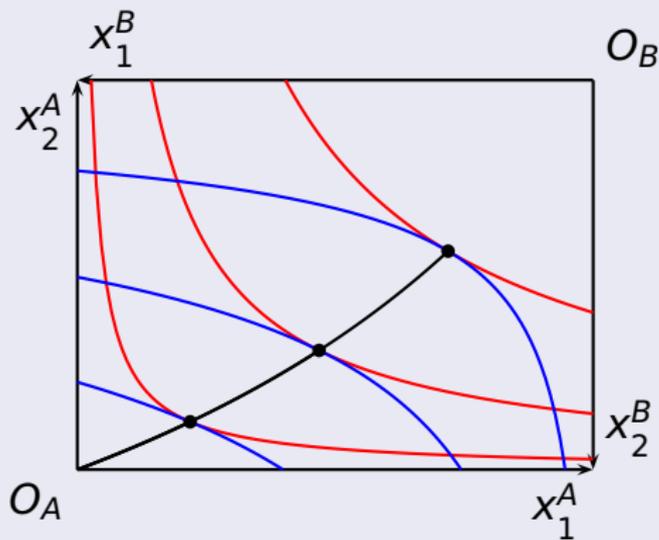
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



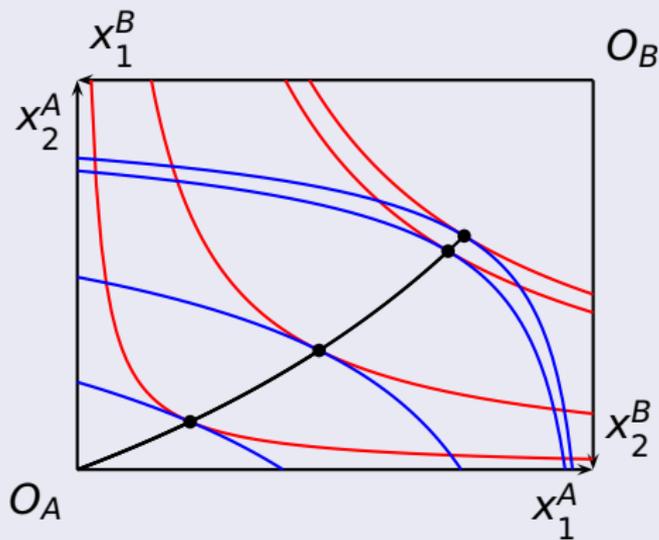
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



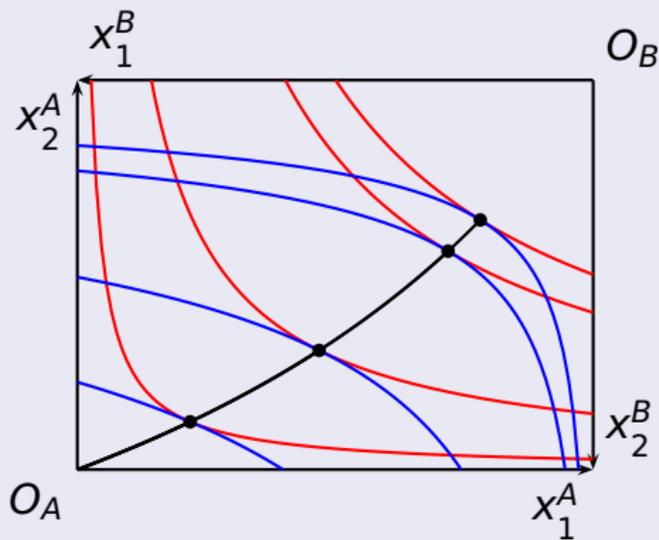
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



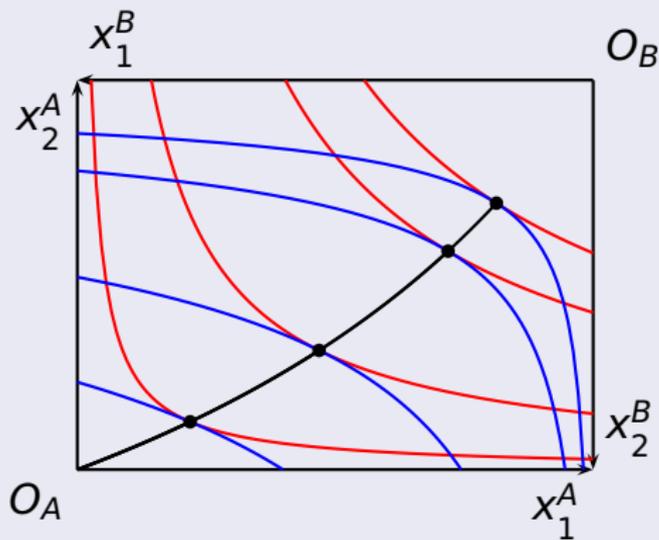
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



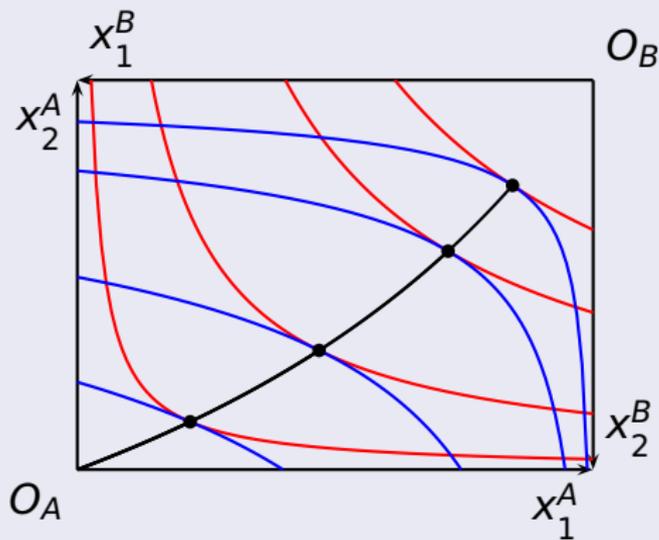
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



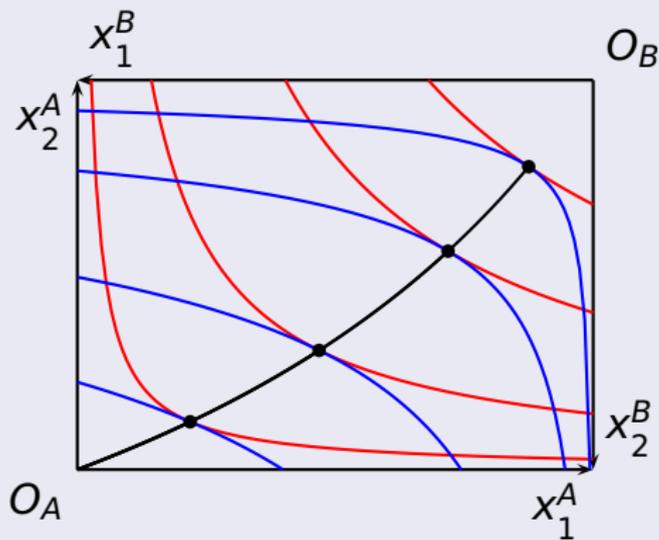
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



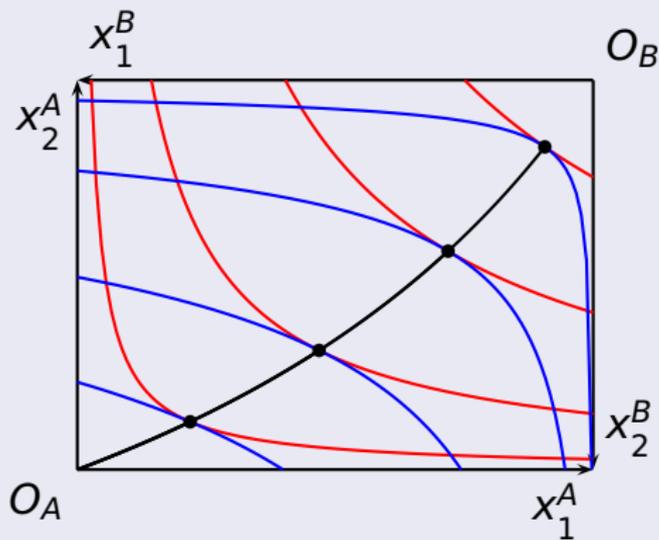
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



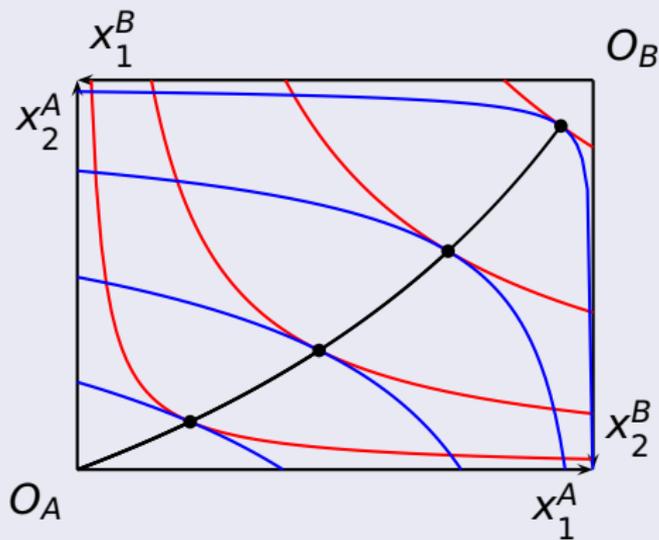
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



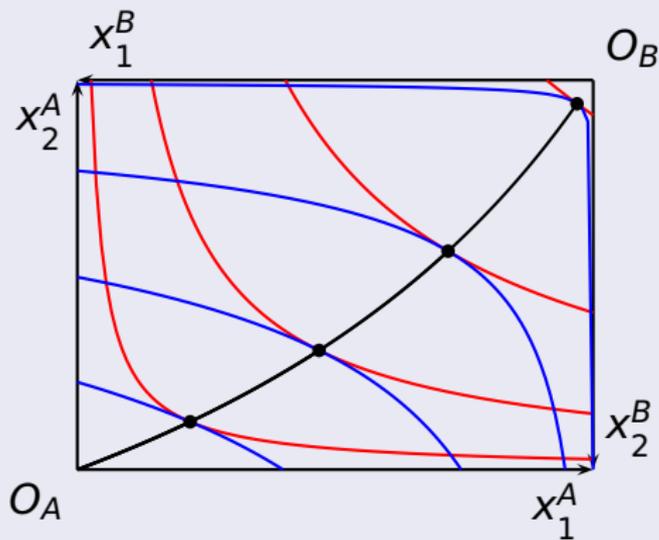
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



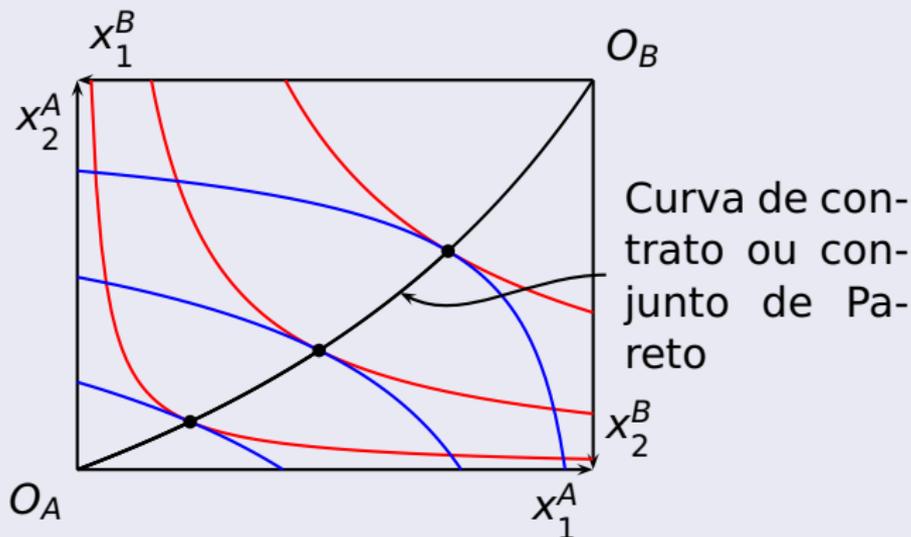
# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



# Análise de eficiência

## O conjunto de Pareto



# Sumário

- 1 Estrutura do modelo
- 2 Eficiência
- 3 Concorrência perfeita**
  - Demanda
  - Lei de Walras
  - Equilíbrio
  - Existência do equilíbrio
  - Os dois teoremas do bem estar social
- 4 Monopólio em equilíbrio geral
  - Monopólio ordinário
  - Discriminação perfeita

# Demanda bruta

As demandas brutas pelos bens 1 e 2 por parte dos consumidores  $A$  e  $B$  são, respectivamente

$$\begin{aligned} x_1^A(p_1, p_2, p_1\omega_1^A + p_2\omega_2^A) & , \quad x_2^A(p_1, p_2, p_1\omega_1^A + p_2\omega_2^A) \\ x_1^B(p_1, p_2, p_1\omega_1^B + p_2\omega_2^B) & \text{ e } \quad x_2^B(p_1, p_2, p_1\omega_1^B + p_2\omega_2^B) \end{aligned}$$

# Demandas líquidas

As **demandas líquidas** ou os **excessos de demanda** pelos bens 1 e 2 por parte dos consumidores *A* e *B* são, respectivamente

$$e_1^A(p_1, p_2, \omega_1^A, \omega_2^A) = x_1^A(p_1, p_2, p_1\omega_1^A + p_2\omega_2^A) - \omega_1^A$$

$$e_2^A(p_1, p_2, \omega_1^A, \omega_2^A) = x_2^A(p_1, p_2, p_1\omega_1^A + p_2\omega_2^A) - \omega_2^A$$

$$e_1^B(p_1, p_2, \omega_1^B, \omega_2^B) = x_1^B(p_1, p_2, p_1\omega_1^B + p_2\omega_2^B) - \omega_1^B$$

$$e_2^B(p_1, p_2, \omega_1^B, \omega_2^B) = x_2^B(p_1, p_2, p_1\omega_1^B + p_2\omega_2^B) - \omega_2^B$$

## Observação

Para simplificar a notação, omitiremos as dotações iniciais dos argumentos das funções de demanda e de excesso de demanda, visto que suporemos que essas dotações permanecerão inalteradas.

# Excessos de demanda agregados

Os excessos de demanda agregados pelos bens 1 e 2 são dados pelas funções

$$z_1(p_1, p_2) = e_1^A(p_1, p_2) + e_1^B(p_1, p_2)$$

# Excessos de demanda agregados

Os excessos de demanda agregados pelos bens 1 e 2 são dados pelas funções

$$\begin{aligned}z_1(p_1, p_2) &= e_1^A(p_1, p_2) + e_1^B(p_1, p_2) \\ &= x_1^A(p_1, p_2) + x_1^B(p_1, p_2) - \omega_1\end{aligned}$$

e

# Excessos de demanda agregados

Os excessos de demanda agregados pelos bens 1 e 2 são dados pelas funções

$$\begin{aligned}z_1(p_1, p_2) &= e_1^A(p_1, p_2) + e_1^B(p_1, p_2) \\ &= x_1^A(p_1, p_2) + x_1^B(p_1, p_2) - \omega_1\end{aligned}$$

e

$$z_2(p_1, p_2) = e_2^A(p_1, p_2) + e_2^B(p_1, p_2)$$

# Excessos de demanda agregados

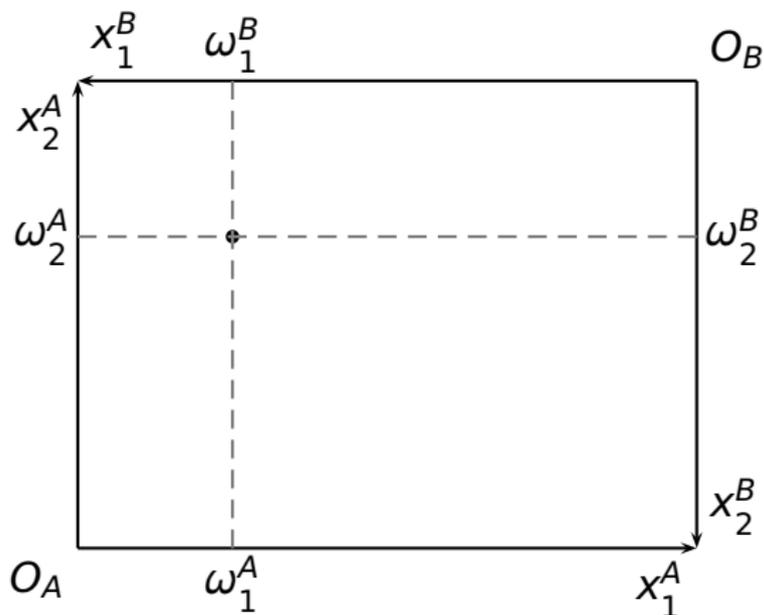
Os excessos de demanda agregados pelos bens 1 e 2 são dados pelas funções

$$\begin{aligned}z_1(p_1, p_2) &= e_1^A(p_1, p_2) + e_1^B(p_1, p_2) \\ &= x_1^A(p_1, p_2) + x_1^B(p_1, p_2) - \omega_1\end{aligned}$$

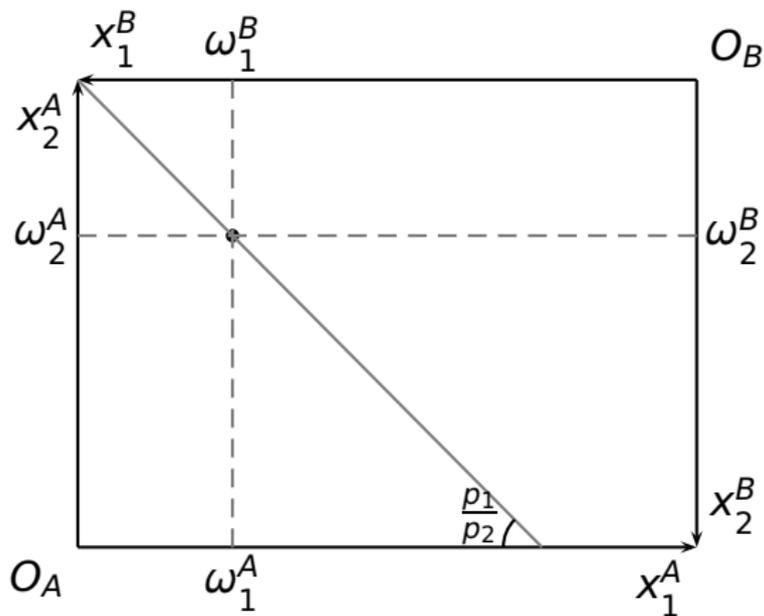
e

$$\begin{aligned}z_2(p_1, p_2) &= e_2^A(p_1, p_2) + e_2^B(p_1, p_2) \\ &= x_2^A(p_1, p_2) + x_2^B(p_1, p_2) - \omega_2\end{aligned}$$

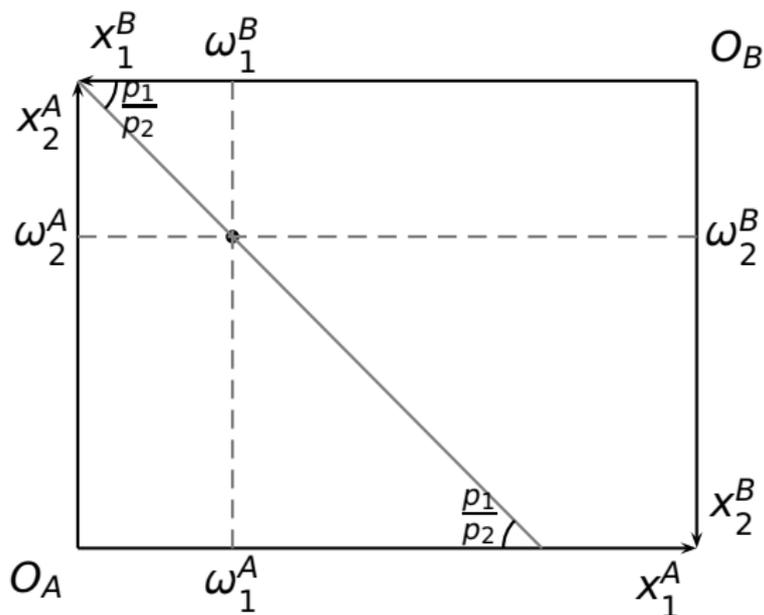
# Demandas na caixa de Edgeworth



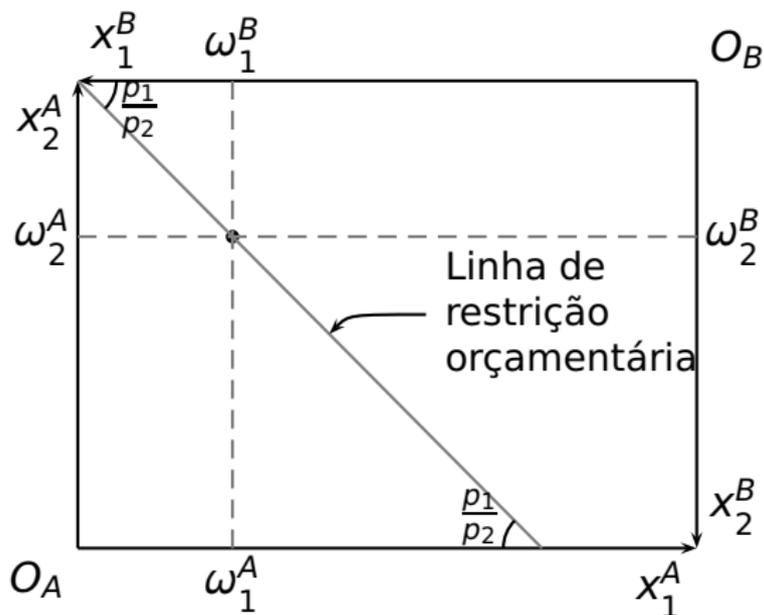
# Demandas na caixa de Edgeworth



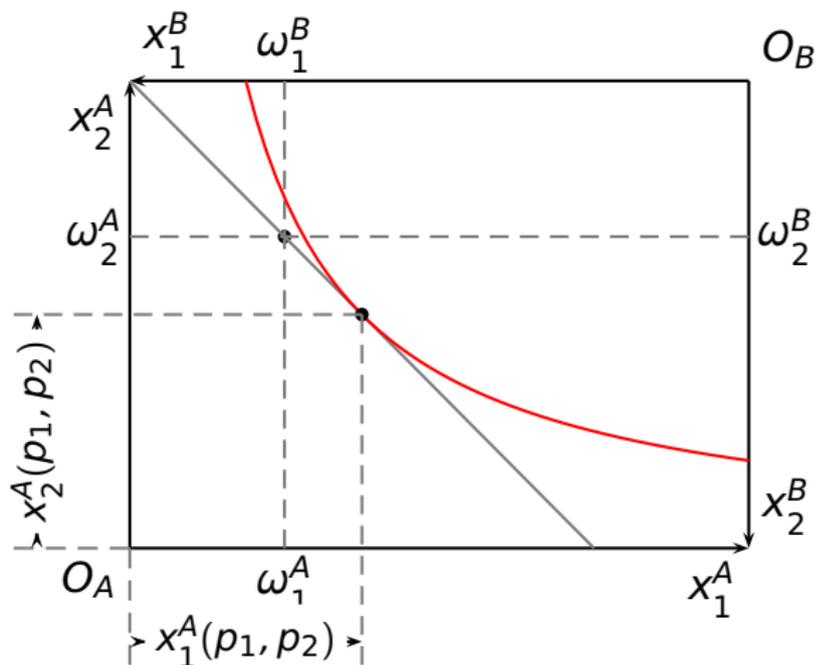
# Demandas na caixa de Edgeworth



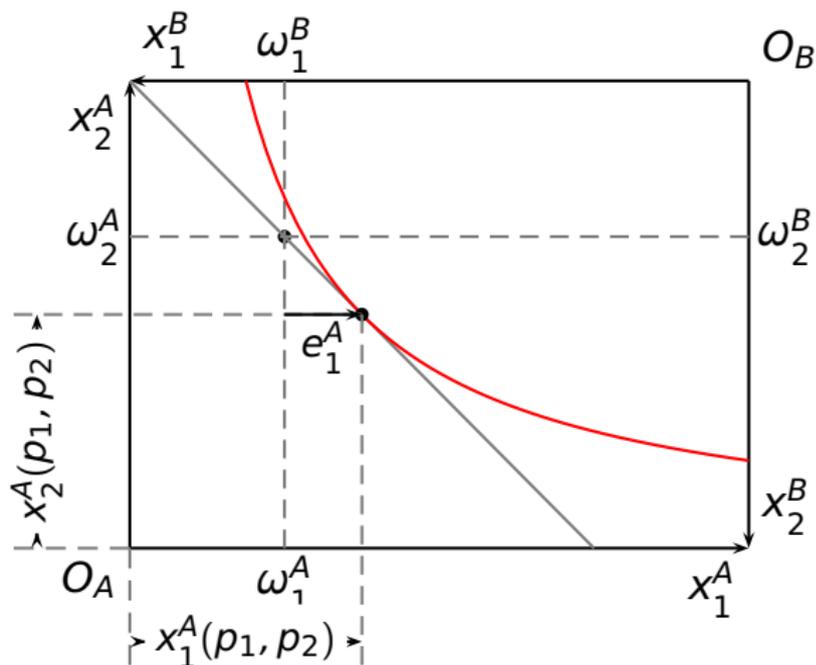
# Demandas na caixa de Edgeworth



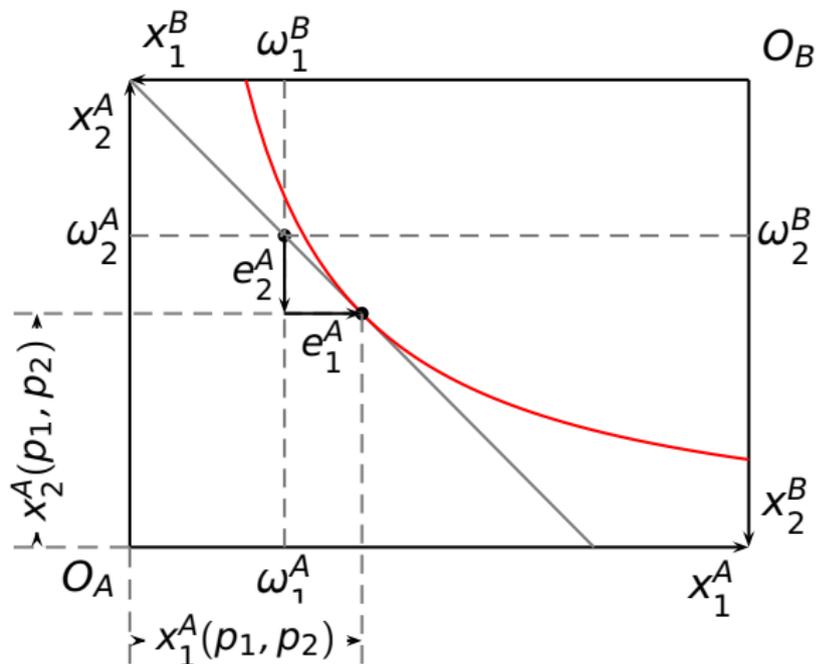
# Demandas na caixa de Edgeworth



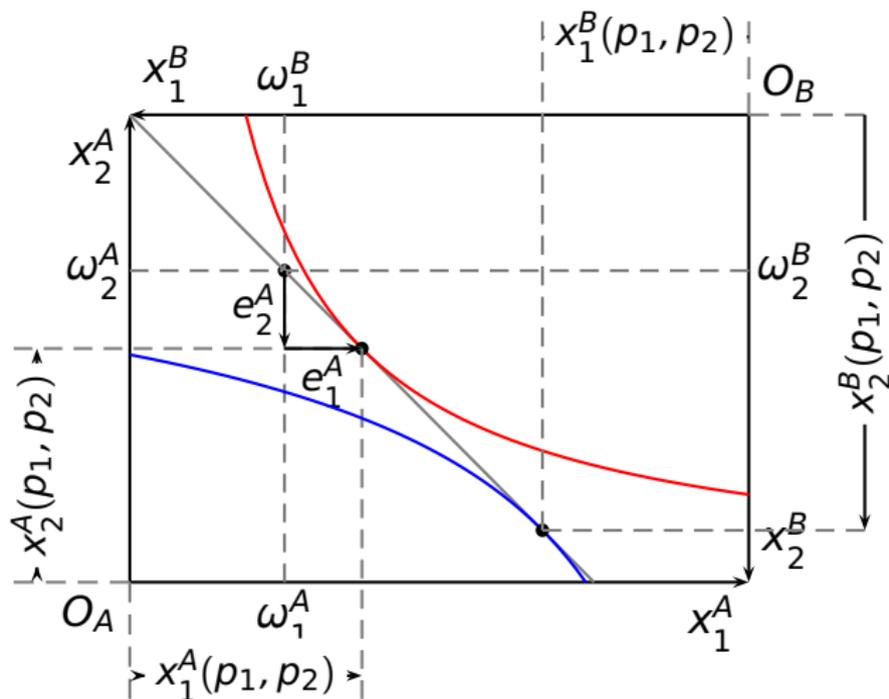
# Demandas na caixa de Edgeworth



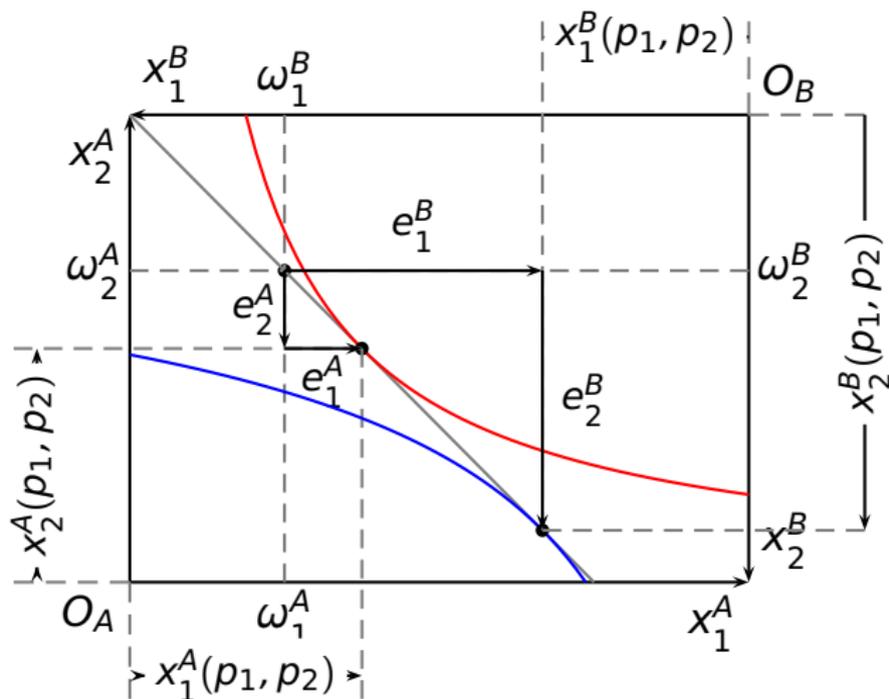
# Demandas na caixa de Edgeworth



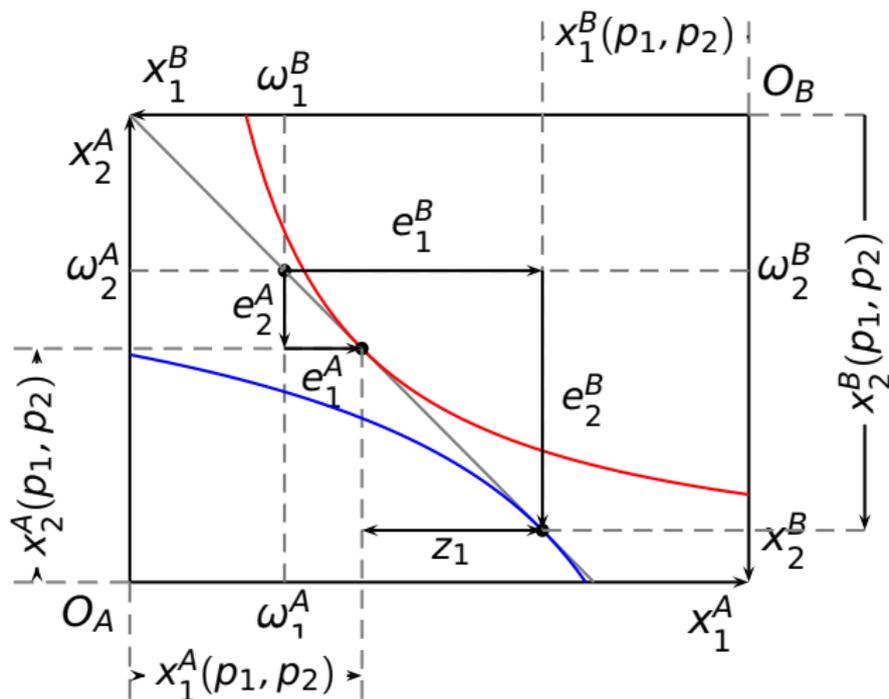
# Demandas na caixa de Edgeworth



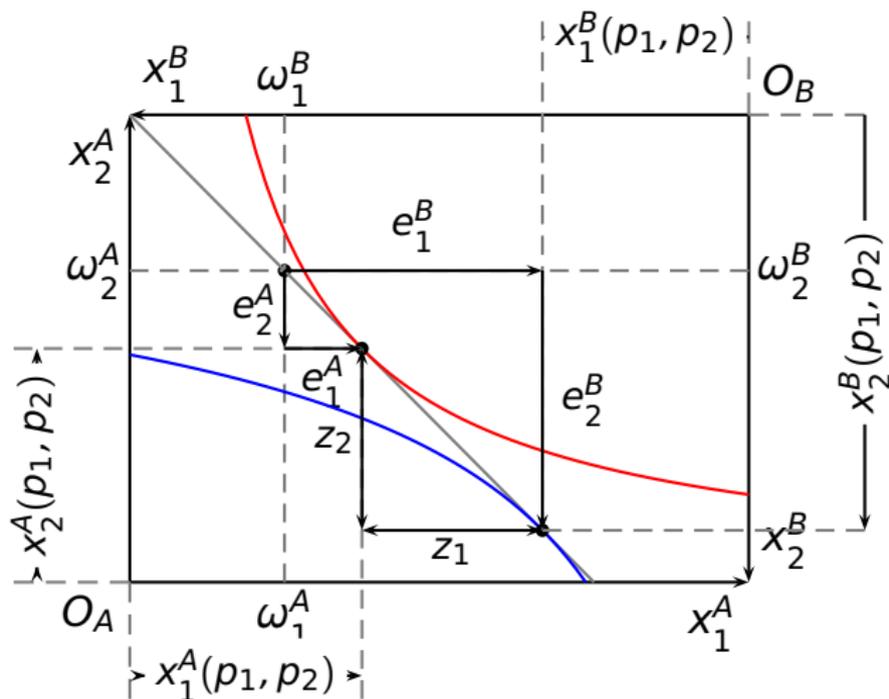
# Demandas na caixa de Edgeworth



# Demandas na caixa de Edgeworth



# Demandas na caixa de Edgeworth



# Lei de Walras

## Enunciado

Caso os consumidores apresentem preferências monotônicas, então, para quaisquer  $p_1 > 0$  e  $p_2 > 0$ , teremos

$$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) = 0$$

# Lei de Walras

## Prova

Da hipótese de monotonicidade das preferências sabemos que

$$p_1 x_1^A(p_1, p_2) + p_2 x_2^A(p_1, p_2) = p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A \quad e$$

$$p_1 x_1^B(p_1, p_2) + p_2 x_2^B(p_1, p_2) = p_1 \omega_1^B + p_2 \omega_2^B$$

# Lei de Walras

## Prova

Da hipótese de monotonicidade das preferências sabemos que

$$p_1 x_1^A(p_1, p_2) + p_2 x_2^A(p_1, p_2) = p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A \quad e$$

$$p_1 x_1^B(p_1, p_2) + p_2 x_2^B(p_1, p_2) = p_1 \omega_1^B + p_2 \omega_2^B$$

O que equivale a

$$p_1 e_1^A(p_1, p_2) + p_2 e_2^A(p_1, p_2) = 0 \quad e$$

$$p_1 e_1^B(p_1, p_2) + p_2 e_2^B(p_1, p_2) = 0$$

# Lei de Walras

## Prova

Da hipótese de monotonicidade das preferências sabemos que

$$p_1 x_1^A(p_1, p_2) + p_2 x_2^A(p_1, p_2) = p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A \quad e$$

$$p_1 x_1^B(p_1, p_2) + p_2 x_2^B(p_1, p_2) = p_1 \omega_1^B + p_2 \omega_2^B$$

O que equivale a

$$p_1 e_1^A(p_1, p_2) + p_2 e_2^A(p_1, p_2) = 0 \quad e$$

$$p_1 e_1^B(p_1, p_2) + p_2 e_2^B(p_1, p_2) = 0$$

Somando as duas igualdades, obtemos

$$p_1(e_1^A(p_1, p_2) + e_1^B(p_1, p_2)) \\ + p_2(e_2^A(p_1, p_2) + e_2^B(p_1, p_2)) = 0$$

# Lei de Walras

## Prova

Da hipótese de monotonicidade das preferências sabemos que

$$p_1 x_1^A(p_1, p_2) + p_2 x_2^A(p_1, p_2) = p_1 \omega_1^A + p_2 \omega_2^A \quad e$$

$$p_1 x_1^B(p_1, p_2) + p_2 x_2^B(p_1, p_2) = p_1 \omega_1^B + p_2 \omega_2^B$$

O que equivale a

$$p_1 e_1^A(p_1, p_2) + p_2 e_2^A(p_1, p_2) = 0 \quad e$$

$$p_1 e_1^B(p_1, p_2) + p_2 e_2^B(p_1, p_2) = 0$$

Somando as duas igualdades, obtemos

$$p_1 (e_1^A(p_1, p_2) + e_1^B(p_1, p_2))$$

$$+ p_2 (e_2^A(p_1, p_2) + e_2^B(p_1, p_2)) = 0$$

$$\Rightarrow p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) = 0$$

# Equilíbrio

## Definição

Diz-se que uma economia de trocas encontra-se em **equilíbrio geral** quando, para cada bem dessa economia, a demanda bruta total é igual à dotação inicial. Ou, equivalentemente, no caso de uma economia com 2 consumidores e 2 bens,

$$\text{condição 1: } \begin{cases} x_1^A(p_1, p_2) + x_1^B(p_1, p_2) = \omega_1^A + \omega_1^B \\ x_2^A(p_1, p_2) + x_2^B(p_1, p_2) = \omega_2^A + \omega_2^B \end{cases}$$

# Equilíbrio

## Definição

Diz-se que uma economia de trocas encontra-se em **equilíbrio geral** quando, para cada bem dessa economia, a demanda bruta total é igual à dotação inicial. Ou, equivalentemente, no caso de uma economia com 2 consumidores e 2 bens,

$$\text{condição 1: } \begin{cases} x_1^A(p_1, p_2) + x_1^B(p_1, p_2) = \omega_1^A + \omega_1^B \\ x_2^A(p_1, p_2) + x_2^B(p_1, p_2) = \omega_2^A + \omega_2^B \end{cases}$$

$$\text{condição 2: } \begin{cases} e_1^A(p_1, p_2) + e_1^B(p_1, p_2) = 0 \\ e_2^A(p_1, p_2) + e_2^B(p_1, p_2) = 0 \end{cases}$$

# Equilíbrio

## Definição

Diz-se que uma economia de trocas encontra-se em **equilíbrio geral** quando, para cada bem dessa economia, a demanda bruta total é igual à dotação inicial. Ou, equivalentemente, no caso de uma economia com 2 consumidores e 2 bens,

$$\text{condição 1: } \begin{cases} x_1^A(p_1, p_2) + x_1^B(p_1, p_2) = \omega_1^A + \omega_1^B \\ x_2^A(p_1, p_2) + x_2^B(p_1, p_2) = \omega_2^A + \omega_2^B \end{cases}$$

$$\text{condição 2: } \begin{cases} e_1^A(p_1, p_2) + e_1^B(p_1, p_2) = 0 \\ e_2^A(p_1, p_2) + e_2^B(p_1, p_2) = 0 \end{cases}$$

$$\text{condição 3: } \begin{cases} z_1(p_1, p_2) = 0 \\ z_2(p_1, p_2) = 0 \end{cases}$$

# Equilíbrio

## Definição

Diz-se que uma economia de trocas encontra-se em **equilíbrio geral** quando, para cada bem dessa economia, a demanda bruta total é igual à dotação inicial. Ou, equivalentemente, no caso de uma economia com 2 consumidores e 2 bens,

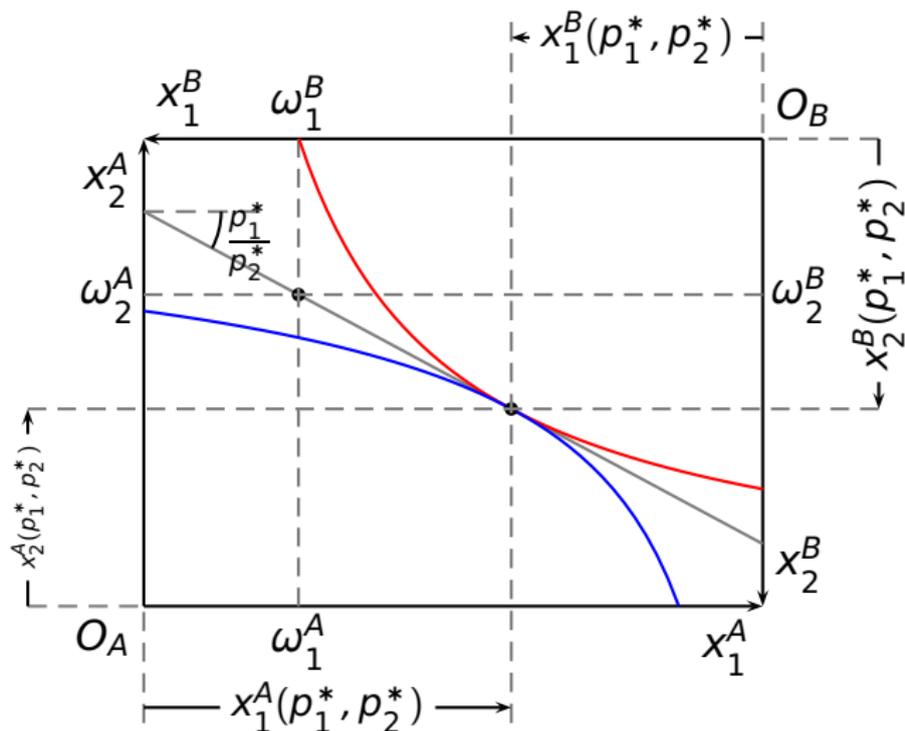
$$\text{condição 1: } \begin{cases} x_1^A(p_1, p_2) + x_1^B(p_1, p_2) = \omega_1^A + \omega_1^B \\ x_2^A(p_1, p_2) + x_2^B(p_1, p_2) = \omega_2^A + \omega_2^B \end{cases}$$

$$\text{condição 2: } \begin{cases} e_1^A(p_1, p_2) + e_1^B(p_1, p_2) = 0 \\ e_2^A(p_1, p_2) + e_2^B(p_1, p_2) = 0 \end{cases}$$

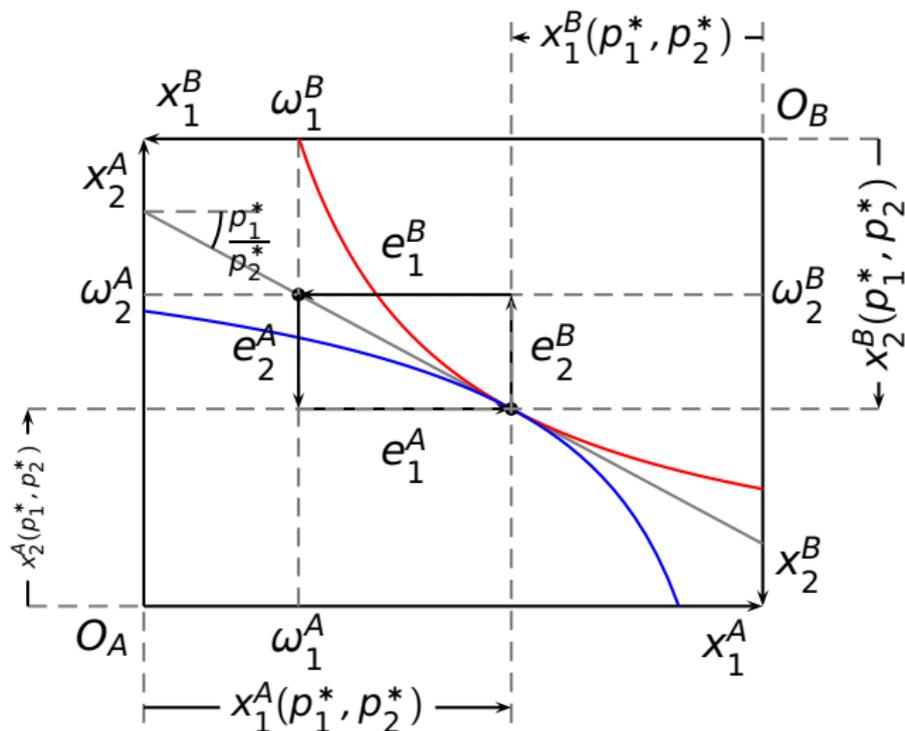
$$\text{condição 3: } \begin{cases} z_1(p_1, p_2) = 0 \\ z_2(p_1, p_2) = 0 \end{cases}$$

Os preços  $p_1$  e  $p_2$  que garantem as condições acima são chamados **preços de equilíbrio**.

# Equilíbrio na caixa de Edgeworth



# Equilíbrio na caixa de Edgeworth



# Observação

- Como as funções de demanda são homogêneas de grau zero em relação aos preços temos que, caso as condições de equilíbrio sejam obtidas aos preços  $p_1^*$  e  $p_2^*$ , elas também serão obtidas aos preços  $\alpha p_1^*$  e  $\alpha p_2^*$  para qualquer  $\alpha > 0$ .

# Observação

- Como as funções de demanda são homogêneas de grau zero em relação aos preços temos que, caso as condições de equilíbrio sejam obtidas aos preços  $p_1^*$  e  $p_2^*$ , elas também serão obtidas aos preços  $\alpha p_1^*$  e  $\alpha p_2^*$  para qualquer  $\alpha > 0$ .
- Em particular, pode ser interessante tomar  $\alpha = \frac{1}{p_2^*}$ , de modo a expressar os preços em termos do preço relativo do bem 1 em relação ao bem 2.

# Observação

- Como as funções de demanda são homogêneas de grau zero em relação aos preços temos que, caso as condições de equilíbrio sejam obtidas aos preços  $p_1^*$  e  $p_2^*$ , elas também serão obtidas aos preços  $\alpha p_1^*$  e  $\alpha p_2^*$  para qualquer  $\alpha > 0$ .
- Em particular, pode ser interessante tomar  $\alpha = \frac{1}{p_2^*}$ , de modo a expressar os preços em termos do preço relativo do bem 1 em relação ao bem 2.
- Da lei de Walras segue que o sistema de equações formados pelas condições de equilíbrio possui um grau de indeterminação, pois uma das equações é uma combinação linear das outras. Desse modo, se  $n - 1$  mercados estão em equilíbrio, o  $n$ -ésimo mercado também estará.

# Exemplo:

Considere um modelo de equilíbrio geral de trocas puras com dois indivíduos:  $A$  e  $B$ , e dois bens:  $x$  e  $y$ . São dotações iniciais de  $A$ :  $x = 10$  e  $y = 2, 5$ ; e dotações iniciais de  $B$ :  $x = 10$  e  $y = 20$ . As funções utilidade de  $A$  e  $B$  são:  
 $U_A(x, y) = 2x^{0,2}y^{0,3}$  e  $U_B(x, y) = 3x^{0,5}y^{4,5}$ , respectivamente. Se fixarmos o preço do bem  $x$  em 1 unidade monetária, qual será o preço do bem  $y$  no equilíbrio competitivo?

# Solução:

As funções de demanda pelo bem  $x$  são<sup>1</sup>

$$x_A(1, p) = \frac{2}{5}(10 + 2.5p) \quad \text{e} \quad x_B(1, p) = \frac{1}{10}(10 + 20p)$$

---

<sup>1</sup>Lembre-se da fórmula para a função de demanda para uma utilidade Cobb-Douglas

## Solução:

As funções de demanda pelo bem  $x$  são<sup>1</sup>

$$x_A(1, p) = \frac{2}{5}(10 + 2.5p) \quad \text{e} \quad x_B(1, p) = \frac{1}{10}(10 + 20p)$$

A condição de equilíbrio no mercado do bem  $x$  é.

$$x_A(1, p) + x_B(1, p) = 20$$

# Solução:

As funções de demanda pelo bem  $x$  são<sup>1</sup>

$$x_A(1, p) = \frac{2}{5}(10 + 2.5p) \quad \text{e} \quad x_B(1, p) = \frac{1}{10}(10 + 20p)$$

A condição de equilíbrio no mercado do bem  $x$  é.

$$x_A(1, p) + x_B(1, p) = 20$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}(10 + 2.5p) + \frac{1}{10}(10 + 20p) = 20$$

---

<sup>1</sup>Lembre-se da fórmula para a função de demanda para uma utilidade Cobb-Douglas

## Solução:

As funções de demanda pelo bem  $x$  são<sup>1</sup>

$$x_A(1, p) = \frac{2}{5}(10 + 2.5p) \quad \text{e} \quad x_B(1, p) = \frac{1}{10}(10 + 20p)$$

A condição de equilíbrio no mercado do bem  $x$  é.

$$x_A(1, p) + x_B(1, p) = 20$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}(10 + 2.5p) + \frac{1}{10}(10 + 20p) = 20$$

Resolvendo para  $p$  obtemos

$$p = 5$$

---

<sup>1</sup>Lembre-se da fórmula para a função de demanda para uma utilidade Cobb-Douglas

## Solução (b):

Pela identidade de Walras, sabemos que, se o mercado do bem  $x$  está em equilíbrio quando o preço relativo do bem  $y$  é 2, o mercado do bem  $y$  também deve estar em equilíbrio. Apenas para checar, verifiquemos a condição de equilíbrio nesse mercado:

## Solução (b):

Pela identidade de Walras, sabemos que, se o mercado do bem  $x$  está em equilíbrio quando o preço relativo do bem  $y$  é 2, o mercado do bem  $y$  também deve estar em equilíbrio. Apenas para checar, verifiquemos a condição de equilíbrio nesse mercado:

$$\underbrace{\frac{3}{5} \frac{10 + 2,5p}{p}}_{y_A(1,p)} + \underbrace{\frac{9}{10} \frac{10 + 20p}{p}}_{y_B(1,p)} = 20$$

## Solução (b):

Pela identidade de Walras, sabemos que, se o mercado do bem  $x$  está em equilíbrio quando o preço relativo do bem  $y$  é 2, o mercado do bem  $y$  também deve estar em equilíbrio. Apenas para checar, verifiquemos a condição de equilíbrio nesse mercado:

$$\underbrace{\frac{3}{5} \frac{10 + 2,5p}{p}}_{y_A(1,p)} + \underbrace{\frac{9}{10} \frac{10 + 20p}{p}}_{y_B(1,p)} = 20$$

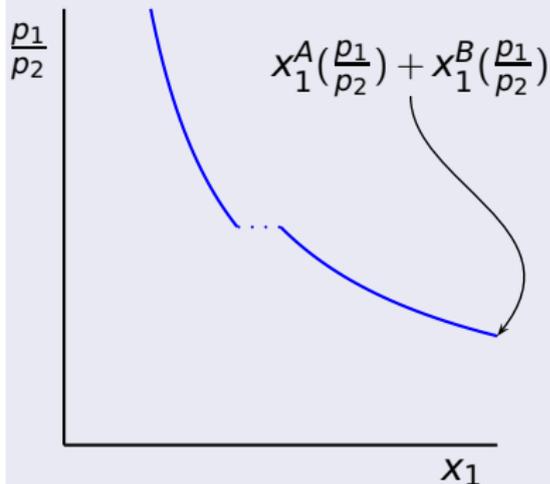
Resolvendo essa equação para  $p$ , obtemos

$$p = 5$$

# Existência do equilíbrio

A importância de demandas contínuas

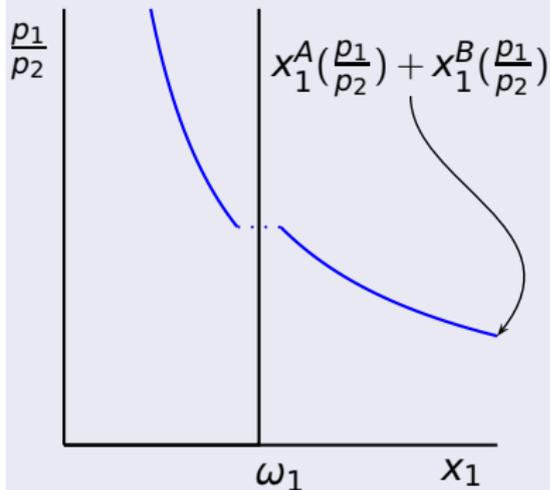
## Um caso de ausência de equilíbrio



# Existência do equilíbrio

A importância de demandas contínuas

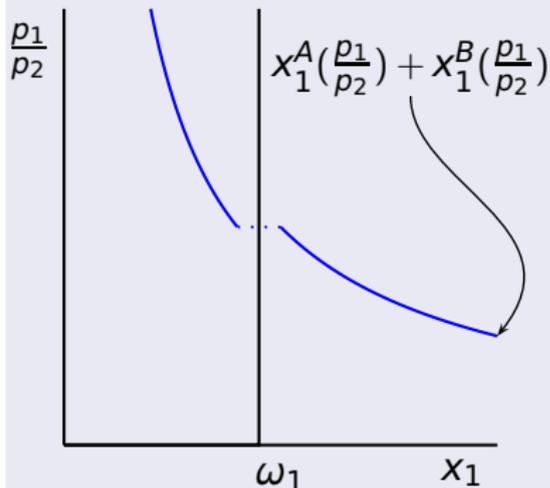
## Um caso de ausência de equilíbrio



# Existência do equilíbrio

A importância de demandas contínuas

## Um caso de ausência de equilíbrio



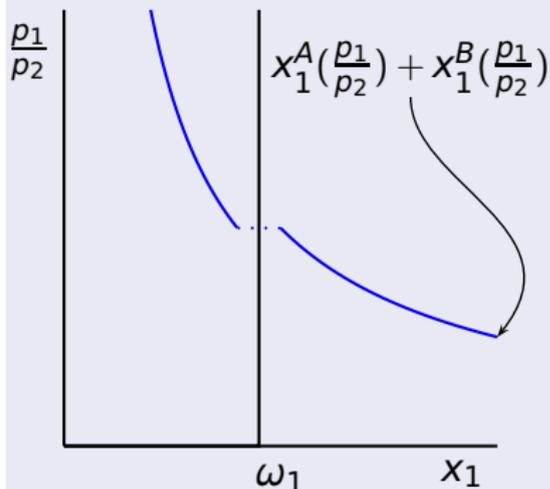
## Hipóteses que garantem continuidade da demanda

- As preferências são convexas

# Existência do equilíbrio

A importância de demandas contínuas

## Um caso de ausência de equilíbrio



## Hipóteses que garantem continuidade da demanda

- As preferências são convexas
- Os consumidores são infinitamente pequenos e diferenciados.

# Os teoremas do bem-estar social

## Primeiro Teorema do Bem-Estar Social

Todo o equilíbrio geral competitivo é eficiente no sentido de Pareto.

# Os teoremas do bem-estar social

## Primeiro Teorema do Bem-Estar Social

Todo o equilíbrio geral competitivo é eficiente no sentido de Pareto.

## Segundo Teorema do Bem-Estar Social

Desde que as preferências sejam convexas, toda alocação eficiente é uma alocação de equilíbrio para uma redistribuição adequada das dotações iniciais.

# Sumário

- 1 Estrutura do modelo
- 2 Eficiência
- 3 Concorrência perfeita
  - Demanda
  - Lei de Walras
  - Equilíbrio
  - Existência do equilíbrio
  - Os dois teoremas do bem estar social
- 4 **Monopólio em equilíbrio geral**
  - Monopólio ordinário
  - Discriminação perfeita

# Monopólio ordinário

## Regras do jogo

Suponha que a dotação de consumo da economia seja definida através do seguinte jogo

- 1 O consumidor A propõem um preço relativo  $p = p_1/p_2$ .

# Monopólio ordinário

## Regras do jogo

Suponha que a dotação de consumo da economia seja definida através do seguinte jogo

- 1 O consumidor  $A$  propõem um preço relativo  $p = p_1/p_2$ .
- 2 O consumidor  $B$  define suas demandas respeitando sua dotação inicial e o preço relativo anunciado.

# Monopólio ordinário

## Regras do jogo

Suponha que a dotação de consumo da economia seja definida através do seguinte jogo

- 1 O consumidor  $A$  propõem um preço relativo  $p = p_1/p_2$ .
- 2 O consumidor  $B$  define suas demandas respeitando sua dotação inicial e o preço relativo anunciado.
- 3 O consumidor  $A$  realiza trocas de modo a satisfazer as demandas definidas por  $B$ .

# Monopólio ordinário

## Regras do jogo

Suponha que a dotação de consumo da economia seja definida através do seguinte jogo

- 1 O consumidor  $A$  propõem um preço relativo  $p = p_1/p_2$ .
- 2 O consumidor  $B$  define suas demandas respeitando sua dotação inicial e o preço relativo anunciado.
- 3 O consumidor  $A$  realiza trocas de modo a satisfazer as demandas definidas por  $B$ .

## A reação de $B$

A função de reação de  $B$  é simplesmente o par de suas funções de demanda  $(x_1^B(p), x_2^B(p))$

# Monopólio ordinário

## Preço do monopolista

A deve escolher  $p$  de modo a maximizar

$$U^A(x_1^A, x_2^A)$$

sabendo que

$$x_1^A = \omega_1 - x_1^B(p) \quad \text{e} \quad x_2^A = \omega_2 - x_2^B(p)$$

# Monopólio ordinário

## Preço do monopolista

A deve escolher  $p$  de modo a maximizar

$$U^A(x_1^A, x_2^A)$$

sabendo que

$$x_1^A = \omega_1 - x_1^B(p) \quad \text{e} \quad x_2^A = \omega_2 - x_2^B(p)$$

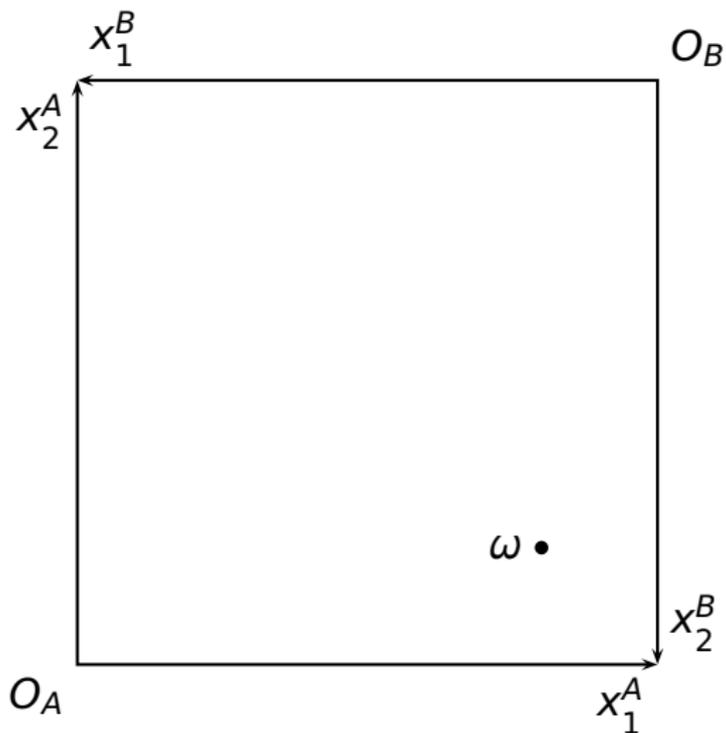
Substituindo essa restrição na função objetivo e igualando a primeira derivada a zero, encontramos a seguinte condição de ótimo:

$$|TMS_A| = \frac{UMg_1^A}{UMg_2^A} = - \frac{\frac{dx_2^B(p)}{dp}}{\frac{dx_1^B(p)}{dp}}$$

inclinação da curva de preço consumo

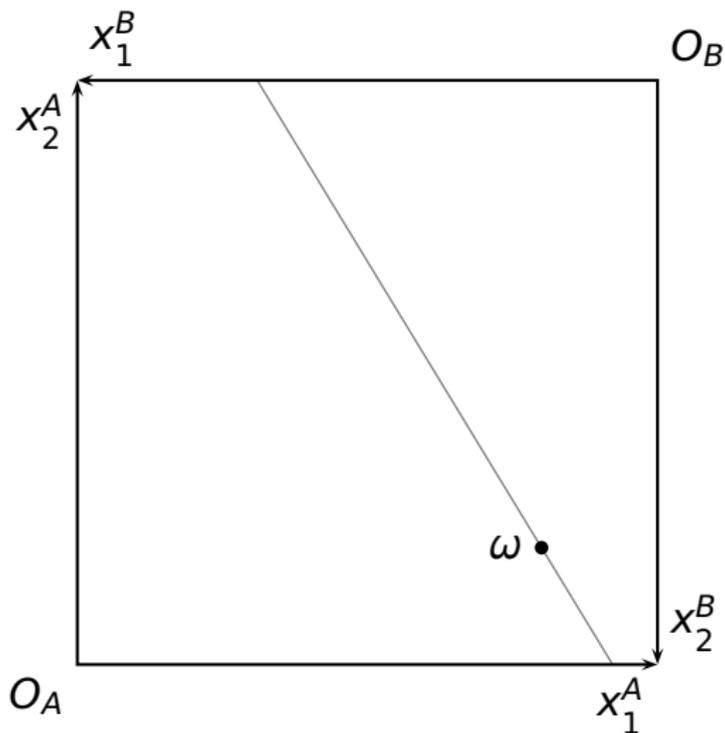
# Monopolista ordinário

## Solução gráfica



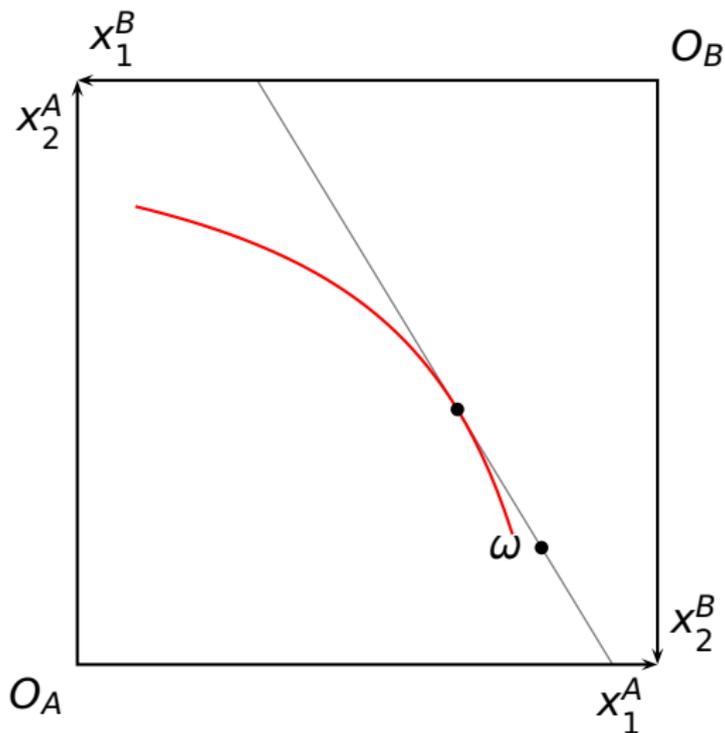
# Monopolista ordinário

## Solução gráfica



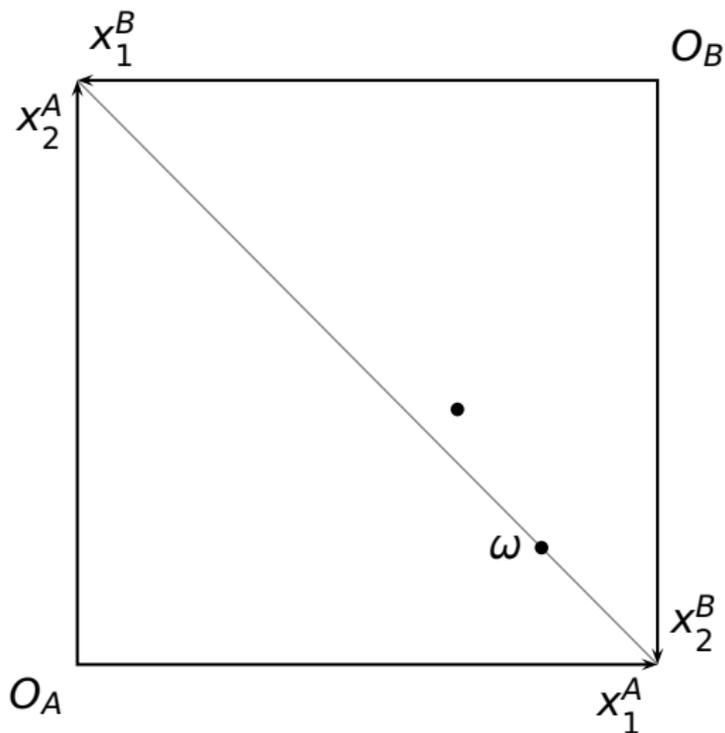
# Monopolista ordinário

## Solução gráfica



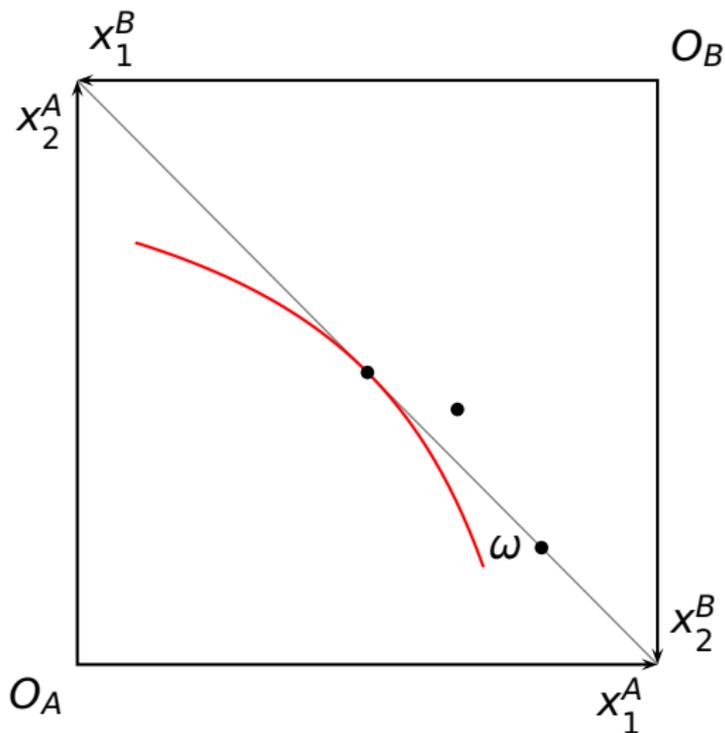
# Monopolista ordinário

## Solução gráfica



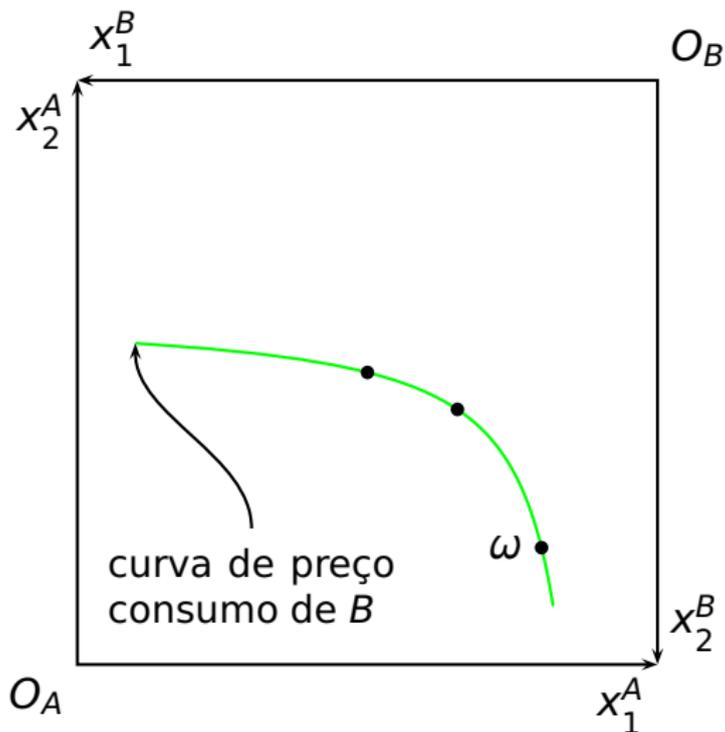
# Monopolista ordinário

## Solução gráfica



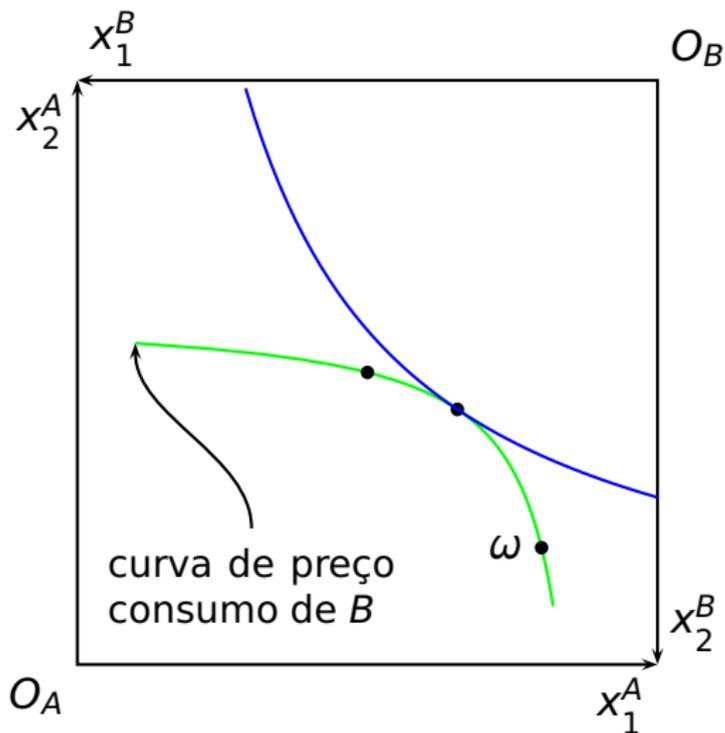
# Monopolista ordinário

## Solução gráfica



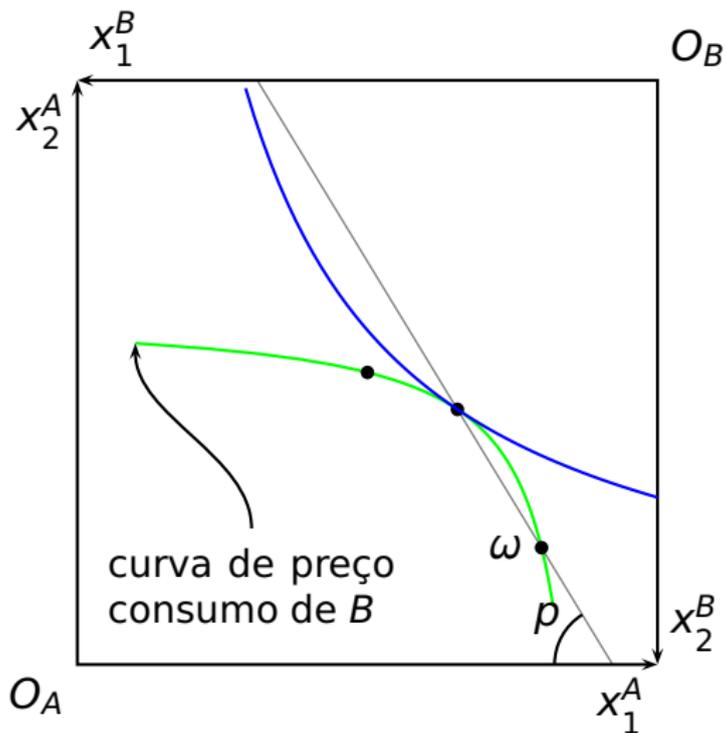
# Monopolista ordinário

## Solução gráfica



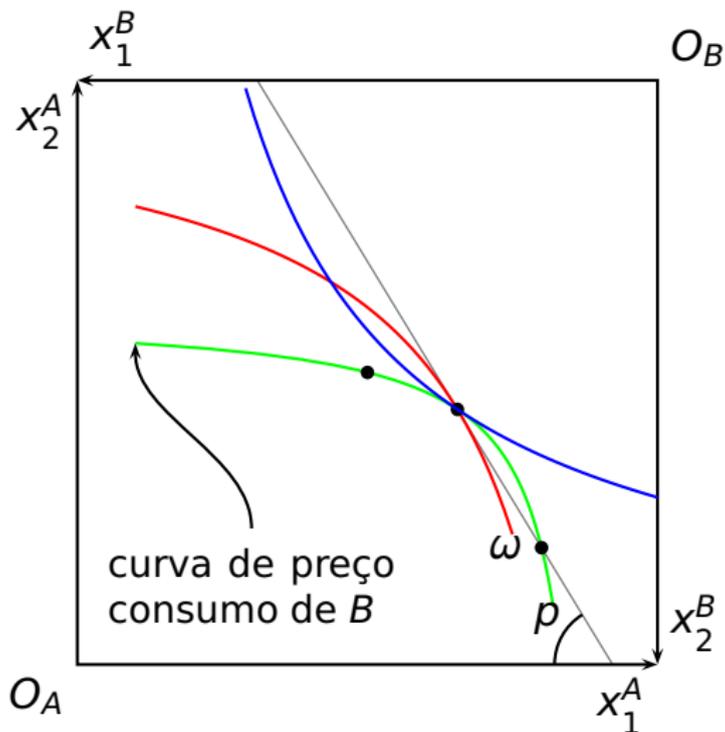
# Monopolista ordinário

## Solução gráfica



# Monopolista ordinário

## Solução gráfica



# Monopolista ordinário

## Exemplo

- $\omega_1^A = 8, \omega_2^A = 2, \omega_1^B = 2, \omega_2^B = 8$
- $U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A, U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$

# Monopolista ordinário

## Exemplo

- $\omega_1^A = 8, \omega_2^A = 2, \omega_1^B = 2, \omega_2^B = 8$
- $U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A, U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$

Qual o preço de monopólio?

# Monopolista ordinário

## Exemplo

- $\omega_1^A = 8, \omega_2^A = 2, \omega_1^B = 2, \omega_2^B = 8$
- $U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A, U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$

Qual o preço de monopólio?

Resposta:

$$\frac{p_1}{p_2} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$$

# Discriminação perfeita na caixa de Edgeworth

Suponha agora que as regras para a definição da alocação de consumo sejam

- 1 O consumidor  $A$  propõem uma alocação factível.

# Discriminação perfeita na caixa de Edgeworth

Suponha agora que as regras para a definição da alocação de consumo sejam

- 1 O consumidor  $A$  propõem uma alocação factível.
- 2 O consumidor  $B$  aceita ou rejeita essa alocação.

# Discriminação perfeita na caixa de Edgeworth

Suponha agora que as regras para a definição da alocação de consumo sejam

- 1 O consumidor  $A$  propõem uma alocação factível.
- 2 O consumidor  $B$  aceita ou rejeita essa alocação.
- 3 Se  $B$  rejeita a alocação proposta por  $A$ , a alocação final de consumo será igual à distribuição das dotações iniciais.

# Discriminação perfeita na caixa de Edgeworth

Suponha agora que as regras para a definição da alocação de consumo sejam

- 1 O consumidor  $A$  propõem uma alocação factível.
- 2 O consumidor  $B$  aceita ou rejeita essa alocação.
- 3 Se  $B$  rejeita a alocação proposta por  $A$ , a alocação final de consumo será igual à distribuição das dotações iniciais.
- 4 Se  $B$  aceita, a alocação final de consumo será a alocação proposta por  $A$ .

# Discriminação perfeita

## Solução

1  $B$  deve aceitar uma alocação  $(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B)$  desde que

$$U^B(x_1^B, x_2^B) \geq U^B(\omega_1^B, \omega_2^B) \quad (1)$$

# Discriminação perfeita

## Solução

- 1  $B$  deve aceitar uma alocação  $(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B)$  desde que

$$U^B(x_1^B, x_2^B) \geq U^B(\omega_1^B, \omega_2^B) \quad (1)$$

- 2 Com conseqüência,  $A$  deve propor uma alocação  $(\omega_1 - x_1^B, \omega_2 - x_2^B, x_1^B, x_2^B)$  que maximize sua função de utilidade  $U(\omega_1 - x_1^B)$  dada a restrição 1.

# Discriminação perfeita

## Solução

- 1  $B$  deve aceitar uma alocação  $(x_1^A, x_2^A, x_1^B, x_2^B)$  desde que

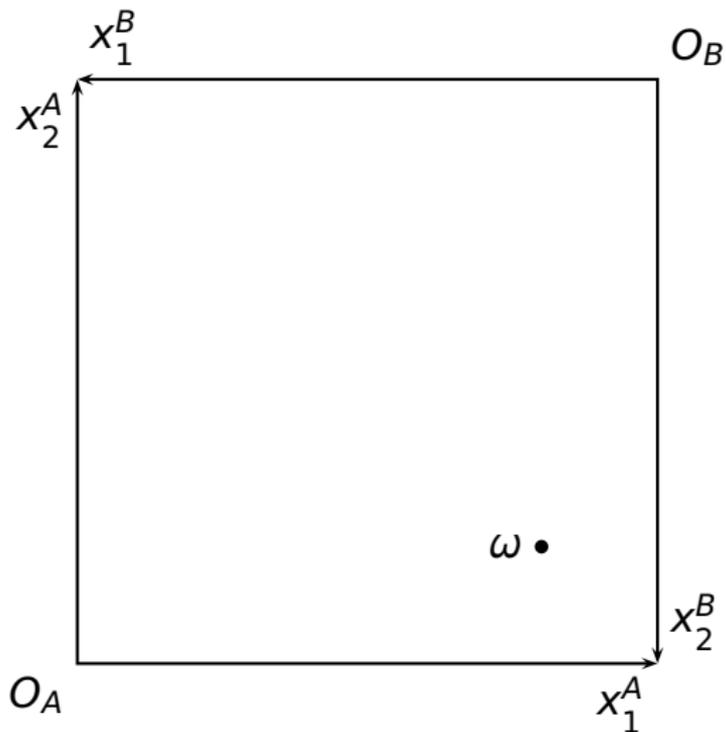
$$U^B(x_1^B, x_2^B) \geq U^B(\omega_1^B, \omega_2^B) \quad (1)$$

- 2 Com conseqüência,  $A$  deve propor uma alocação  $(\omega_1 - x_1^B, \omega_2 - x_2^B, x_1^B, x_2^B)$  que maximize sua função de utilidade  $U(\omega_1 - x_1^B)$  dada a restrição 1.
- 3 A condição de máximo de primeira ordem requer que

$$\frac{UMg_1^A}{UMg_2^A} = \frac{UMg_1^B}{UMg_2^B}$$

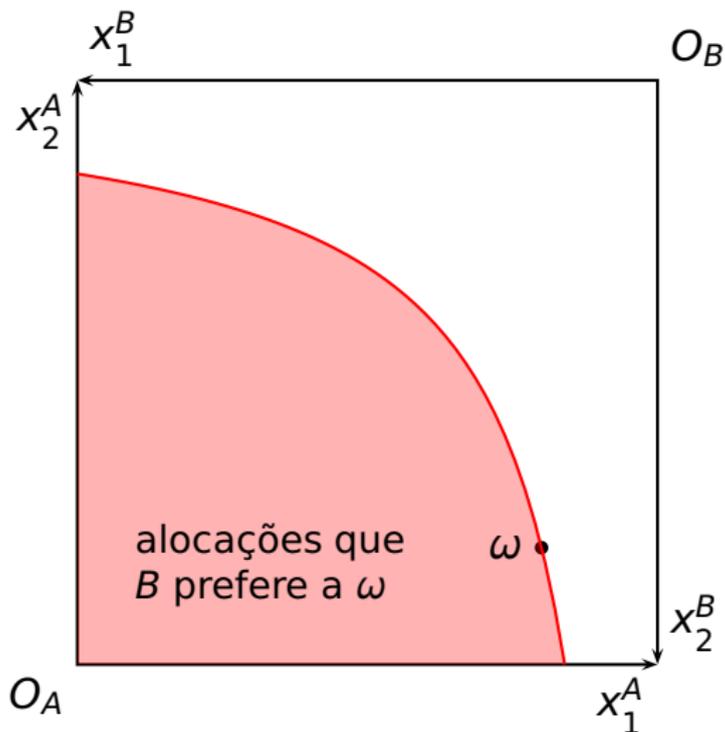
# Discriminação perfeita

## Solução gráfica



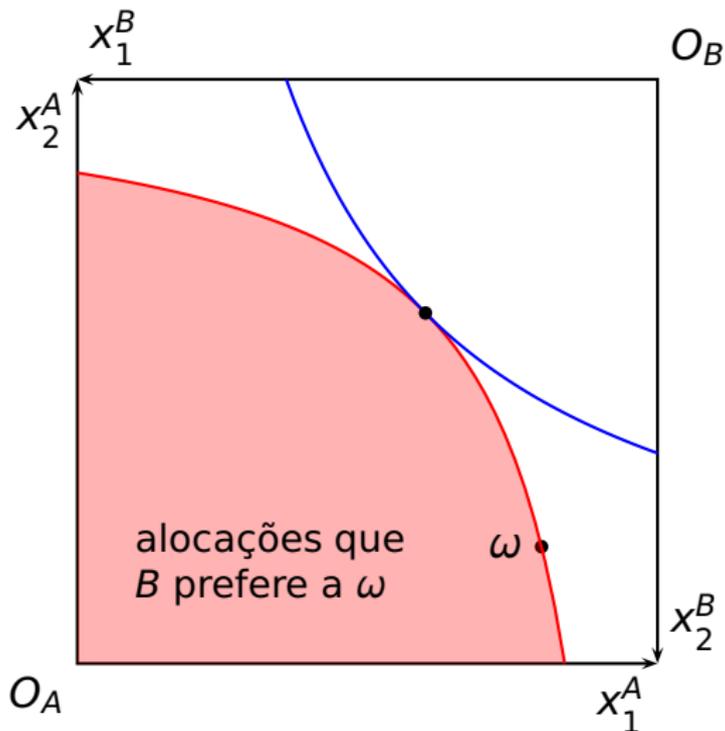
# Discriminação perfeita

## Solução gráfica



# Discriminação perfeita

## Solução gráfica



# Discriminação perfeita

## Exemplo

- $\omega_1^A = 8, \omega_2^A = 2, \omega_1^B = 2, \omega_2^B = 8$
- $U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A, U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$

# Discriminação perfeita

## Exemplo

- $\omega_1^A = 8, \omega_2^A = 2, \omega_1^B = 2, \omega_2^B = 8$
- $U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A, U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$

Qual a alocação de equilíbrio quando A é discriminador perfeito?

# Discriminação perfeita

## Exemplo

- $\omega_1^A = 8, \omega_2^A = 2, \omega_1^B = 2, \omega_2^B = 8$
- $U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A x_2^A, U^B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B x_2^B$

Qual a alocação de equilíbrio quando A é discriminador perfeito?

Resposta:

$$x_1^A = 6, x_2^A = 6, x_1^B = 4, x_2^B = 4$$

## Parte II

# Modelo com produção

# Sumário

- 5 Um consumidor um produto
- 6 Um consumidor dois produtos
- 7 Um consumidor, dois produtos, dois fatores

# Primeiro modelo

Robinson Crusóé perdido em uma ilha

- Um consumidor

# Primeiro modelo

Robinson Crusóé perdido em uma ilha

- Um consumidor
- Dois bens: lazer e coco.

# Primeiro modelo

## Robinson Crusóé perdido em uma ilha

- Um consumidor
- Dois bens: lazer e coco.
- Função de produção de cocos:  $c = f(h)$ ,  $h$  é o número de horas trabalhadas.

# Primeiro modelo

## Robinson Crusóé perdido em uma ilha

- Um consumidor
- Dois bens: lazer e coco.
- Função de produção de cocos:  $c = f(h)$ ,  $h$  é o número de horas trabalhadas.
- Função de produção de lazer:  $l = H - h$ ,  $H$  é o número de horas disponíveis.

# Primeiro modelo

Robinson Crusóé perdido em uma ilha

- Um consumidor
- Dois bens: lazer e coco.
- Função de produção de cocos:  $c = f(h)$ ,  $h$  é o número de horas trabalhadas.
- Função de produção de lazer:  $l = H - h$ ,  $H$  é o número de horas disponíveis.
- Função de utilidade:  $U(c, l)$

# Escolha ótima

## O problema

Escolher  $l$  e  $c$  de modo a maximizar

$$U(l, c)$$

dadas as restrições

$$l + h = H \quad \text{e} \quad c \leq f(h)$$

# Escolha ótima

## O problema

Escolher  $l$  e  $c$  de modo a maximizar

$$U(l, c)$$

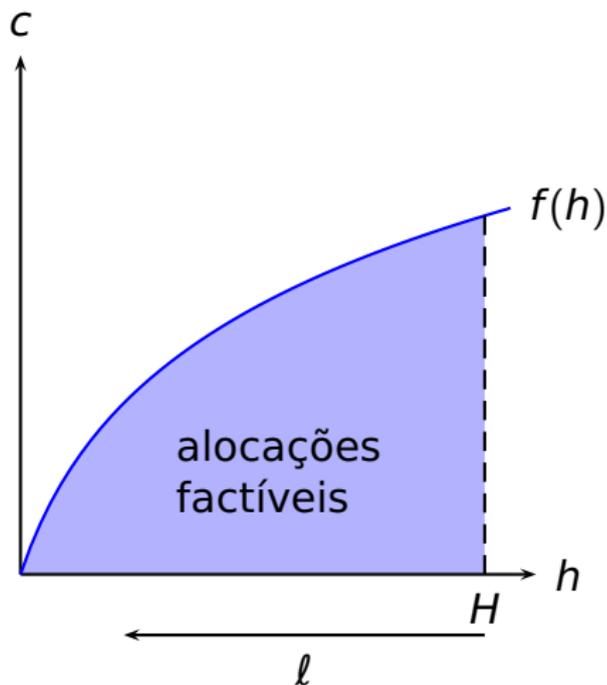
dadas as restrições

$$l + h = H \quad \text{e} \quad c \leq f(h)$$

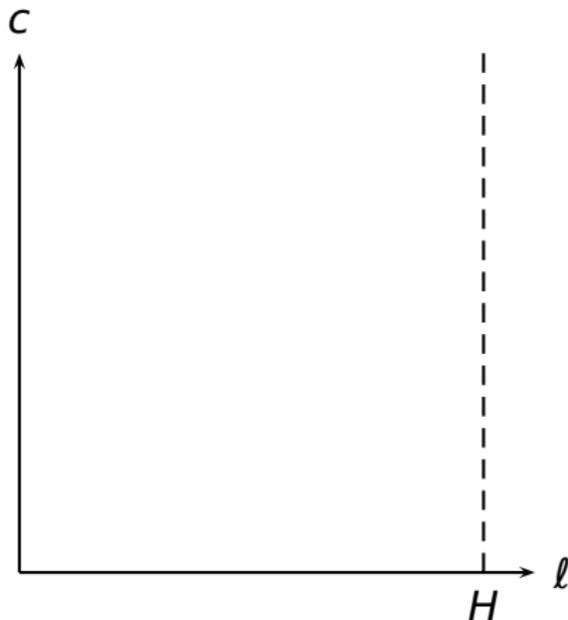
## Condição de 1ª ordem

$$\frac{\frac{\partial U(c, l)}{\partial l}}{\frac{\partial U(c, l)}{\partial c}} = f'(h) \Rightarrow |TMS| = PMg(h)$$

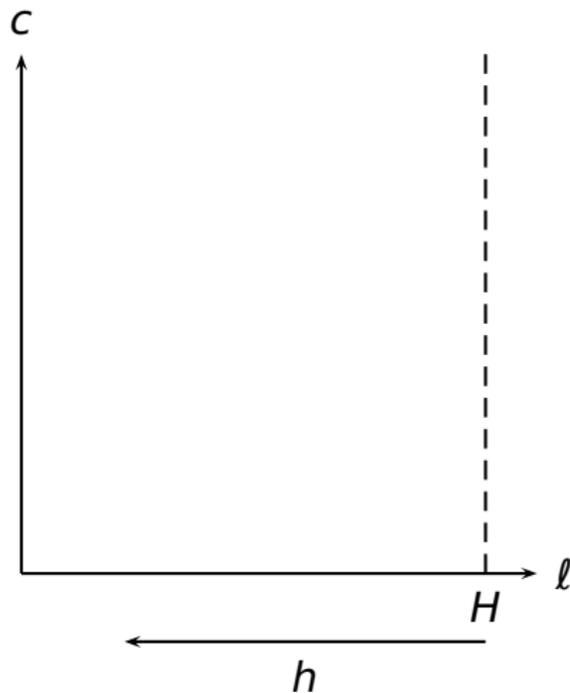
# Solução gráfica – I



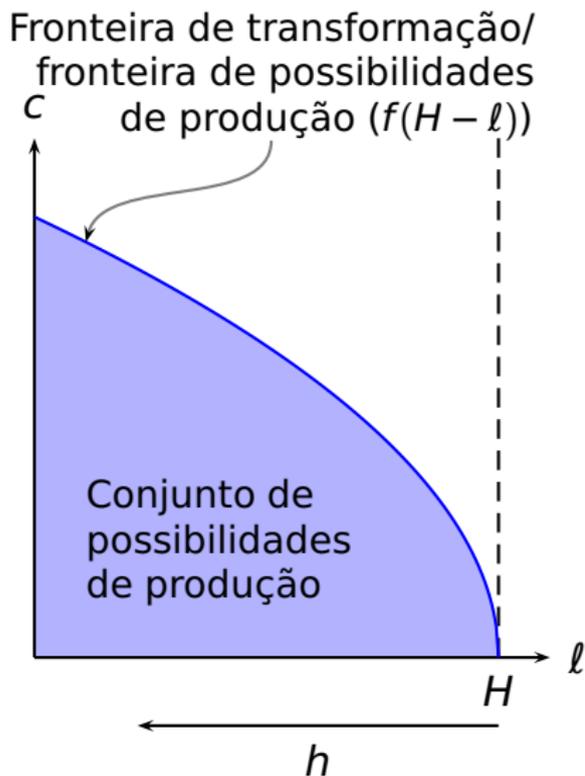
# Solução gráfica – II



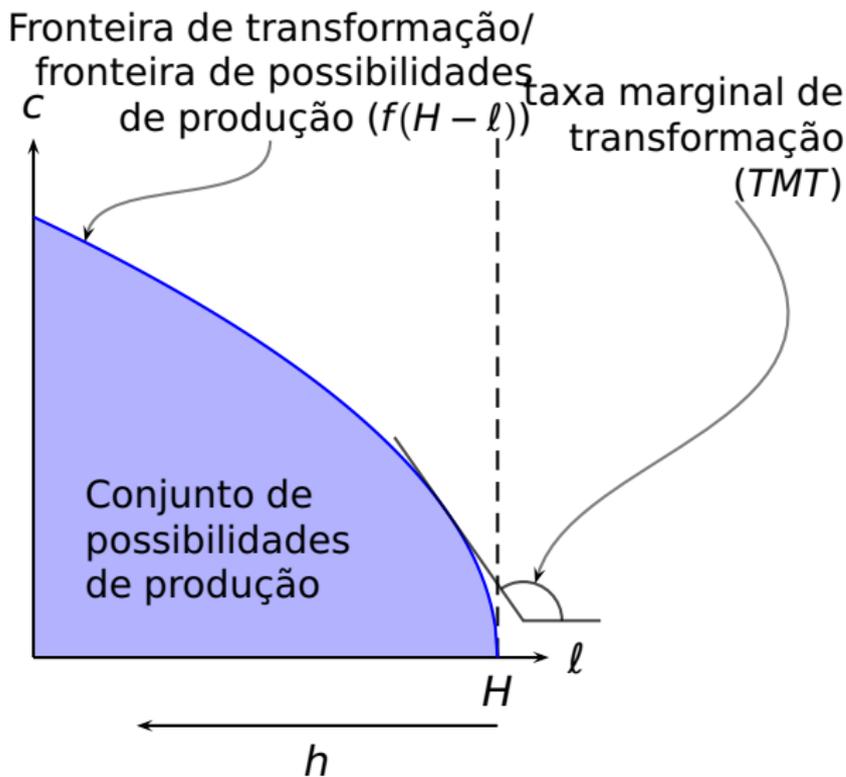
# Solução gráfica – II



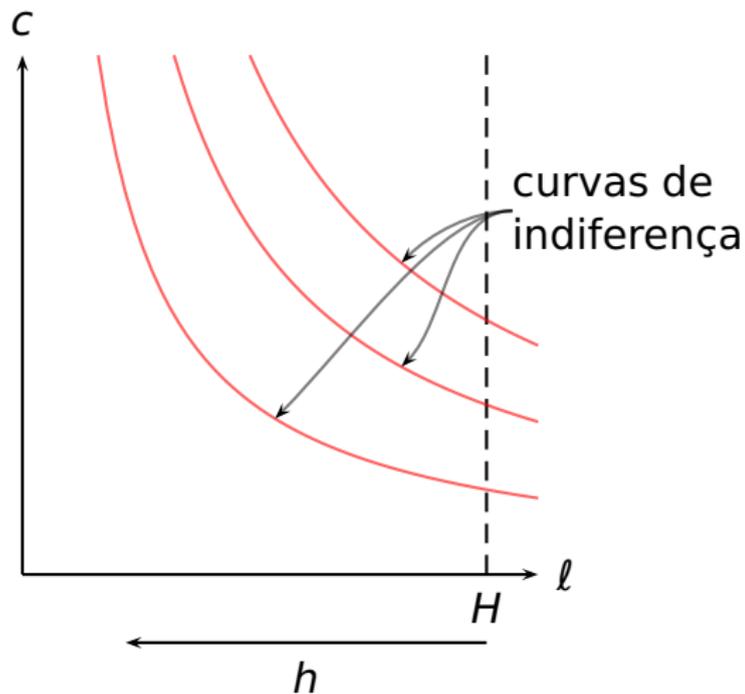
## Solução gráfica – II



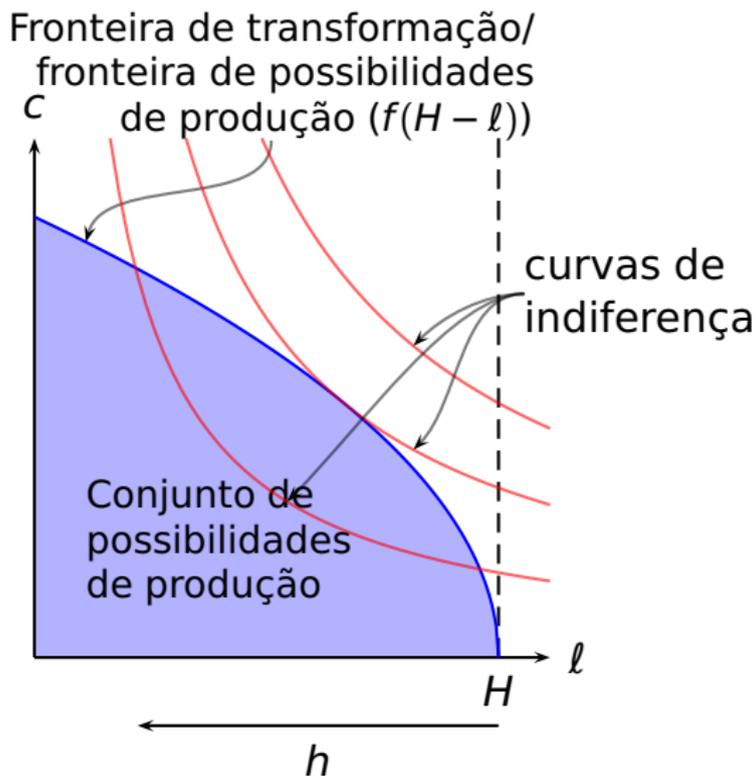
## Solução gráfica – II



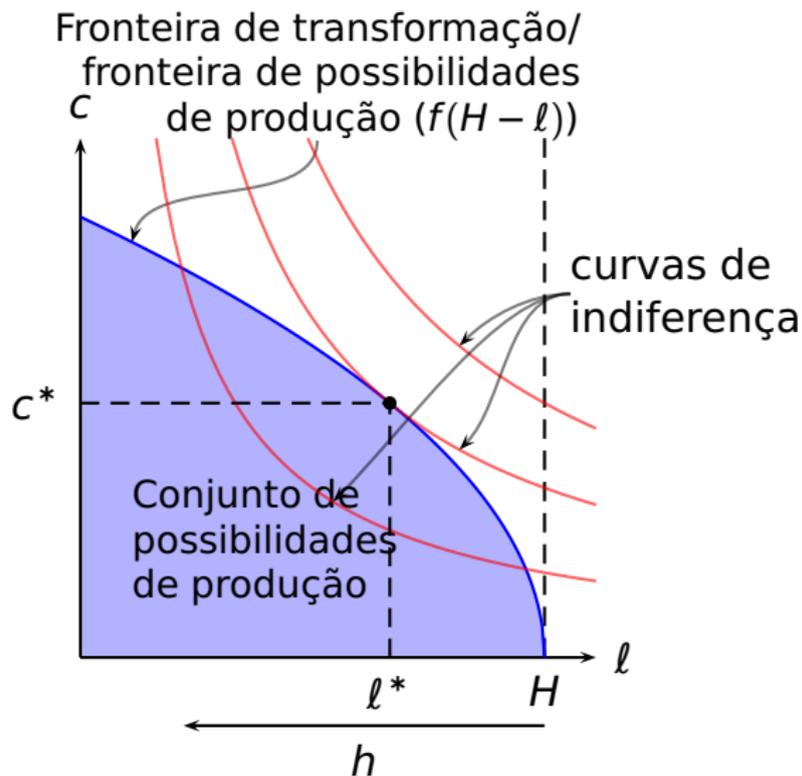
## Solução gráfica – II



## Solução gráfica – II



## Solução gráfica – II



# Mercado

## A dupla personalidade de Robinson Crusóé

- Um consumidor tomador de preços.

# Mercado

## A dupla personalidade de Robinson Crusóé

- Um consumidor tomador de preços.
- Uma firma maximizadora de lucros e tomadora de preços que compra trabalho do consumidor e repassa seu lucro ao seu único proprietário, o consumidor.

# Mercado

## A dupla personalidade de Robinson Crusóé

- Um consumidor tomador de preços.
- Uma firma maximizadora de lucros e tomadora de preços que compra trabalho do consumidor e repassa seu lucro ao seu único proprietário, o consumidor.
- $w$  é o preço do trabalho em cocos

# Comportamento da firma

A firma deve escolher um nível de produção/ contratação de trabalho ( $h$ ) que maximize o seu lucro:

$$\pi = f(h) - wh$$

A condição um ponto de lucro máximo com  $h > 0$  será caracterizado por

# Comportamento da firma

A firma deve escolher um nível de produção/ contratação de trabalho ( $h$ ) que maximize o seu lucro:

$$\pi = f(h) - wh$$

A condição um ponto de lucro máximo com  $h > 0$  será caracterizado por

Condição de 1ª ordem:  $f'(h) = w$  ou seja  $PMg(h) = w$ .

# Comportamento da firma

A firma deve escolher um nível de produção/ contratação de trabalho ( $h$ ) que maximize o seu lucro:

$$\pi = f(h) - wh$$

A condição um ponto de lucro máximo com  $h > 0$  será caracterizado por

Condição de 1<sup>a</sup> ordem:  $f'(h) = w$  ou seja  $PMg(h) = w$ .

Condição de 2<sup>a</sup> ordem:  $f''(h) < 0$ , ou seja o produto marginal é decrescente.

# Comportamento da firma

A firma deve escolher um nível de produção/ contratação de trabalho ( $h$ ) que maximize o seu lucro:

$$\pi = f(h) - wh$$

A condição um ponto de lucro máximo com  $h > 0$  será caracterizado por

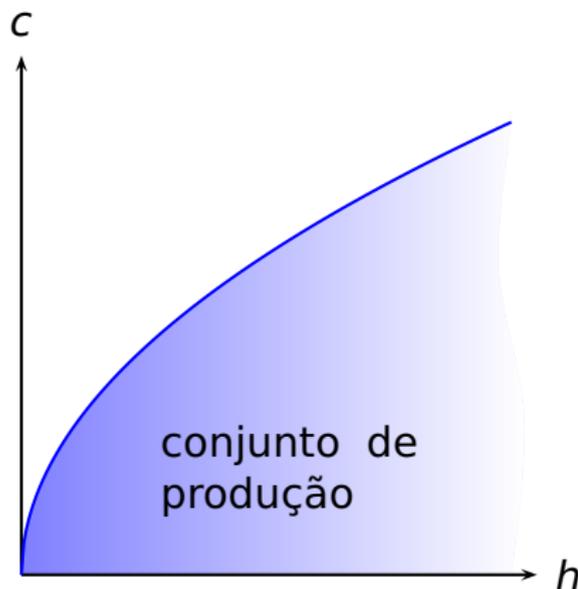
Condição de 1ª ordem:  $f'(h) = w$  ou seja  $PMg(h) = w$ .

Condição de 2ª ordem:  $f''(h) < 0$ , ou seja o produto marginal é decrescente.

lucro da firma:  $\pi = f(h^*) - wh^*$ , sendo  $h^*$  o valor de  $h$  que satisfaz as condições acima.

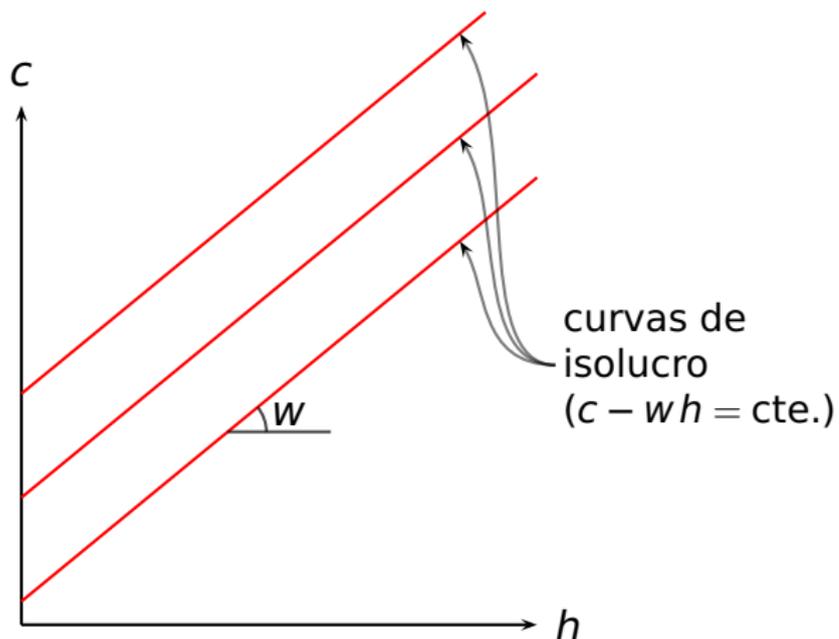
# Equilíbrio da firma

## Solução gráfica – I



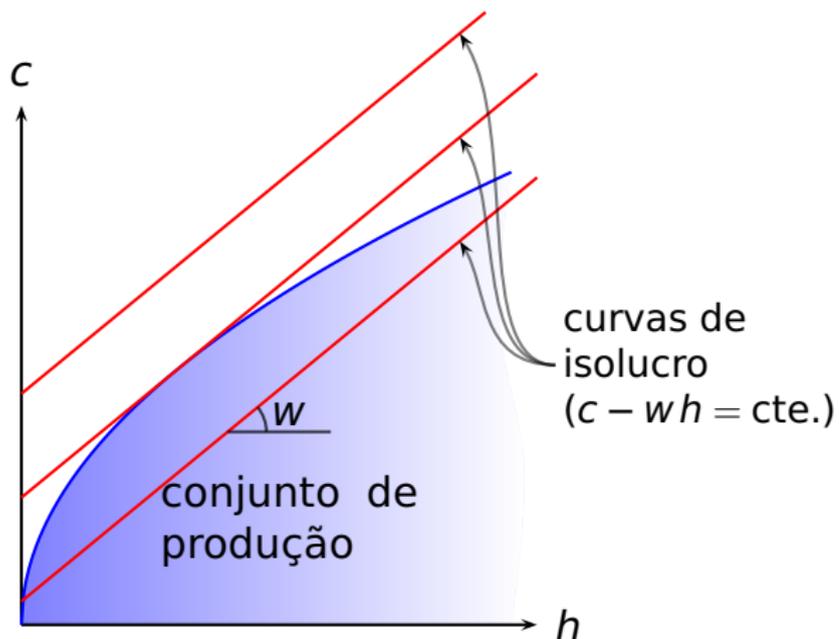
# Equilíbrio da firma

## Solução gráfica – I



# Equilíbrio da firma

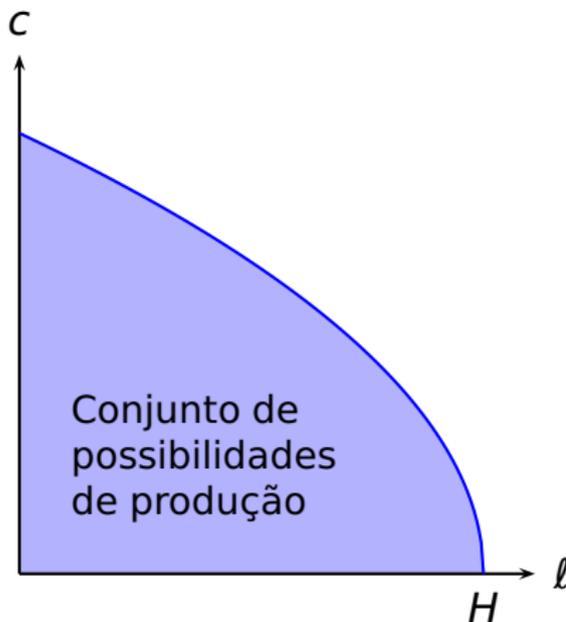
## Solução gráfica – I





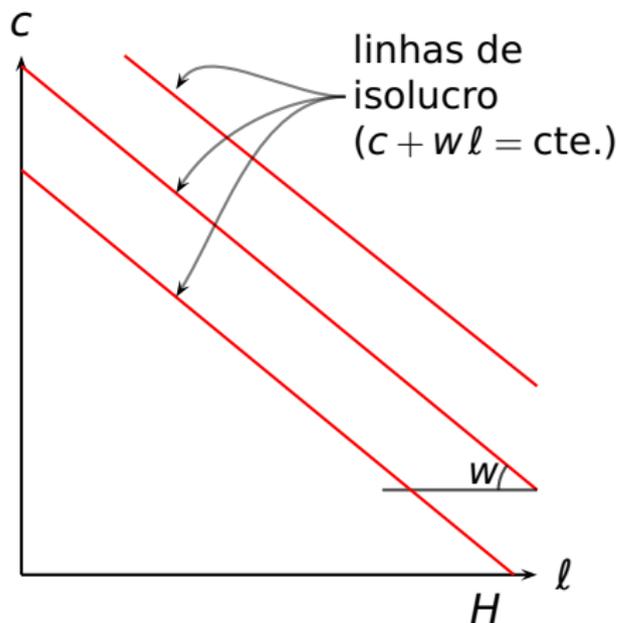
# Equilíbrio da firma

## Solução gráfica – II



# Equilíbrio da firma

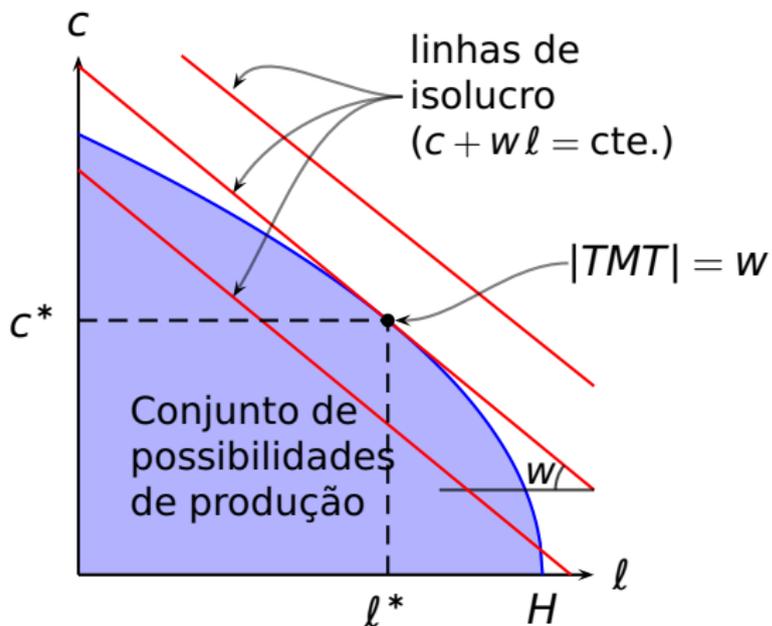
## Solução gráfica – II





# Equilíbrio da firma

## Solução gráfica – II



# Demanda do consumidor

O problema do consumidor é maximizar  $U(c, \ell)$  Dadas as restrições

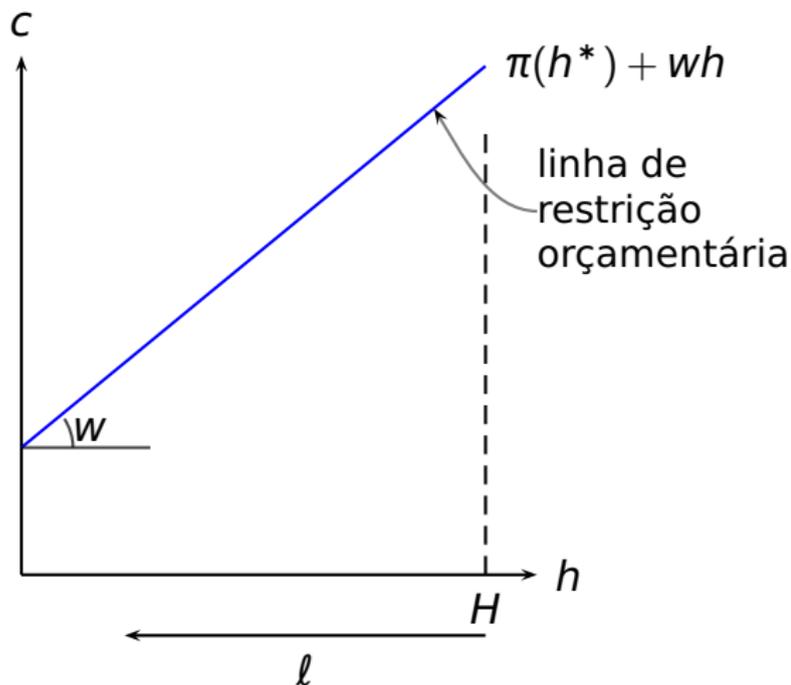
$$c = wh + \pi(h^*) \quad e \quad \ell = H - h$$

Caso as preferências sejam monotônicas e a solução implique  $h, \ell > 0$ , então, ela deve satisfazer

$$\frac{\frac{\partial U(c, \ell)}{\partial \ell}}{\frac{\partial U(c, \ell)}{\partial c}} = w$$

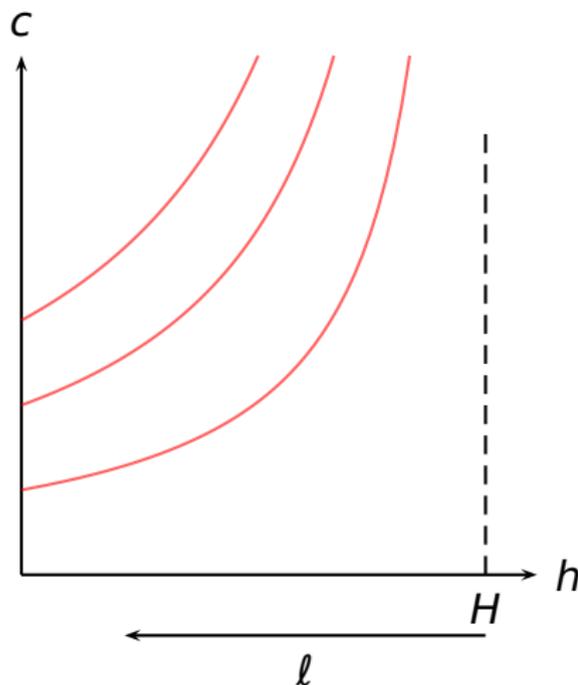
# Equilíbrio do consumidor

## Solução gráfica – I



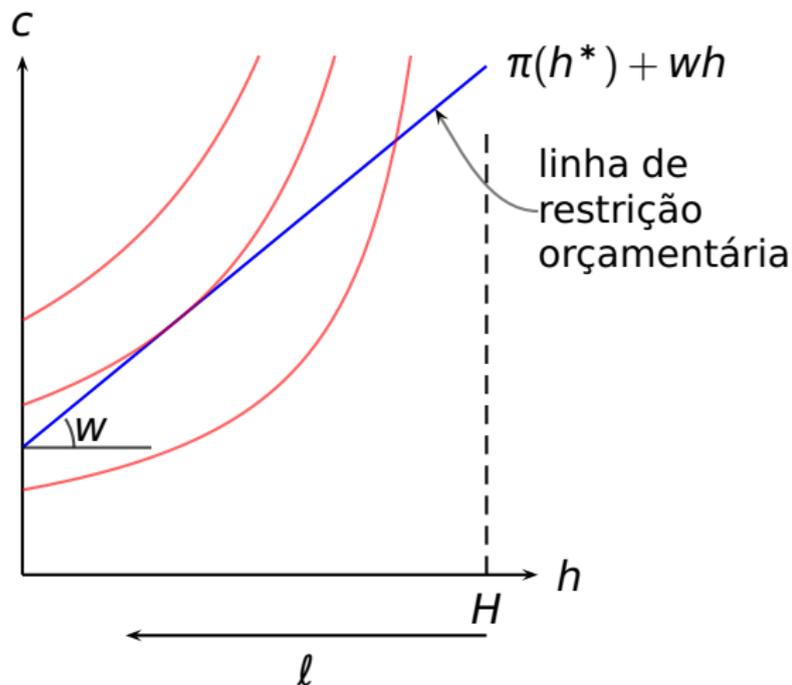
# Equilíbrio do consumidor

## Solução gráfica – I



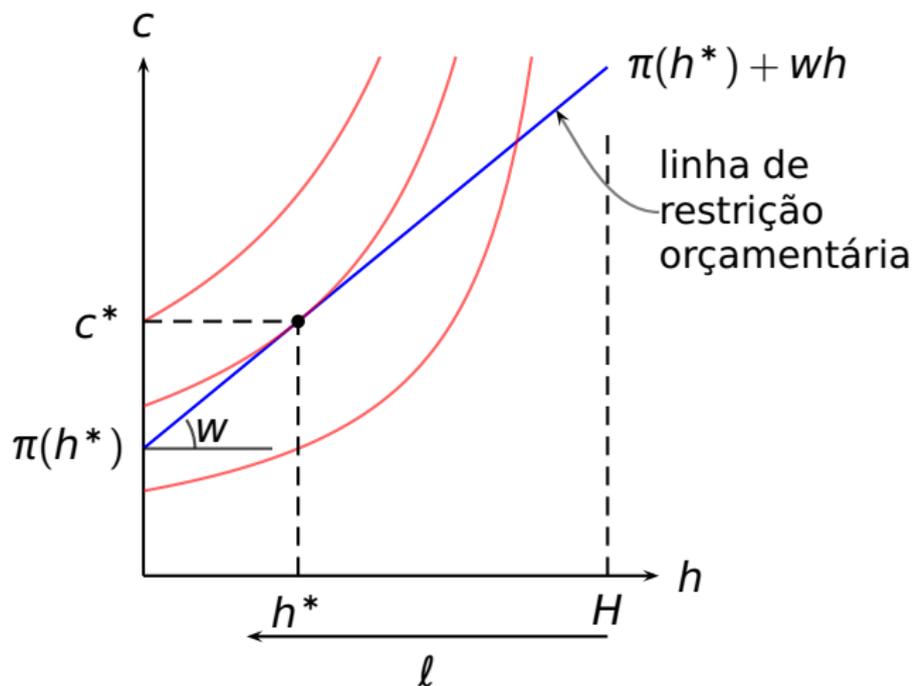
# Equilíbrio do consumidor

## Solução gráfica – I



# Equilíbrio do consumidor

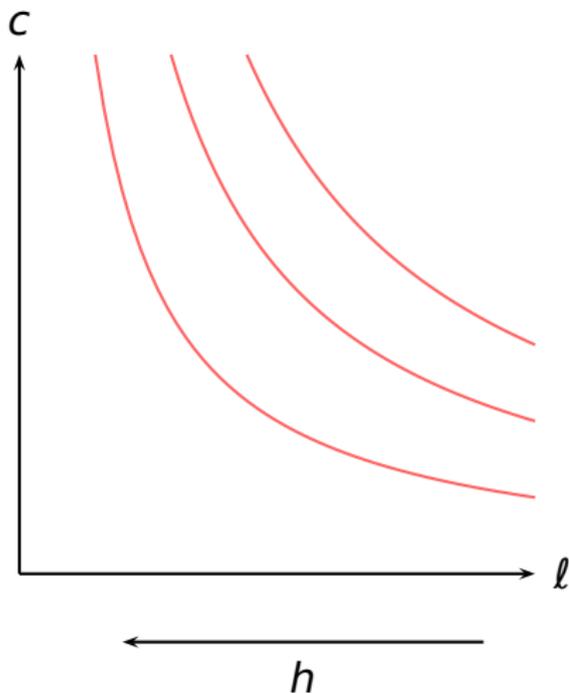
## Solução gráfica – I





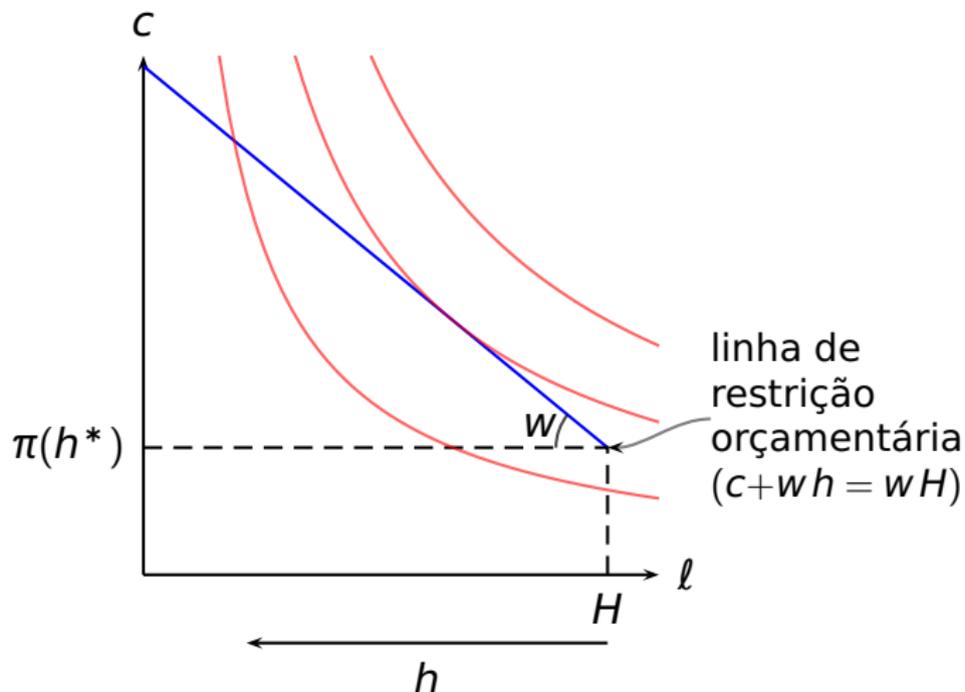
# Equilíbrio do consumidor

## Solução gráfica – II



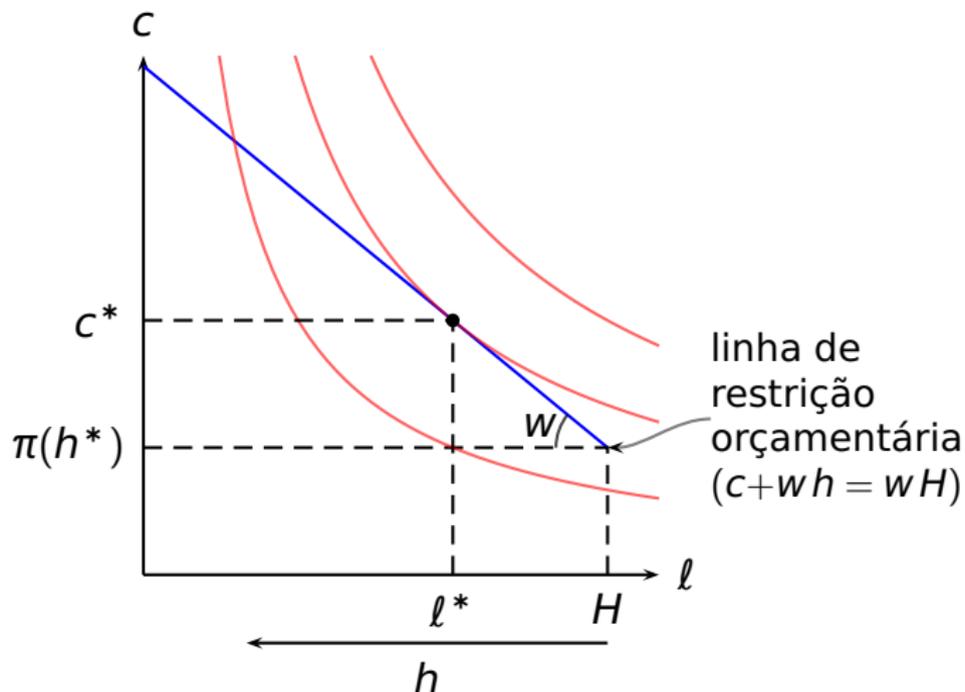
# Equilíbrio do consumidor

## Solução gráfica – II



# Equilíbrio do consumidor

## Solução gráfica – II



# Equilíbrio

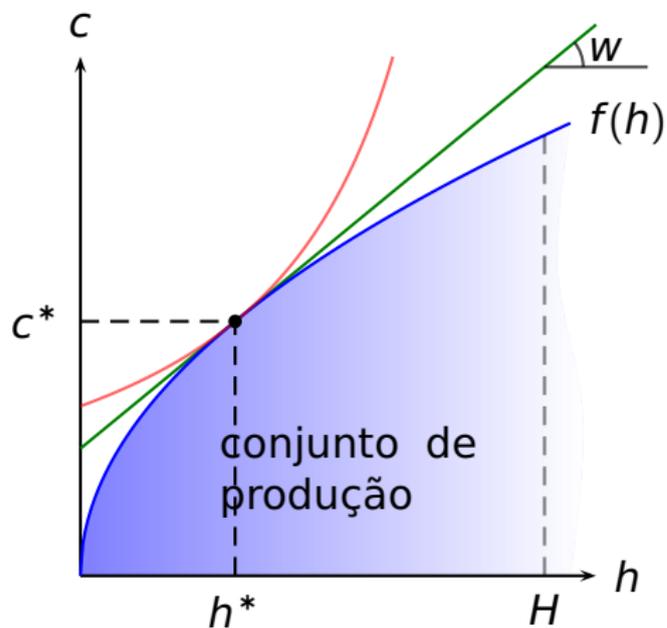
$$\left\{ \begin{array}{l} wh + \pi(h^*) = f(h^*) \end{array} \right. \quad (\text{equil. merc. produto})$$

# Equilíbrio

$$\left\{ \begin{array}{ll} wh + \pi(h^*) = f(h^*) & \text{(equil. merc. produto)} \\ \frac{\partial U(c, \ell) / \partial \ell}{\partial U(c, \ell) / \partial c} = w = f'(h) & \text{(equil. merc. trabalho)} \end{array} \right.$$

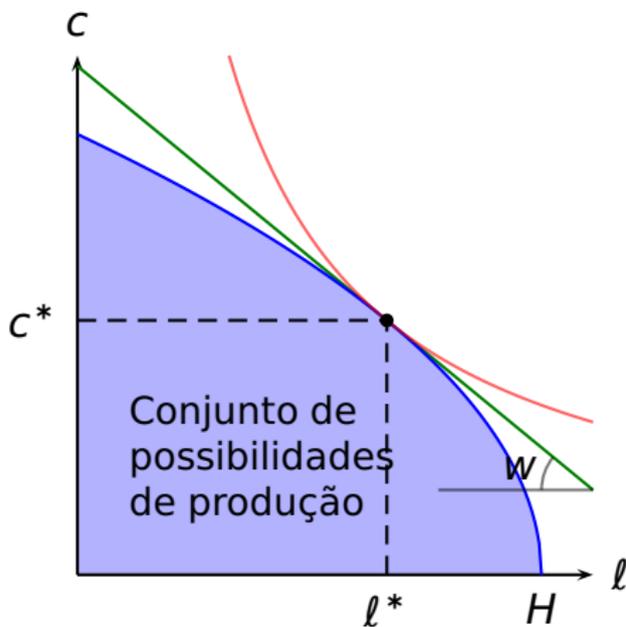
# Equilíbrio

## Solução gráfica – I

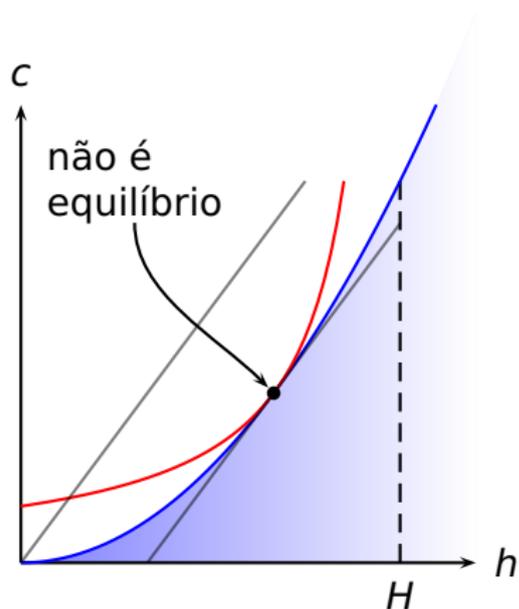


# Equilíbrio

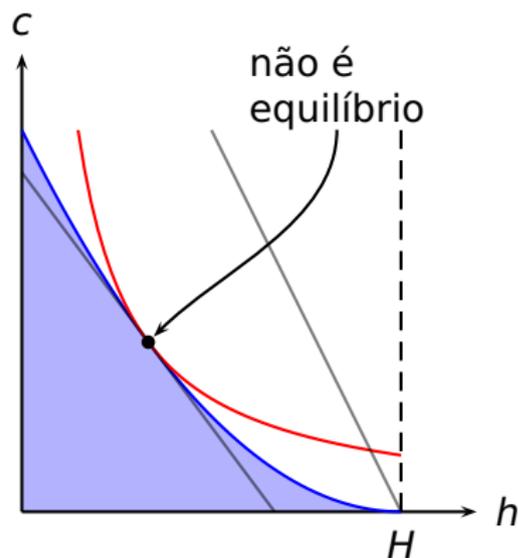
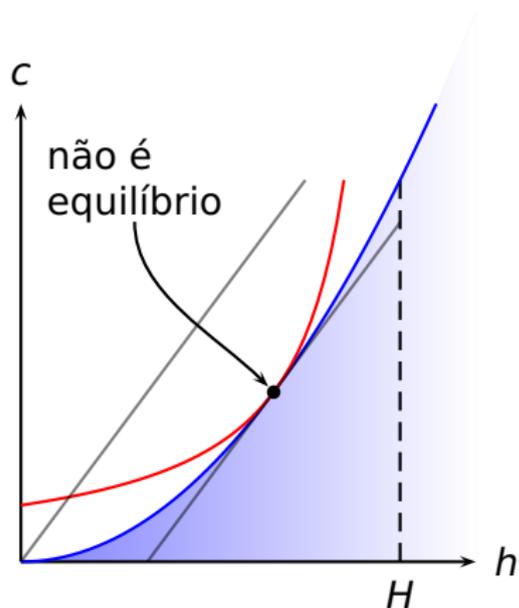
## Solução gráfica – II



# Não convexidades e ausência de equilíbrio



# Não convexidades e ausência de equilíbrio



# Segundo modelo

- Um consumidor, Robinson Crusóe.

# Segundo modelo

- Um consumidor, Robinson Crusóe.
- Dois bens: peixes ( $f$ ) e coco ( $c$ ). (O lazer é um neutro)

# Segundo modelo

- Um consumidor, Robinson Crusóé.
- Dois bens: peixes ( $f$ ) e coco ( $c$ ). (O lazer é um neutro)
- $h_f$  e  $h_c$  são horas dedicadas à produção de peixe e coco, respectivamente.  $h_f + h_c = H$ .

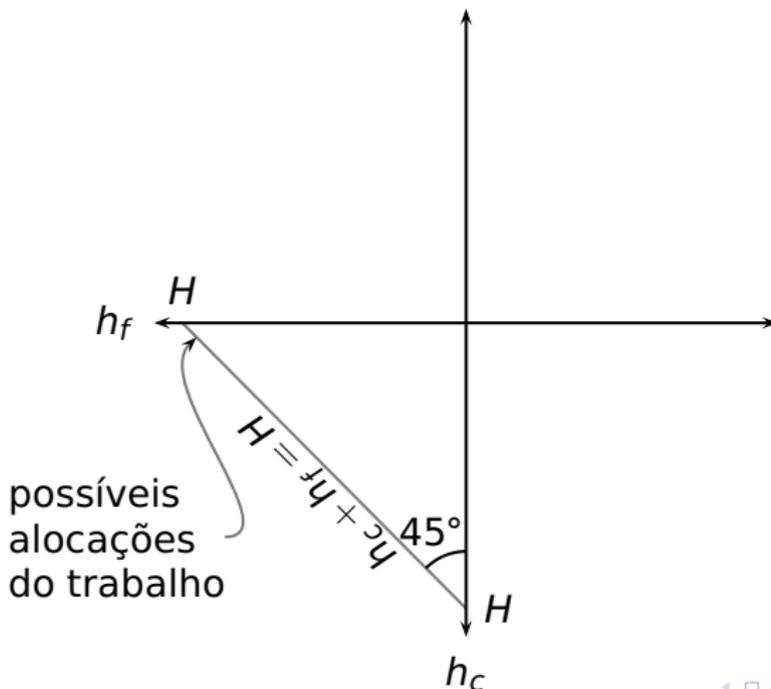
# Segundo modelo

- Um consumidor, Robinson Crusóé.
- Dois bens: peixes ( $f$ ) e coco ( $c$ ). (O lazer é um neutro)
- $h_f$  e  $h_c$  são horas dedicadas à produção de peixe e coco, respectivamente.  $h_f + h_c = H$ .
- $f_f(h_f)$  e  $f_c(h_c)$  são as funções de produção de peixe e coco, respectivamente.

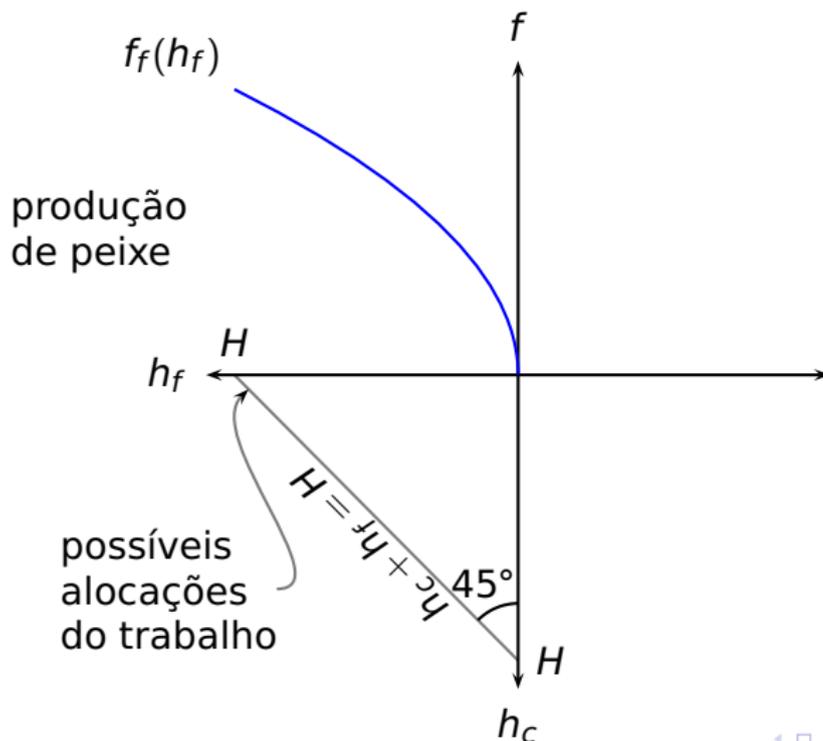
# Segundo modelo

- Um consumidor, Robinson Crusóé.
- Dois bens: peixes ( $f$ ) e coco ( $c$ ). (O lazer é um neutro)
- $h_f$  e  $h_c$  são horas dedicadas à produção de peixe e coco, respectivamente.  $h_f + h_c = H$ .
- $f_f(h_f)$  e  $f_c(h_c)$  são as funções de produção de peixe e coco, respectivamente.
- Função de utilidade  $U(c, f)$

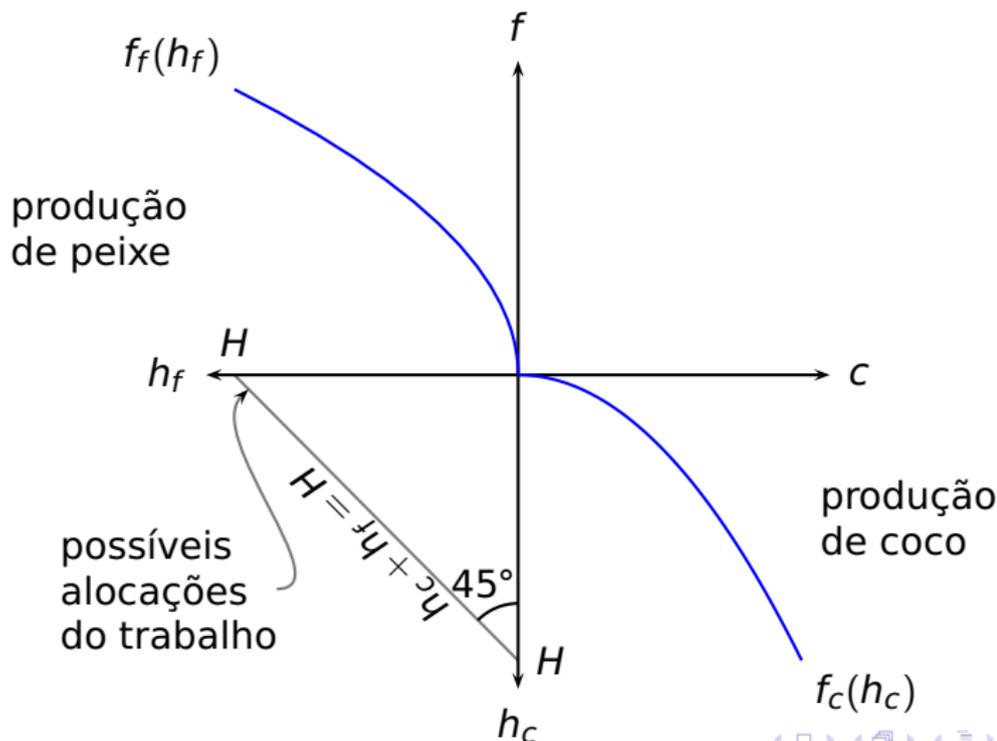
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



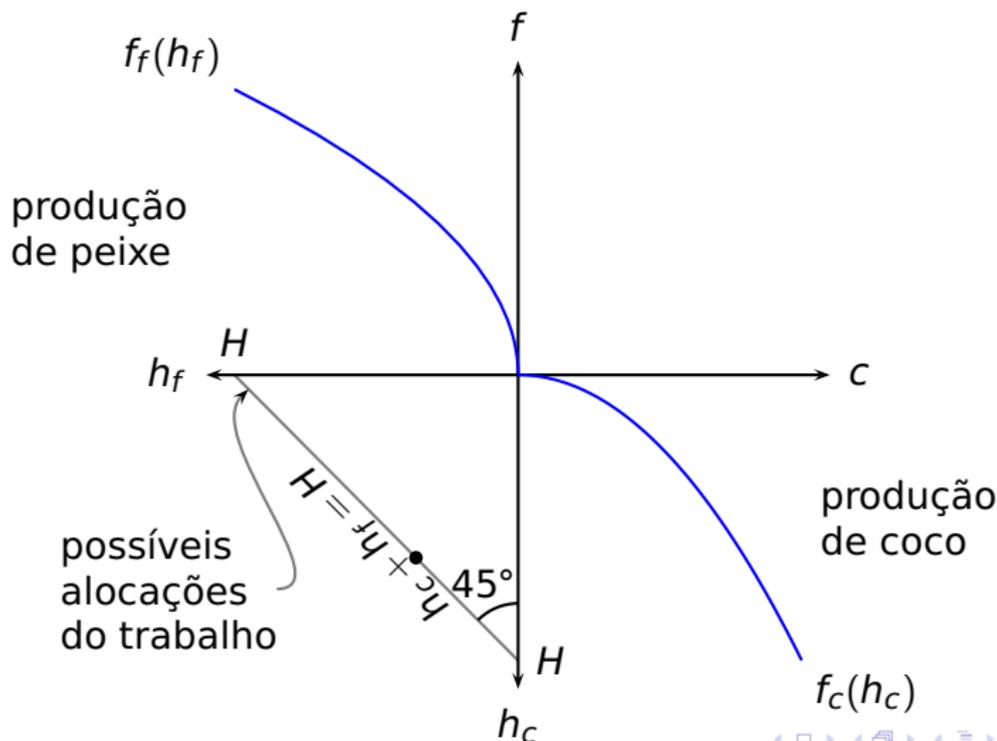
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



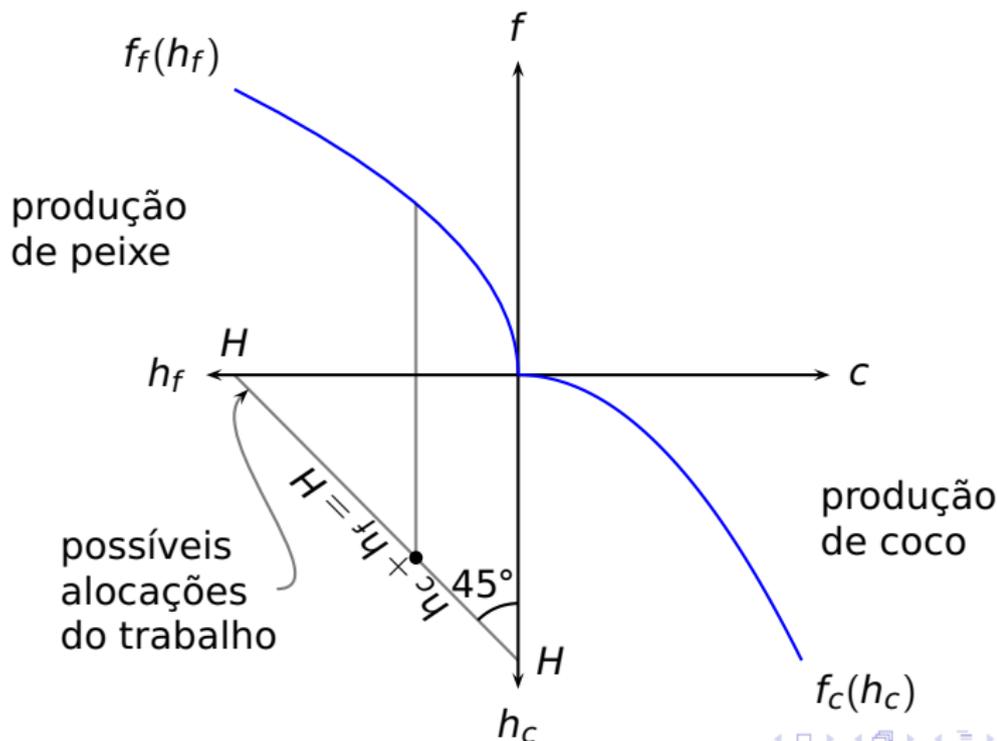
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



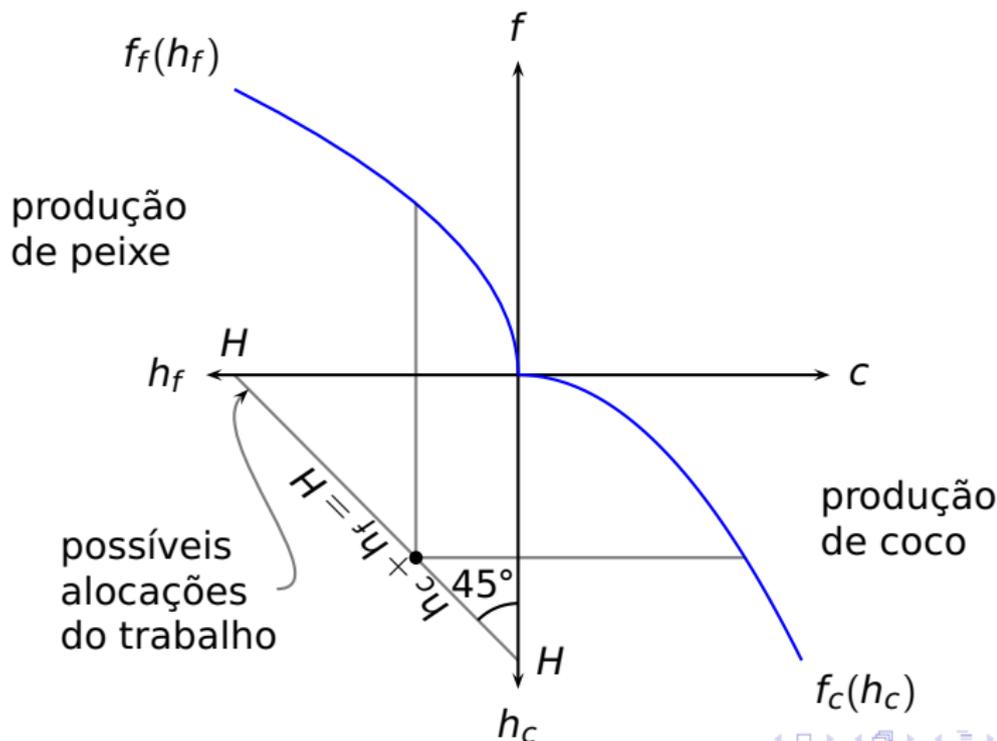
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



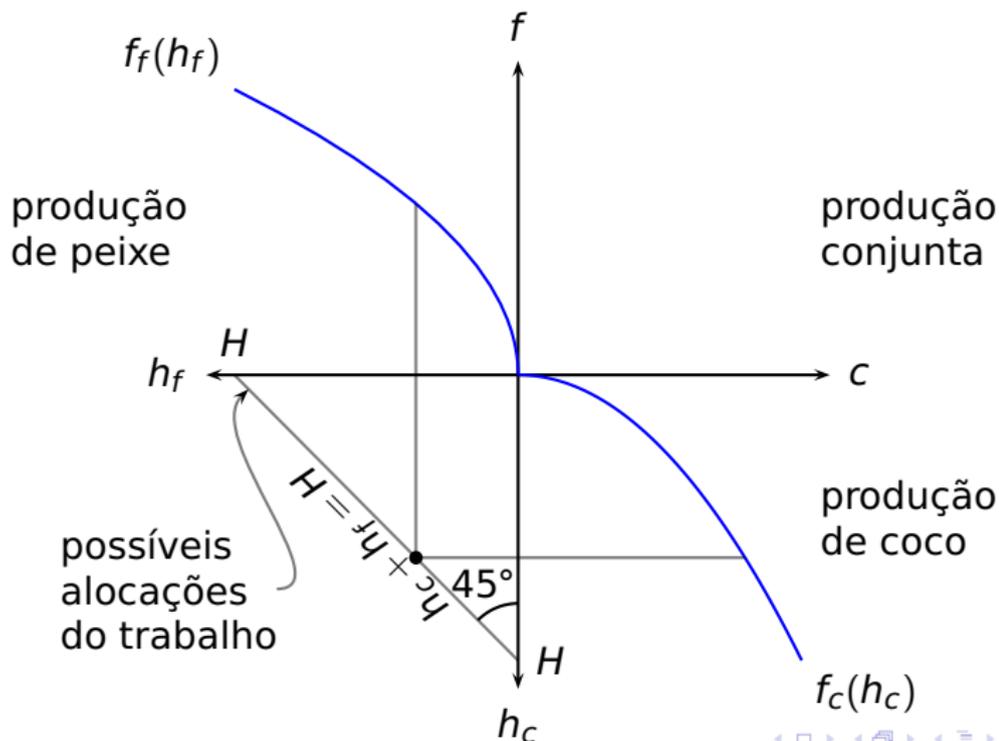
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



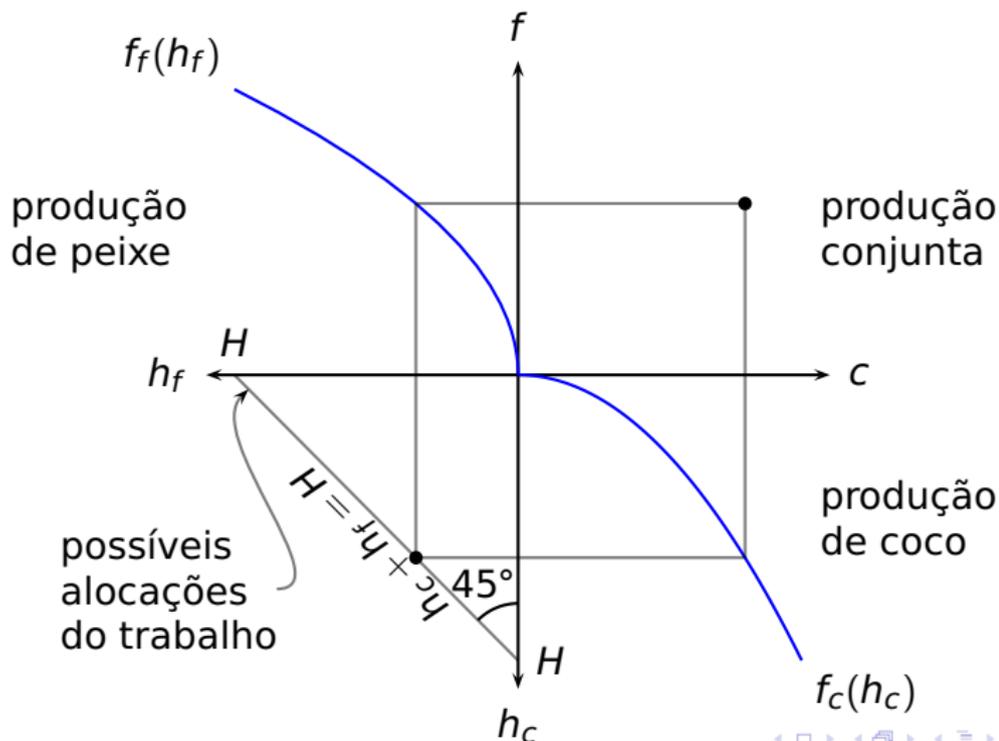
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



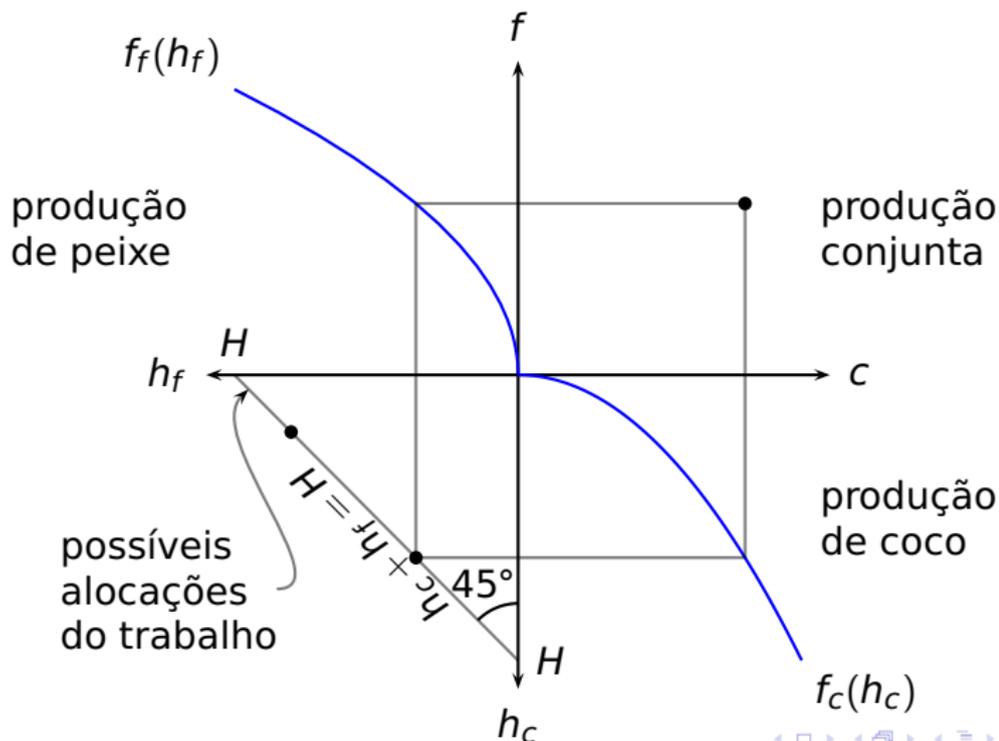
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



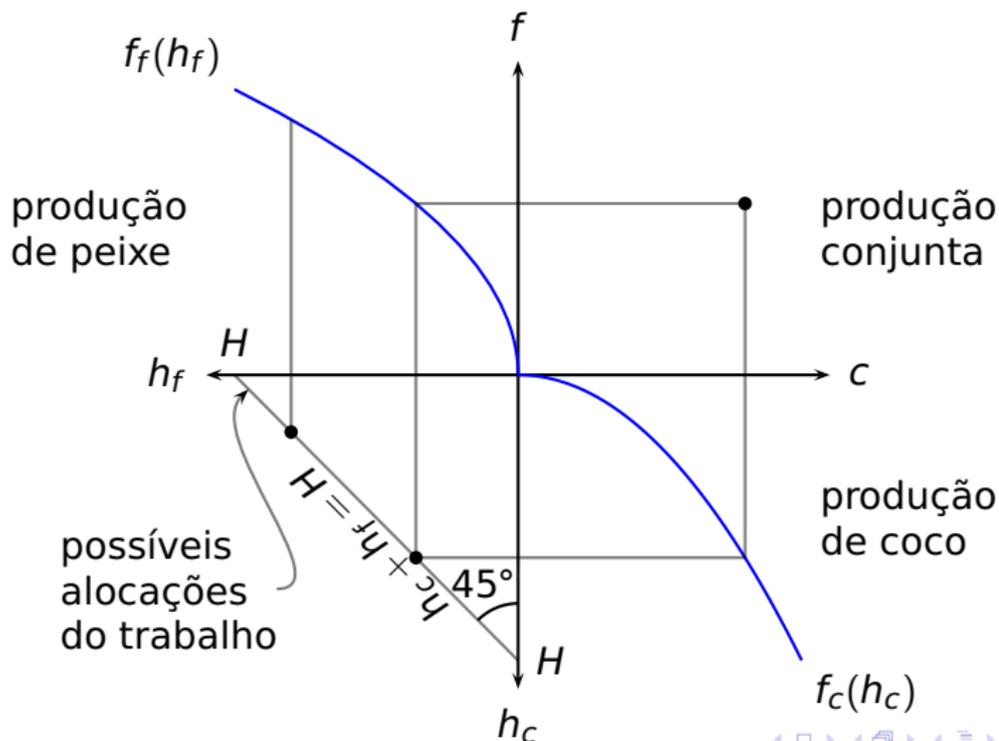
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



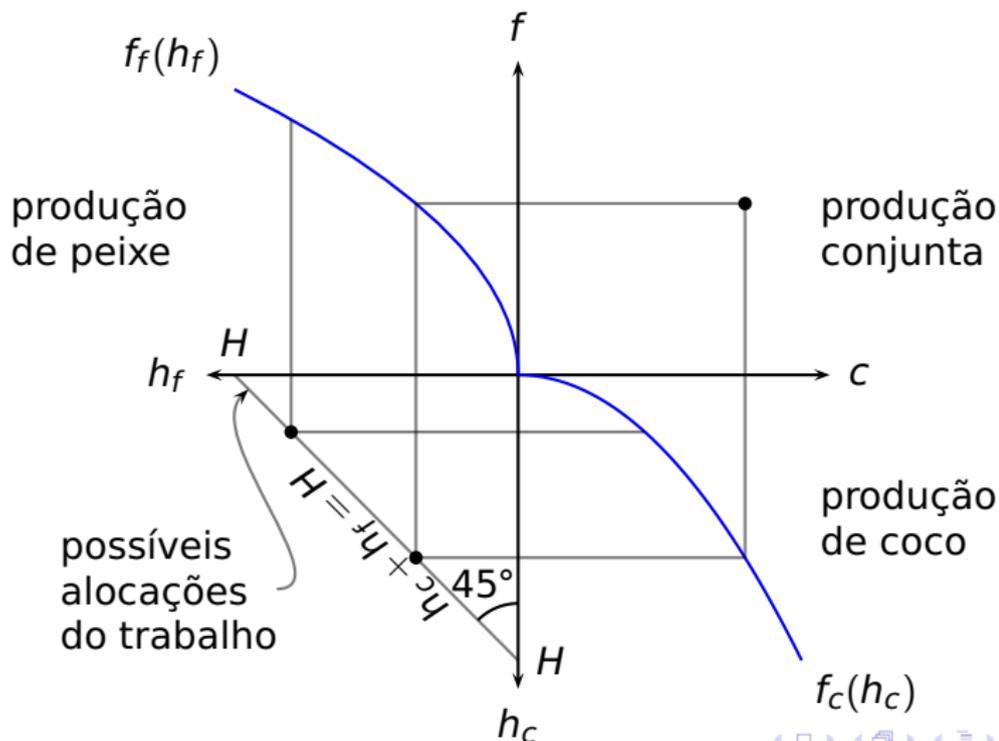
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



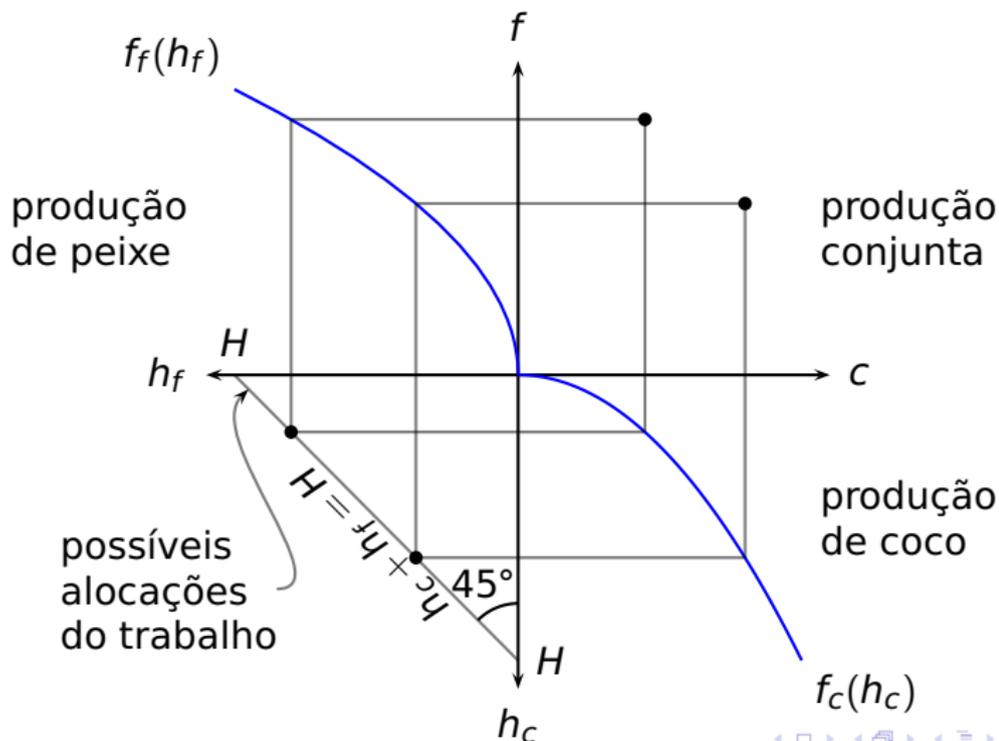
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



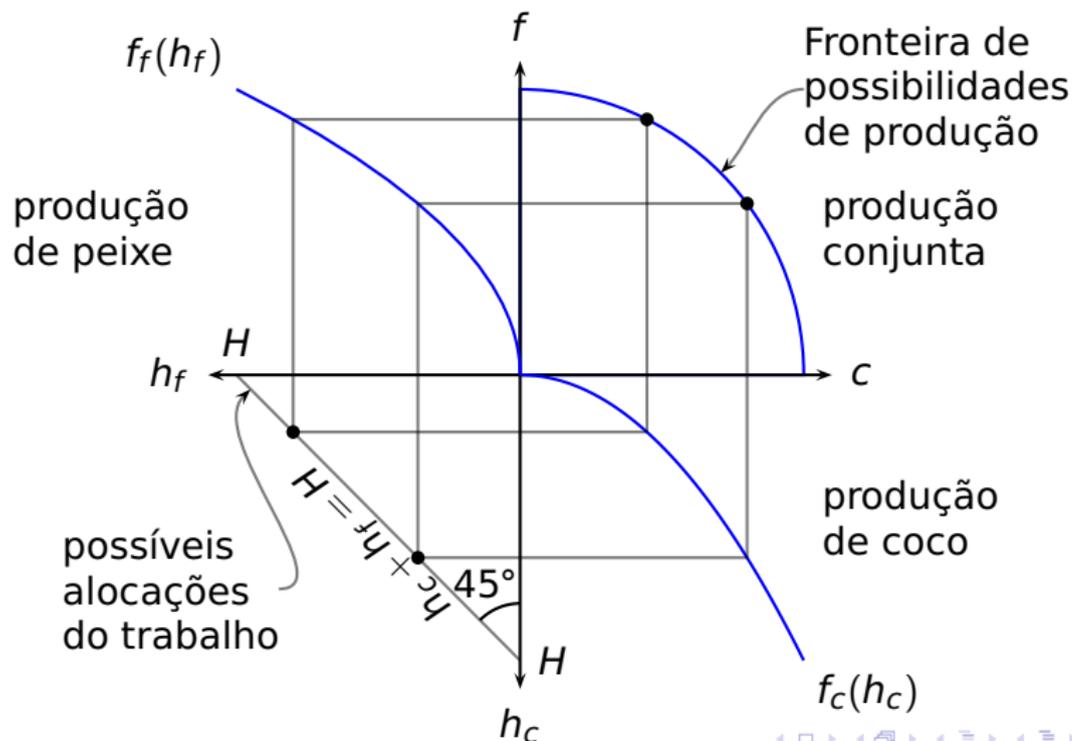
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



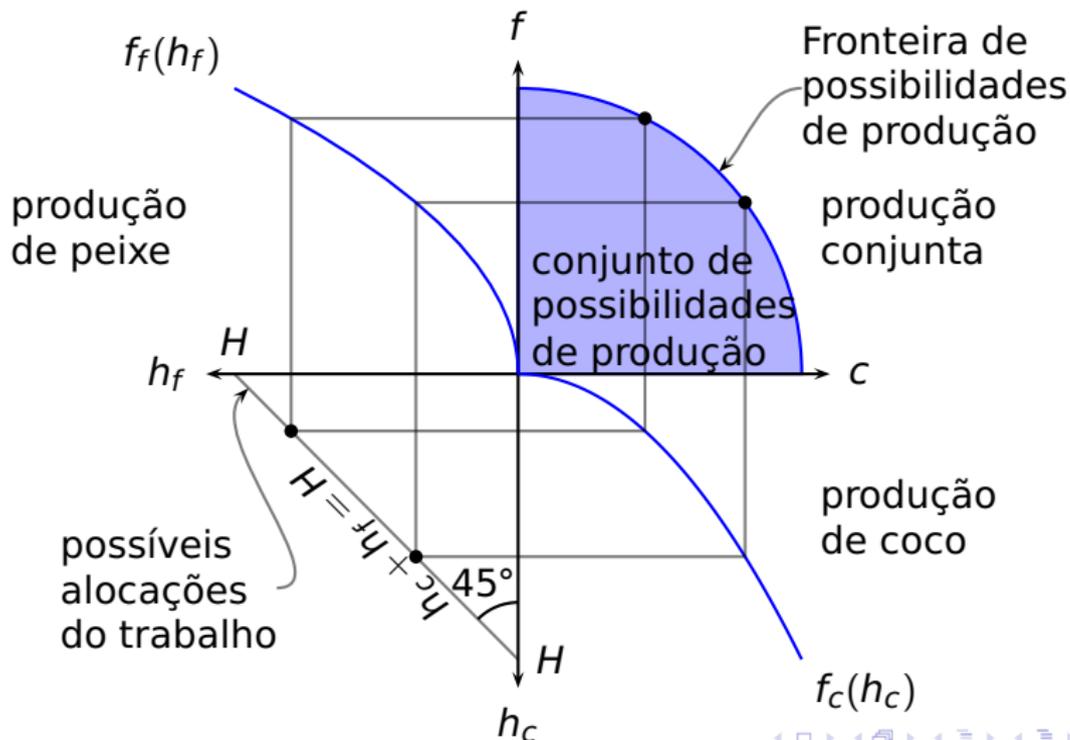
# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



# Construção da fronteira de possibilidades de produção (FPP)



# Representação animada

Clique no botão  para iniciar a animação

# Economias de escala e a FPP

Clique no botão  para iniciar a animação

# Produtividades marginais e a taxa marginal de transformação (*TMT*)

Em qualquer ponto sobre a fronteira de possibilidades de produção temos

$$\begin{cases} f = f_f(h_f) \\ c = f_c(h_c) \\ h_f + h_c = H \end{cases}$$

# Produtividades marginais e a taxa marginal de transformação (TMT)

Em qualquer ponto sobre a fronteira de possibilidades de produção temos

$$\begin{cases} f = f_f(h_f) \\ c = f_c(h_c) \\ h_f + h_c = H \end{cases}$$

Diferenciando em relação a  $c$  obtemos

$$\begin{cases} \frac{df}{dc} = f'_f(h_f) \frac{dh_f}{dc} \\ 1 = f'_c(h_c) \frac{dh_c}{dc} \\ \frac{dh_f}{dc} + \frac{dh_c}{dc} = 0 \end{cases}$$

# Produtividades marginais e a taxa marginal de transformação (*TMT*)

Em qualquer ponto sobre a fronteira de possibilidades de produção temos

$$\begin{cases} f = f_f(h_f) \\ c = f_c(h_c) \\ h_f + h_c = H \end{cases}$$

Diferenciando em relação a  $c$  obtemos

$$\begin{cases} \frac{df}{dc} = f'_f(h_f) \frac{dh_f}{dc} \\ 1 = f'_c(h_c) \frac{dh_c}{dc} \\ \frac{dh_f}{dc} + \frac{dh_c}{dc} = 0 \end{cases}$$

Combinando as três equações e observando que a *TMT* é igual à derivada  $df/dc$  calculada sobre a FPP, obtemos

$$TMT = -\frac{f'_f(h_f)}{f'_c(h_c)}$$

# Eficiência

## O problema

Escolher  $h_f$  e  $h_c$  de modo a maximizar  $U(c, f)$  tendo como restrições  $c \leq f_c(h_c)$ ,  $f \leq f_f(h_f)$  e  $h_c + h_f \leq H$

# Eficiência

## O problema

Escolher  $h_f$  e  $h_c$  de modo a maximizar  $U(c, f)$  tendo como restrições  $c \leq f_c(h_c)$ ,  $f \leq f_f(h_f)$  e  $h_c + h_f \leq H$

## Condições de primeira ordem

$$\frac{\partial U(c, f) / \partial c}{\partial U(c, f) / \partial f} = \frac{f'_c(h_c)}{f'_f(h_f)}$$

# Eficiência

## O problema

Escolher  $h_f$  e  $h_c$  de modo a maximizar  $U(c, f)$  tendo como restrições  $c \leq f_c(h_c)$ ,  $f \leq f_f(h_f)$  e  $h_c + h_f \leq H$

## Condições de primeira ordem

$$|TMS| \rightarrow \boxed{\frac{\partial U(c, f) / \partial c}{\partial U(c, f) / \partial f}} = \frac{f'_c(h_c)}{f'_f(h_f)}$$

# Eficiência

## O problema

Escolher  $h_f$  e  $h_c$  de modo a maximizar  $U(c, f)$  tendo como restrições  $c \leq f_c(h_c)$ ,  $f \leq f_f(h_f)$  e  $h_c + h_f \leq H$

## Condições de primeira ordem

$$|TMS| \rightarrow \frac{\partial U(c, f) / \partial c}{\partial U(c, f) / \partial f} = \frac{f'_c(h_c)}{f'_f(h_f)} \leftarrow |TMT|$$

# Eficiência

## O problema

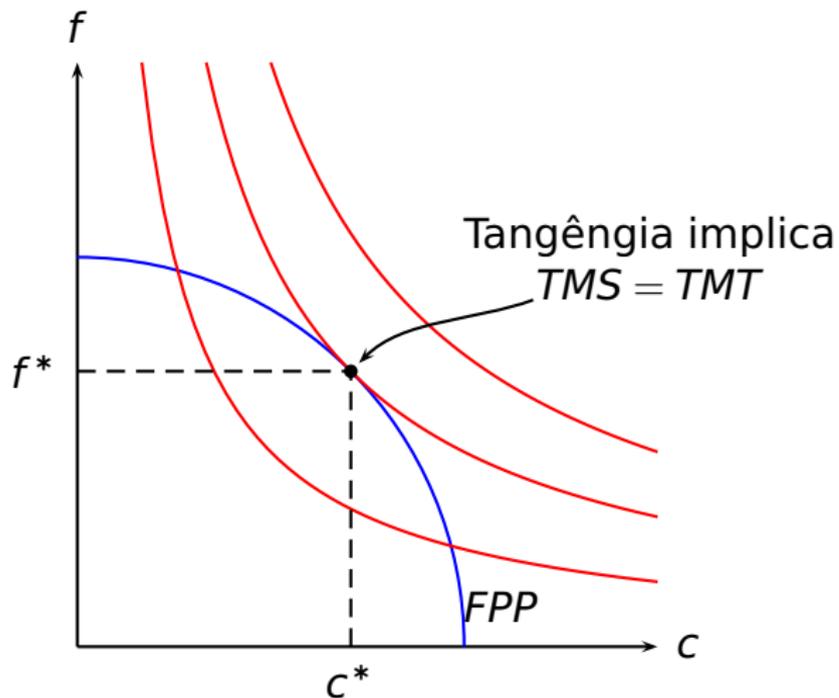
Escolher  $h_f$  e  $h_c$  de modo a maximizar  $U(c, f)$  tendo como restrições  $c \leq f_c(h_c)$ ,  $f \leq f_f(h_f)$  e  $h_c + h_f \leq H$

## Condições de primeira ordem

$$|TMS| \rightarrow \frac{\partial U(c, f) / \partial c}{\partial U(c, f) / \partial c} = \frac{f'_c(h_c)}{f'_f(h_f)} \leftarrow |TMT|$$

$$h_c + h_f = H$$

# Eficiência – sol. gráfica



# Comportamento da empresa

## A função de lucro

$$\pi = p_c f_c(h_c) + p_f f_f(h_f) - w(h_c + h_f)$$

# Comportamento da empresa

## A função de lucro

$$\pi = p_c f_c(h_c) + p_f f_f(h_f) - w(h_c + h_f)$$

## Condição de 1ª ordem de lucro máximo

$$p_c f'_c(h_c) = w = p_f f'_f(h_f)$$

# Comportamento da empresa

## A função de lucro

$$\pi = p_c f_c(h_c) + p_f f_f(h_f) - w(h_c + h_f)$$

## Condição de 1ª ordem de lucro máximo

$$p_c f'_c(h_c) = w = p_f f'_f(h_f) \Rightarrow \frac{p_c}{p_f} = -\frac{f'_f(h_f)}{f'_c(h_c)}$$

# Comportamento da empresa

## A função de lucro

$$\pi = p_c f_c(h_c) + p_f f_f(h_f) - w(h_c + h_f)$$

## Condição de 1ª ordem de lucro máximo

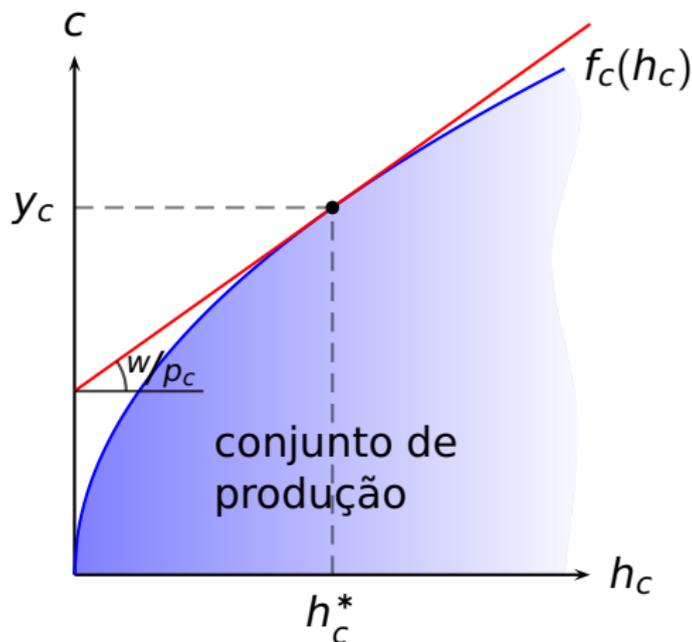
$$p_c f'_c(h_c) = w = p_f f'_f(h_f) \Rightarrow \frac{p_c}{p_f} = -\frac{f'_f(h_f)}{f'_c(h_c)} (= |TMT|)$$

## Notação

Empregaremos  $y_c(p_c, p_f, w)$  e  $y_f(p_c, p_f, w)$  para designar as funções de oferta de coco e peixe, respectivamente.

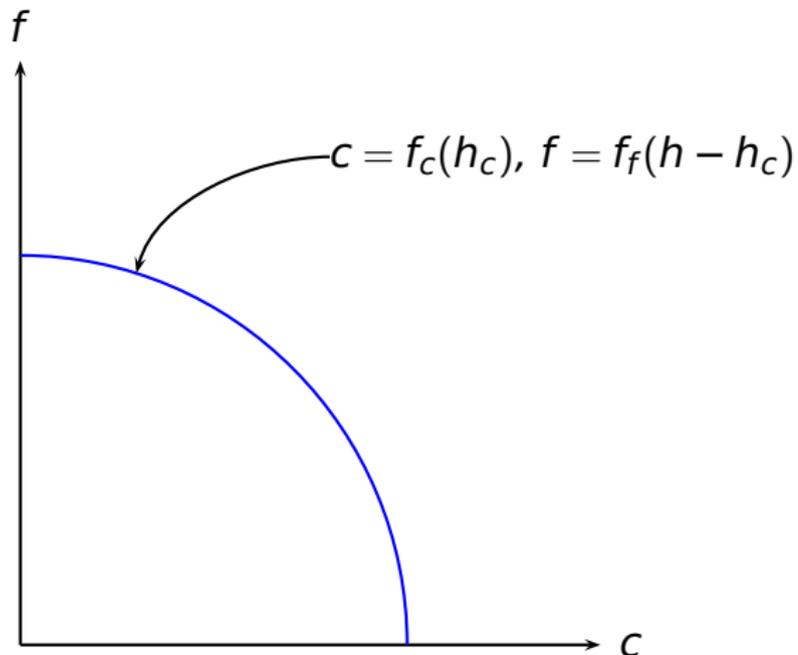
# Interpretação gráfica

Oferta de coco e demanda de trabalho para produção de cocos



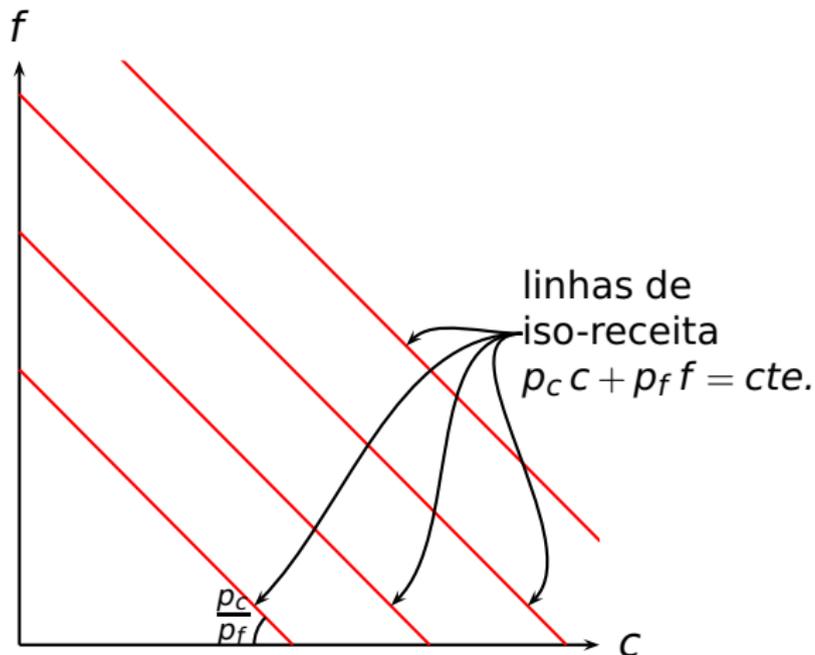
# Interpretação gráfica

## Maximização de receita



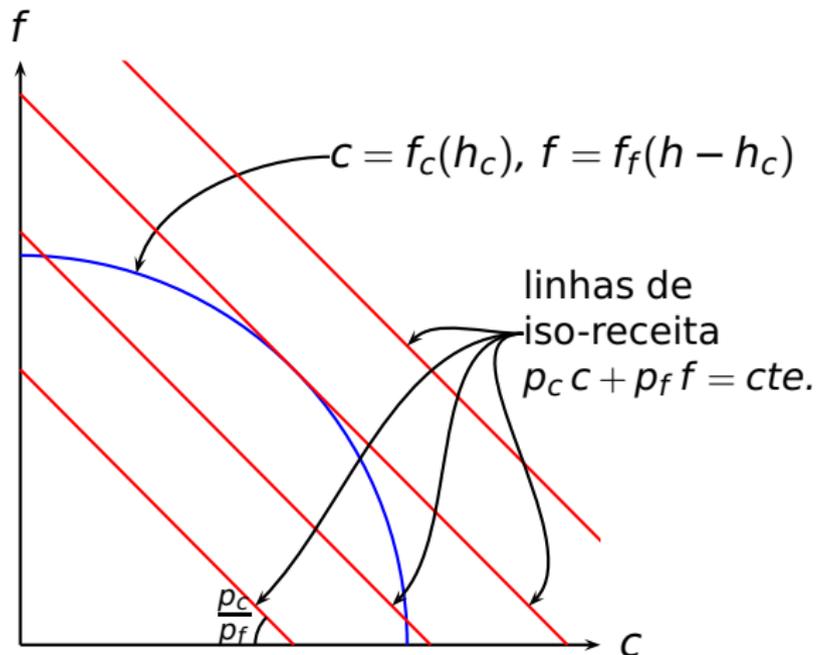
# Interpretação gráfica

## Maximização de receita



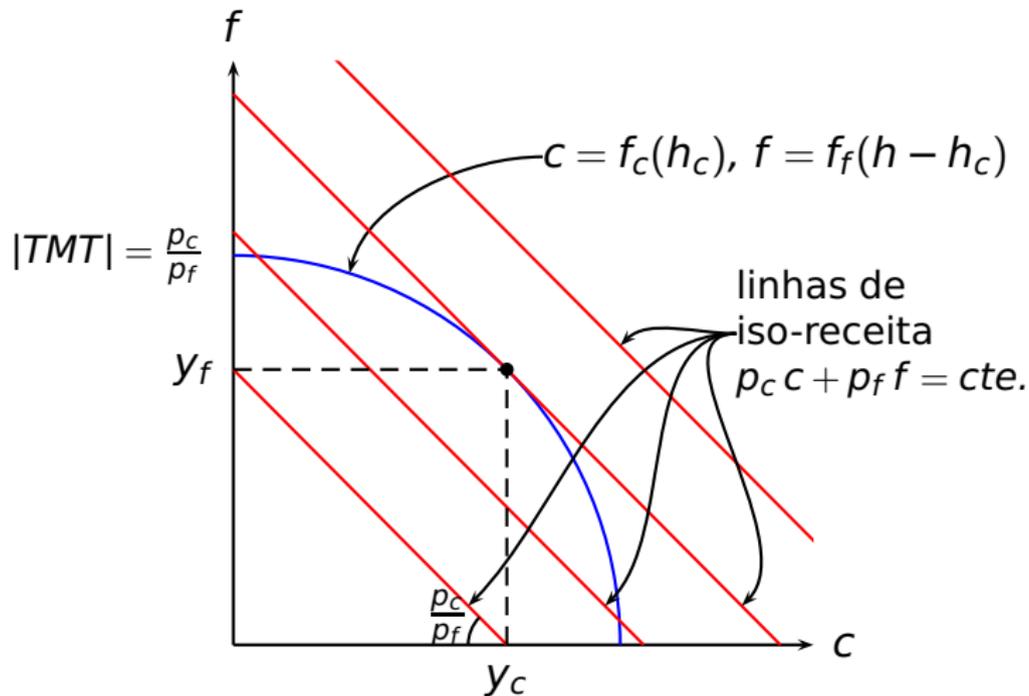
# Interpretação gráfica

## Maximização de receita



# Interpretação gráfica

## Maximização de receita



# Comportamento do consumidor

## Problema do consumidor

Maximizar  $U(c, f)$  dada a restrição  $p_c c + p_f f \leq \pi + wH$ .

# Comportamento do consumidor

## Problema do consumidor

Maximizar  $U(c, f)$  dada a restrição  $p_c c + p_f f \leq \pi + wH$ .

**Observação:** Note que, como  $\pi = p_c y_c + p_f y_f - wH$ , a restrição acima pode ser reescrita como  $p_c c + p_f f \leq p_c y_c + p_f y_f$

# Comportamento do consumidor

## Problema do consumidor

Maximizar  $U(c, f)$  dada a restrição  $p_c c + p_f f \leq \pi + wH$ .

**Observação:** Note que, como  $\pi = p_c y_c + p_f y_f - wH$ , a restrição acima pode ser reescrita como  $p_c c + p_f f \leq p_c y_c + p_f y_f$

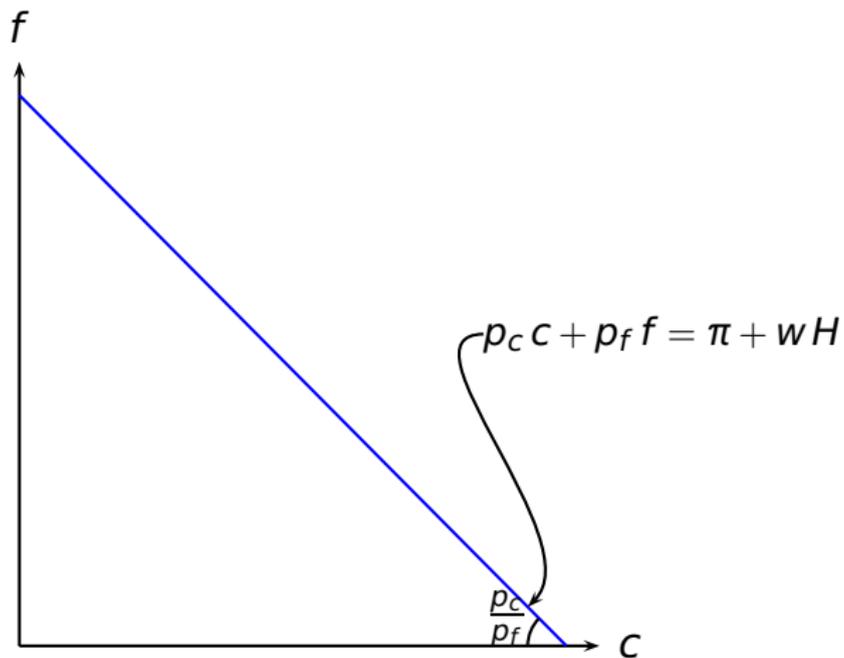
## Condição de máximo de 1<sup>a</sup> ordem

$$(|TMS| =) \frac{\partial U(c, f) / \partial c}{\partial U(c, f) / \partial f} = \frac{p_c}{p_f}$$

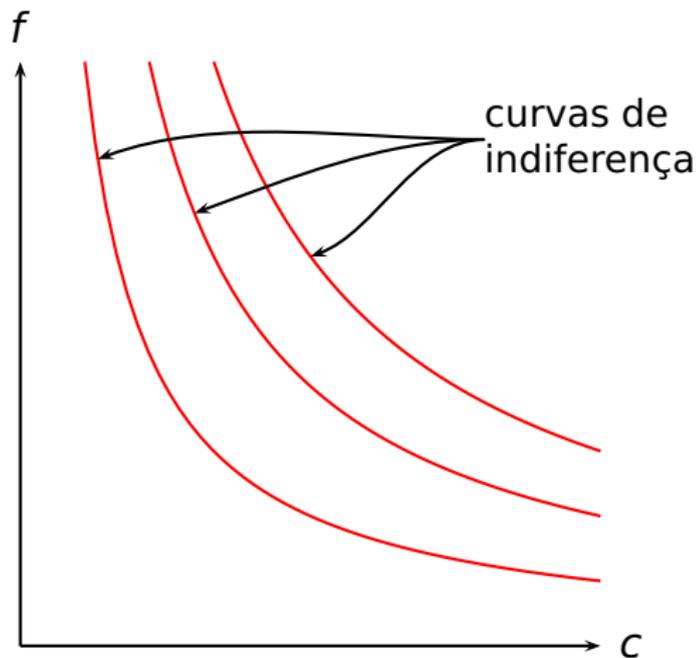
## Notação

Empregaremos  $x_c(p_c, p_f, wH + \pi)$  e  $x_f(p_c, p_f, wH + \pi)$  para designar as funções de demanda de coco e peixe, respectivamente.

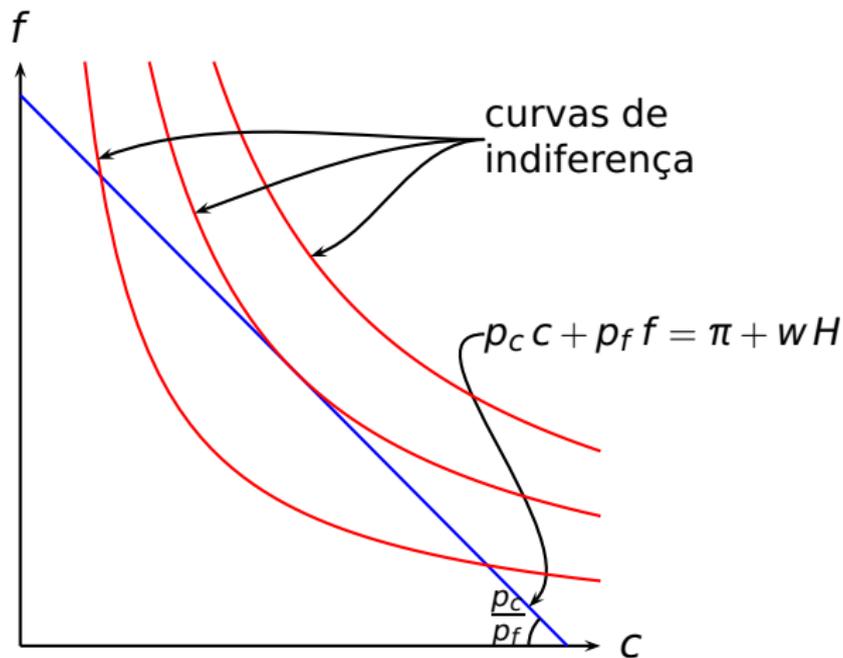
# Interpretação gráfica



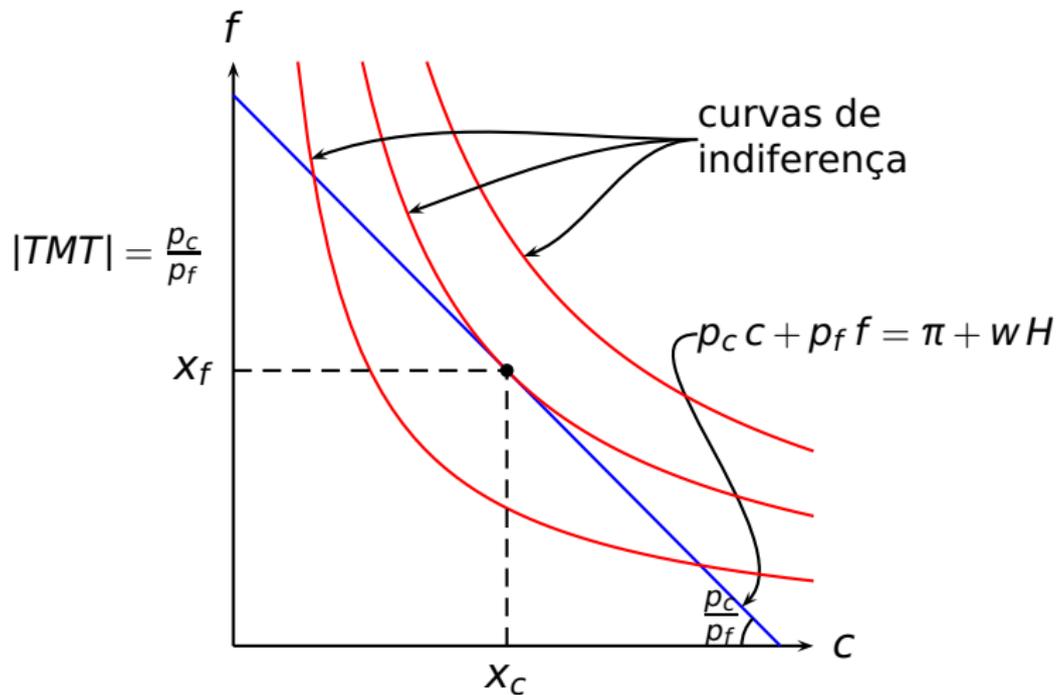
# Interpretação gráfica



# Interpretação gráfica



# Interpretação gráfica



# Equilíbrio

## Mercado de trabalho

$$p_c f'_c(h_c) = w = p_f f'_f(h_f)$$

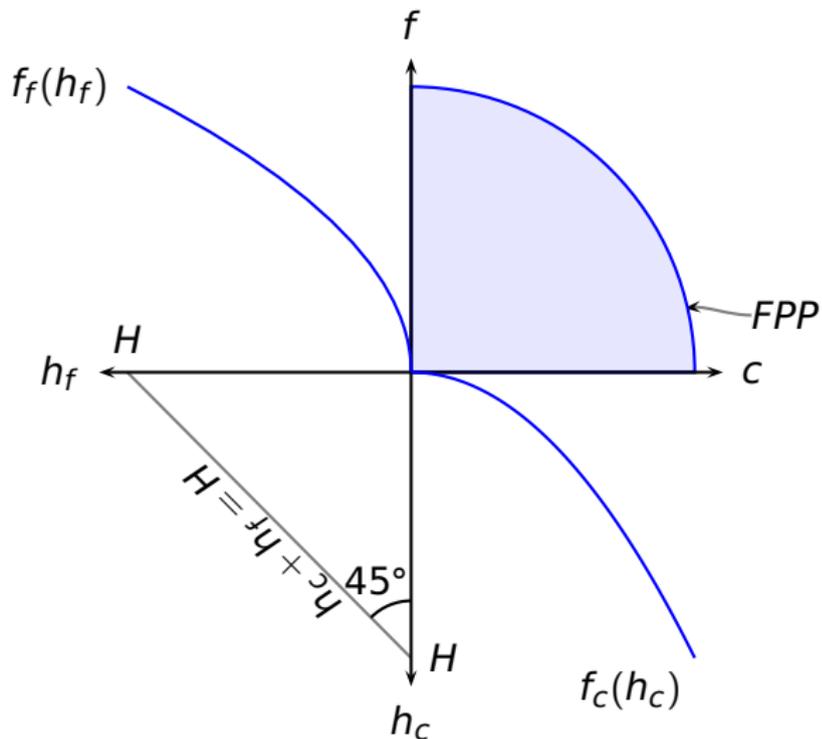
$$h_c + h_f = H$$

## Mercado de bens

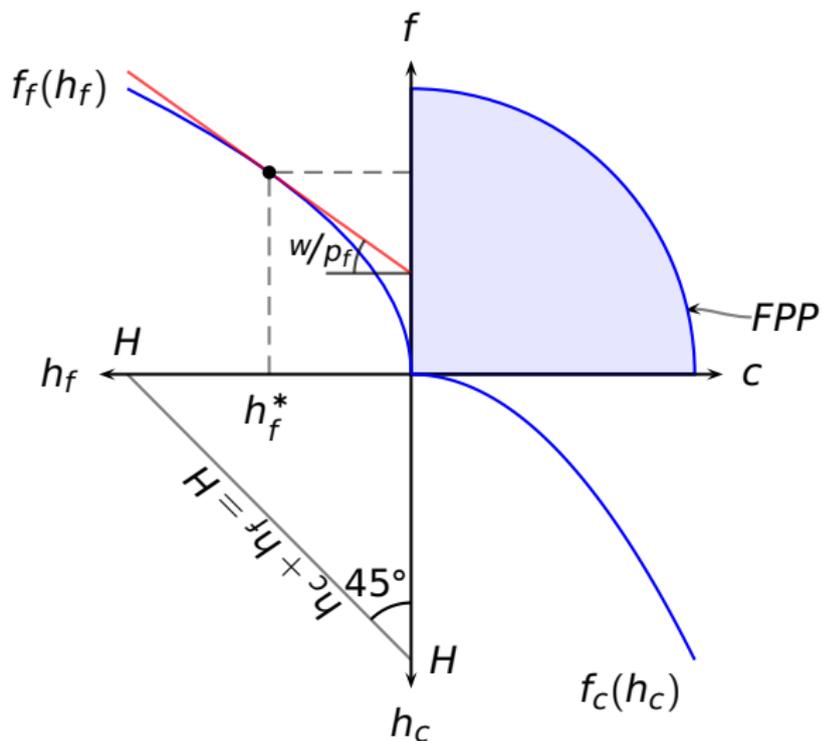
$$x_c(p_c, p_f, wH + \pi) = f_c(h_c)$$

$$x_f(p_c, p_f, wH + \pi) = f_f(h_f)$$

# Equilíbrio Representação Gráfica

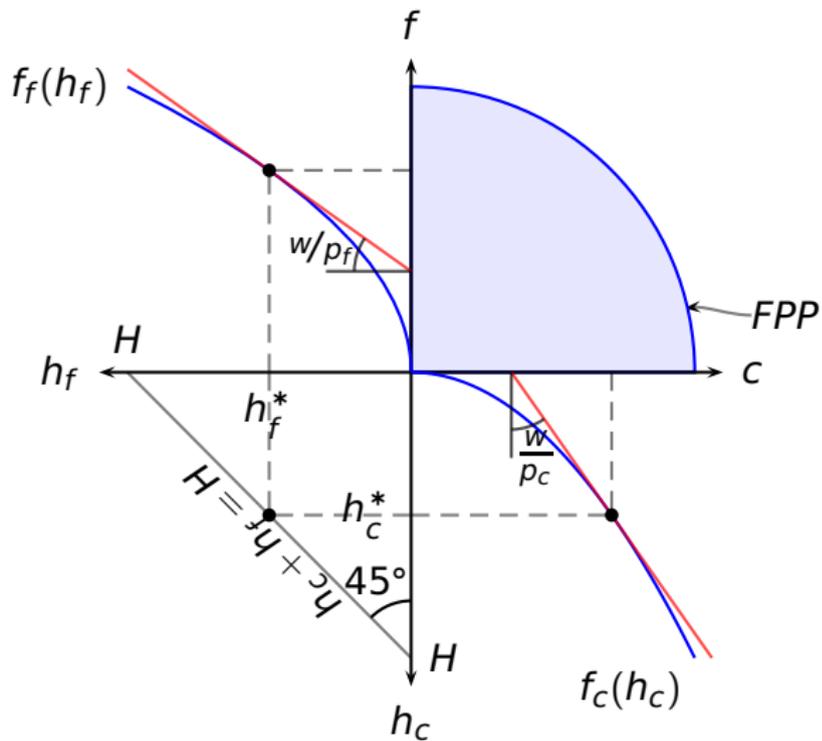


# Equilíbrio Representação Gráfica

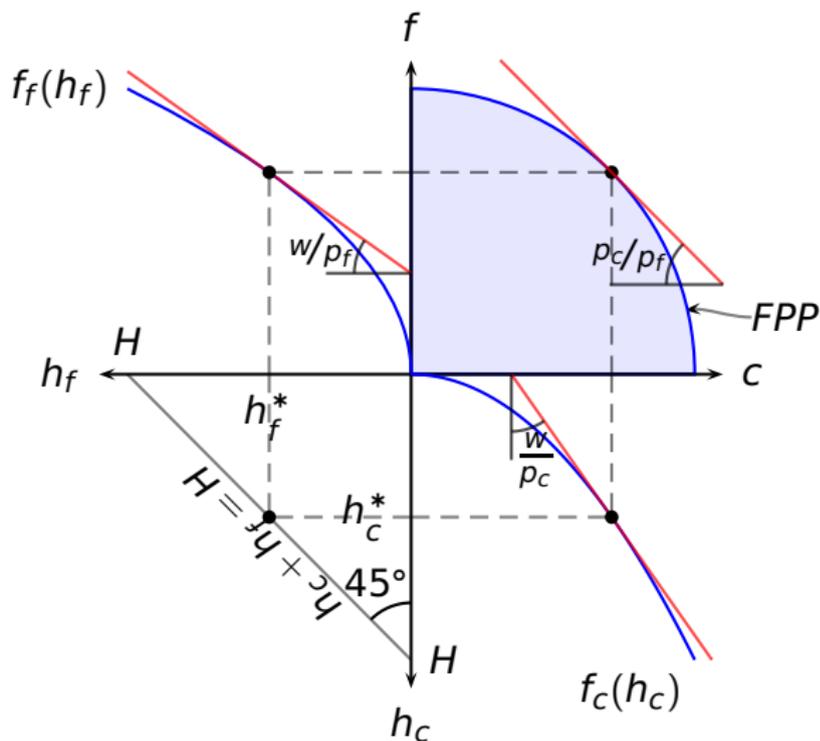




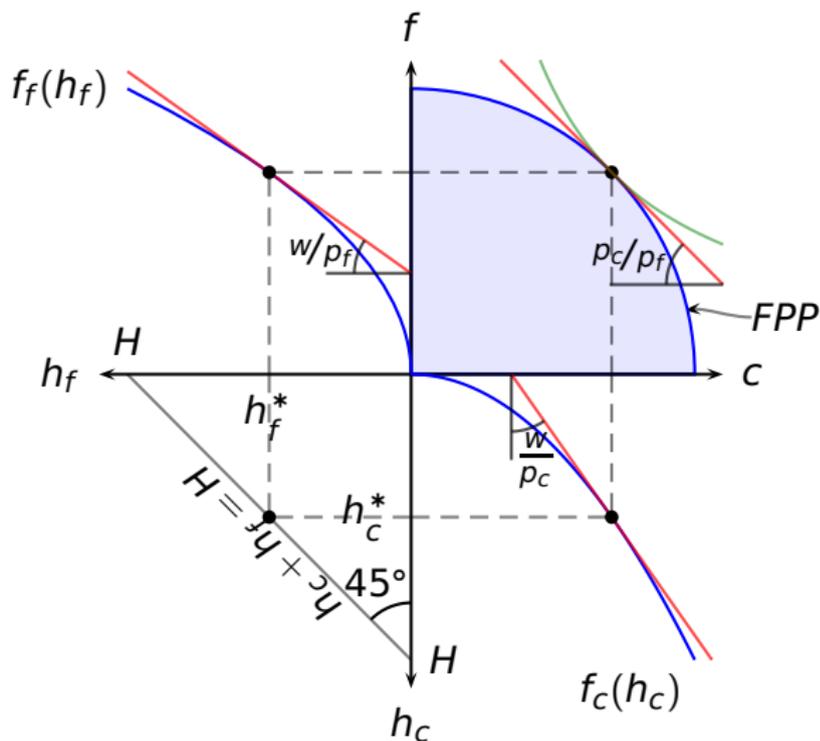
# Equilíbrio Representação Gráfica



# Equilíbrio Representação Gráfica



# Equilíbrio Representação Gráfica



# Um modelo com dois fatores de produção

- Um consumidor, Robinson Crusóé.
- Dois bens: peixe ( $f$ ) e coco ( $c$ ).
- Dois fatores de produção: trabalho ( $h$ ) e capital ( $k$ ) disponíveis em quantidades  $H$  e  $K$ , respectivamente.
- Funções de produção: coco:  $f_c(h_c, k_c)$ ; peixe:  $f_f(h_f, k_f)$ ,  
 $h_c + h_f \leq H$  e  $k_c + k_f \leq K$
- Função de utilidade  $U(c, f)$

# Alocações dos fatores de produção

## Definição

Uma alocação dos fatores de produção  $(h_c, k_c, h_f, k_f)$  é uma descrição das quantidades de cada fator de produção empregadas em cada processo de produção.

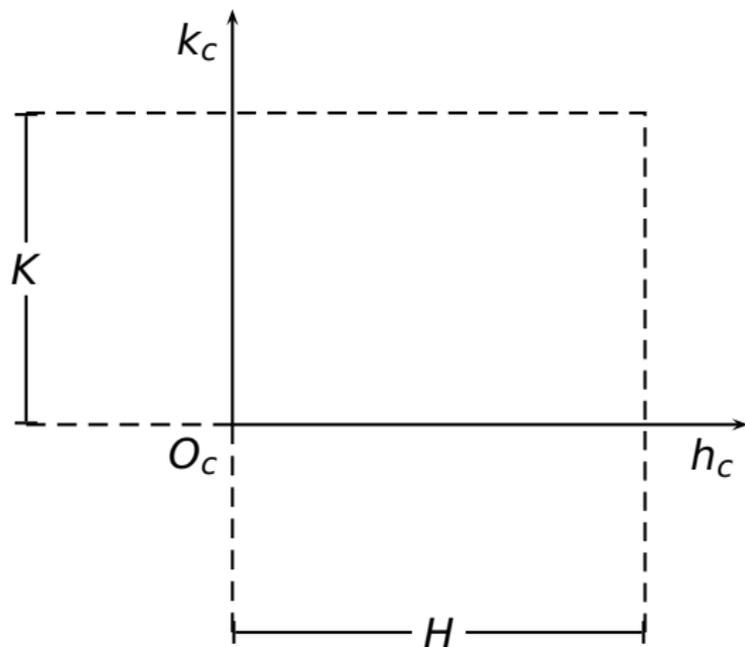
## Alocações factíveis dos fatores de produção

Uma alocação  $(h_c, k_c, h_f, k_f)$  dos fatores de produção é factível caso  $h_c + h_f \leq H$  e  $k_c + k_f \leq K$ .

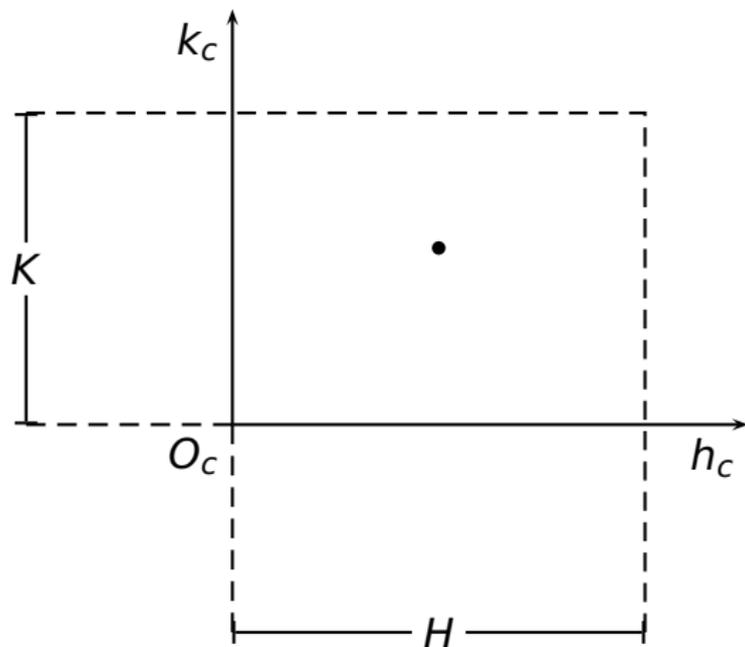
## Alocações factíveis e sem desemprego

Uma alocação factível dos fatores de produção  $(h_c, k_c, h_f, k_f)$  é dita sem desemprego caso  $h_c + h_f = H$  e  $k_c + k_f = K$ .

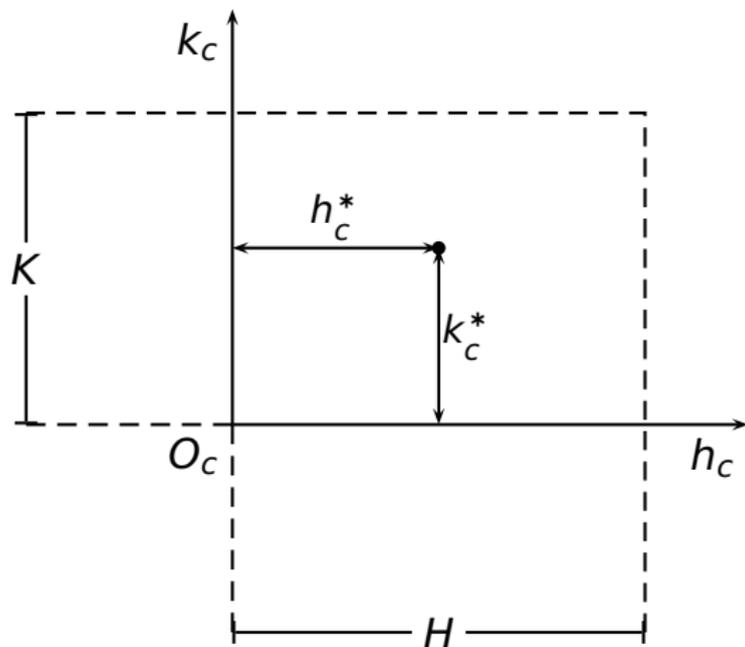
# A caixa de Edgeworth na produção



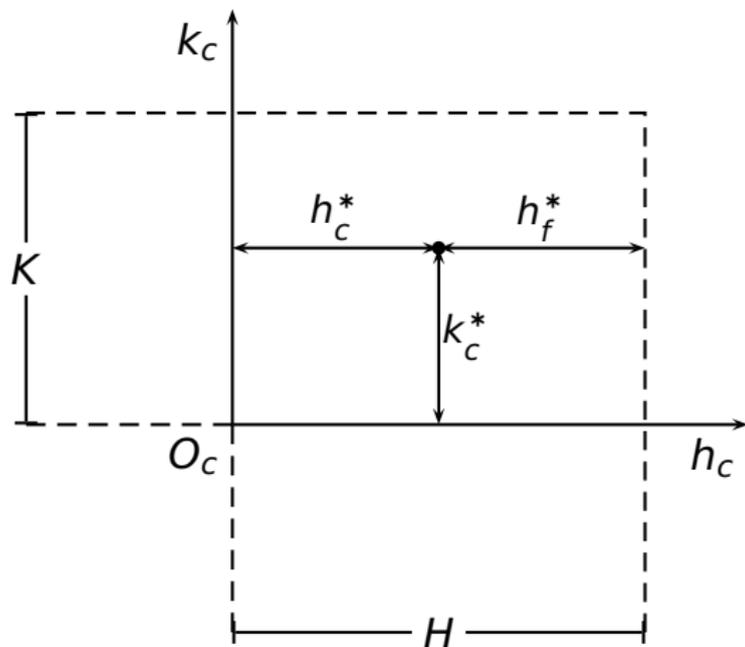
# A caixa de Edgeworth na produção



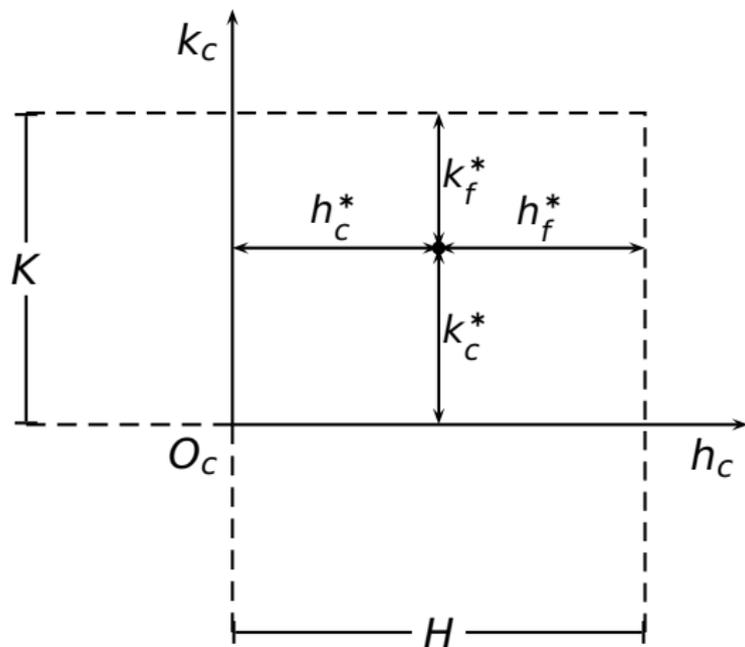
# A caixa de Edgeworth na produção



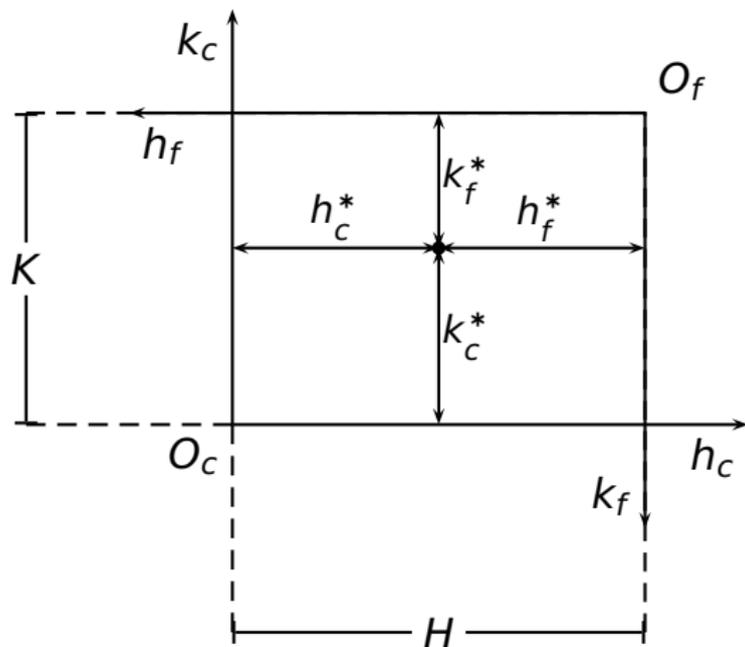
# A caixa de Edgeworth na produção



# A caixa de Edgeworth na produção



# A caixa de Edgeworth na produção





# Eficiência na produção

## Definição

Uma alocação de fatores sem desemprego é dita **tecnicamente eficiente** caso não haja alocação alternativa alguma que propicie uma produção maior de um dos bens sem com isso reduzir a produção de, pelo menos, um outro bem.

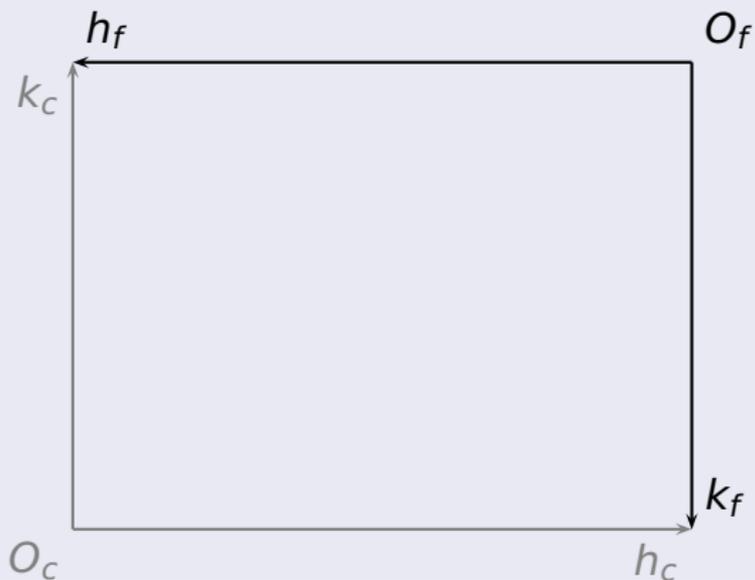
## Definição

A **curva de contrato na produção** é o conjunto de todas as alocações de fatores tecnicamente eficientes.



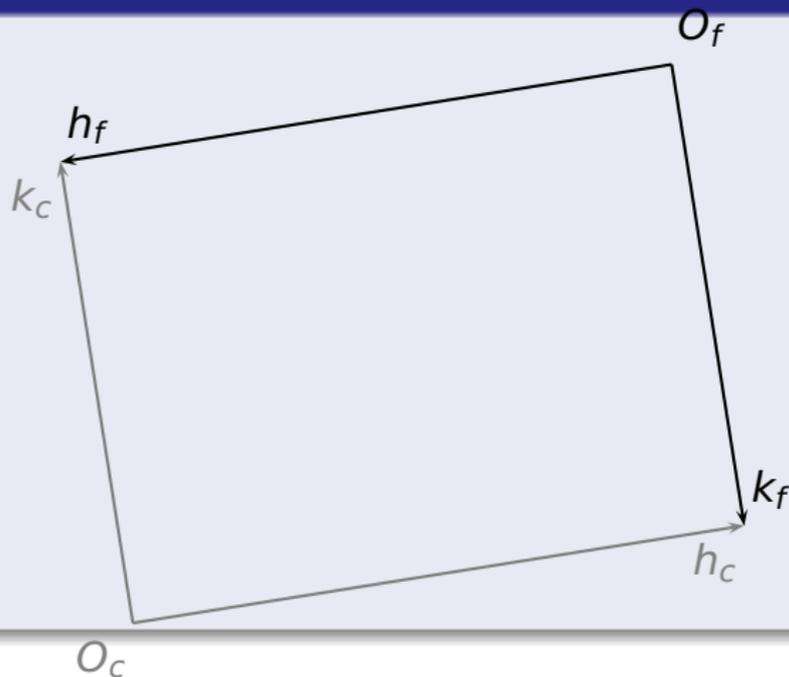
## Produção na caixa de Edgeworth

## Peixe



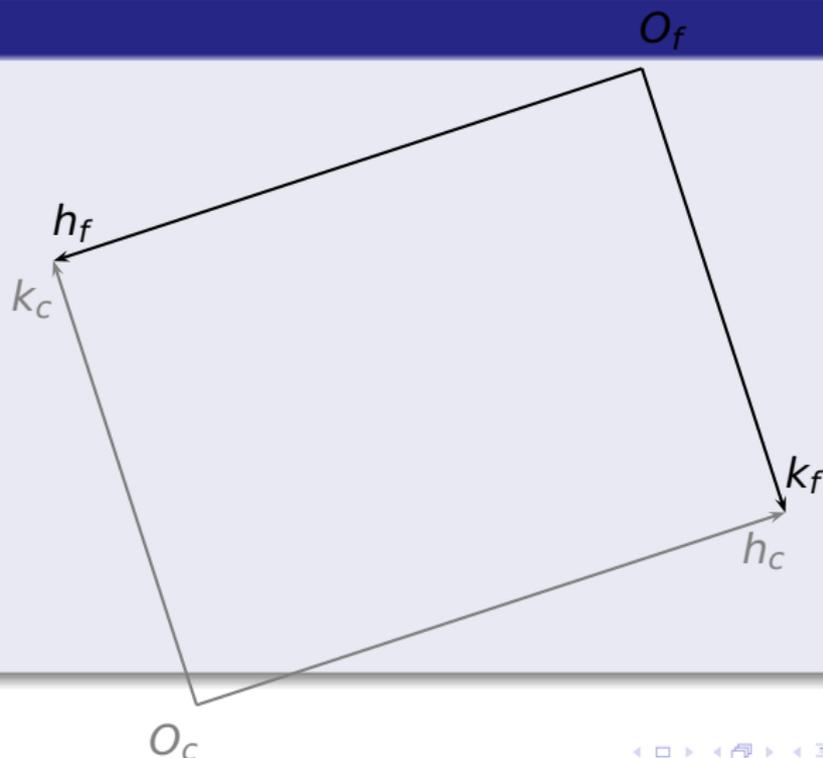
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



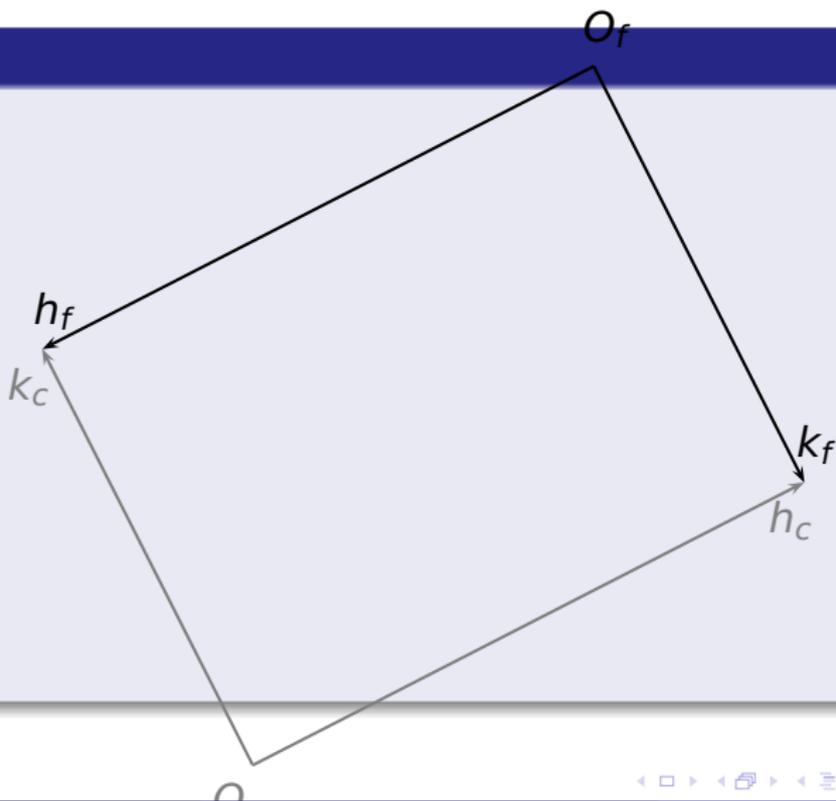
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



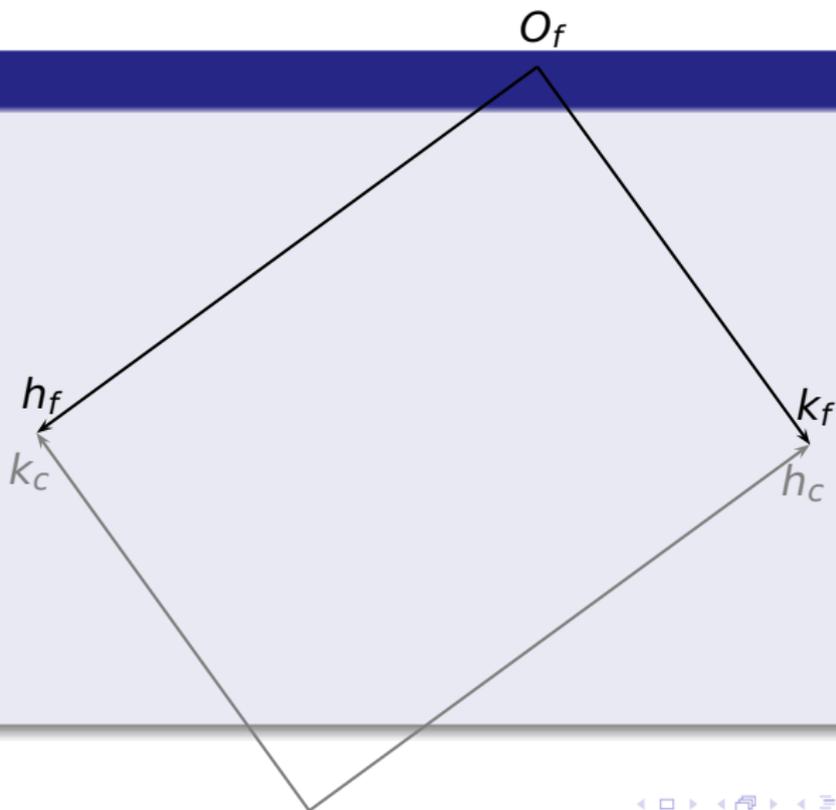
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe

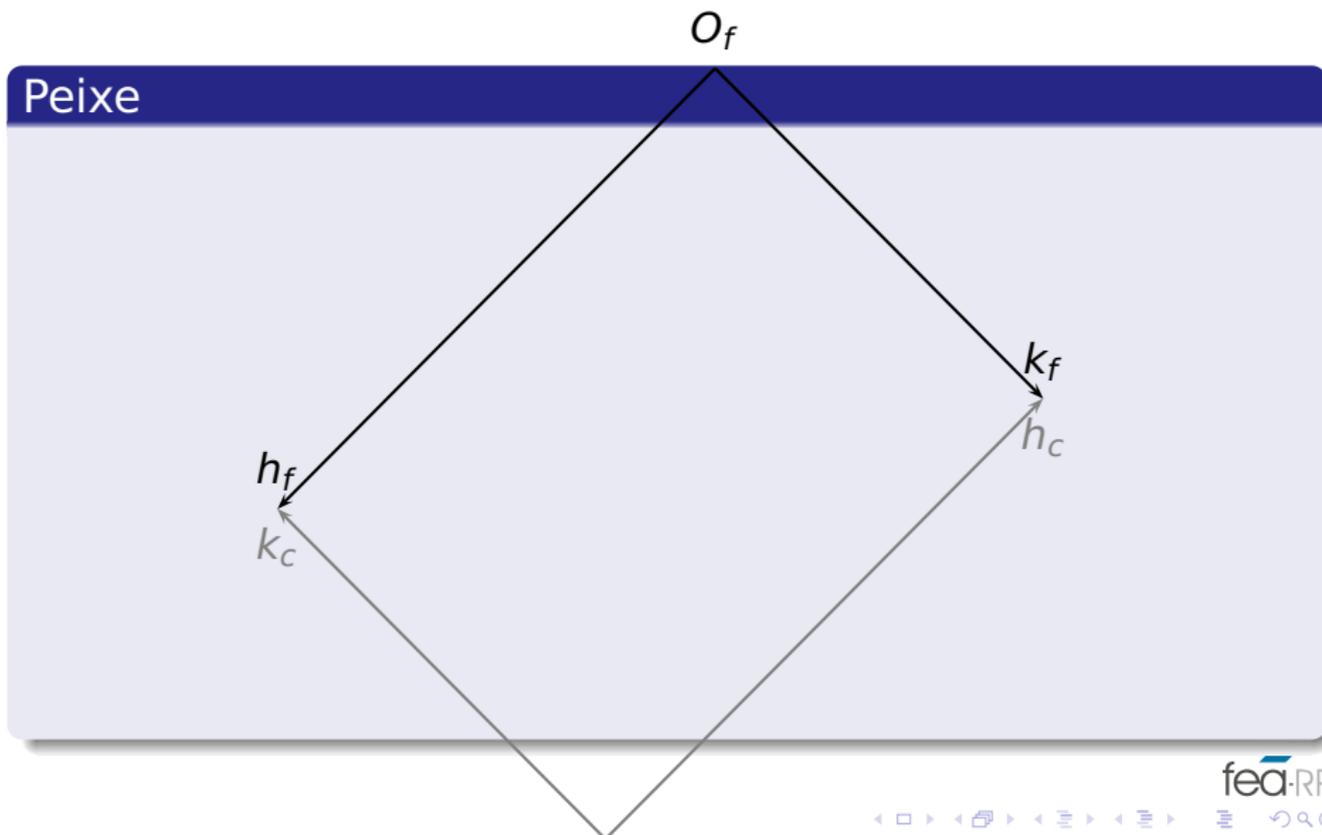


## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe

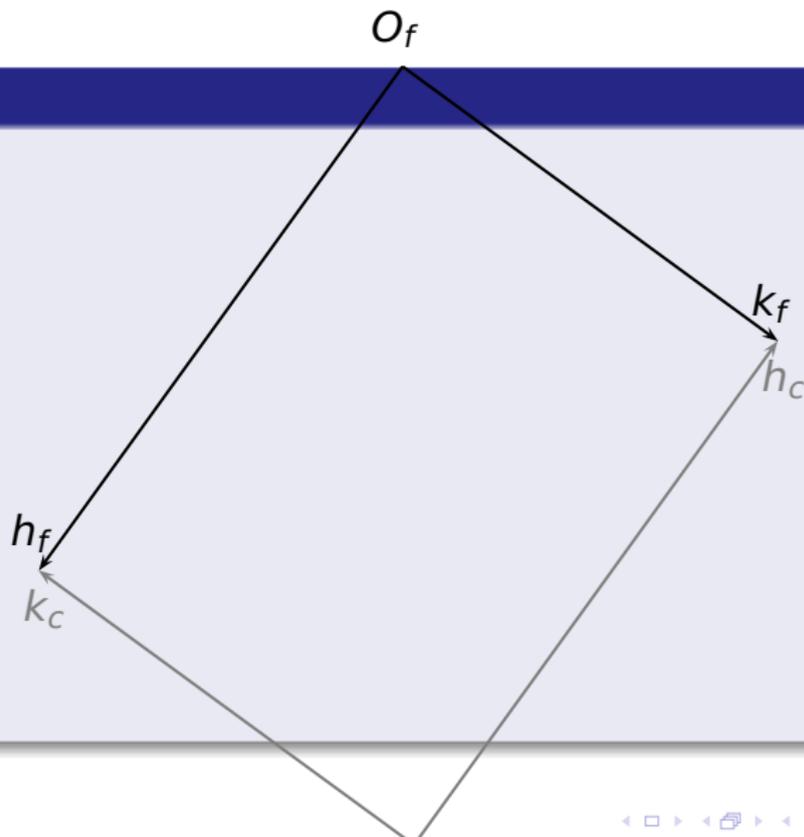


## Produção na caixa de Edgeworth



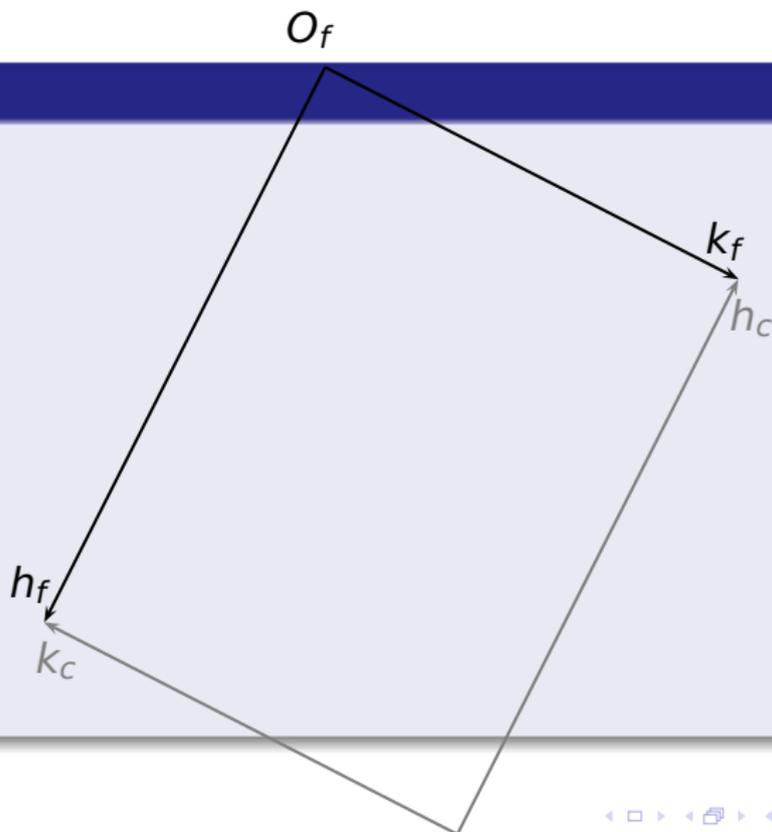
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



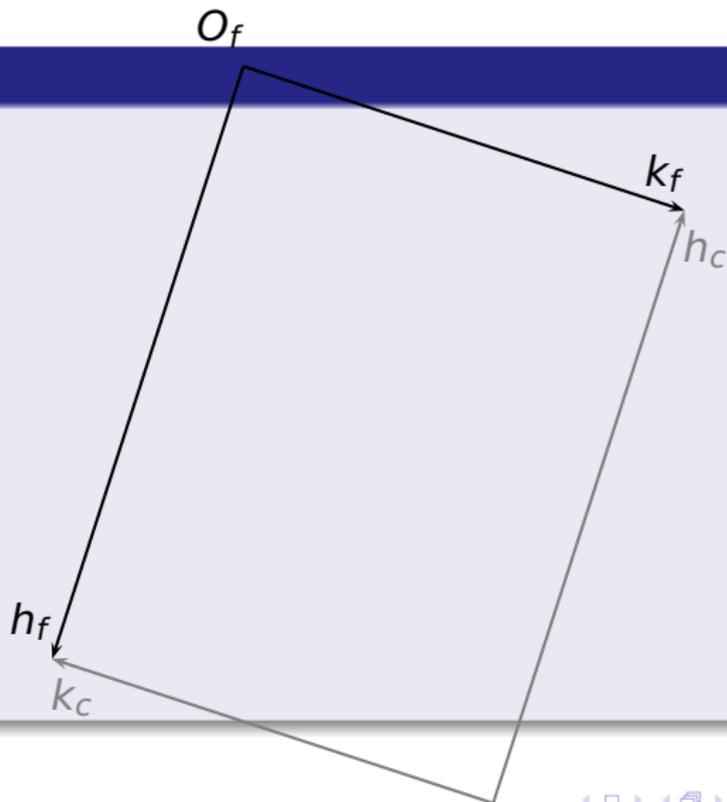
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



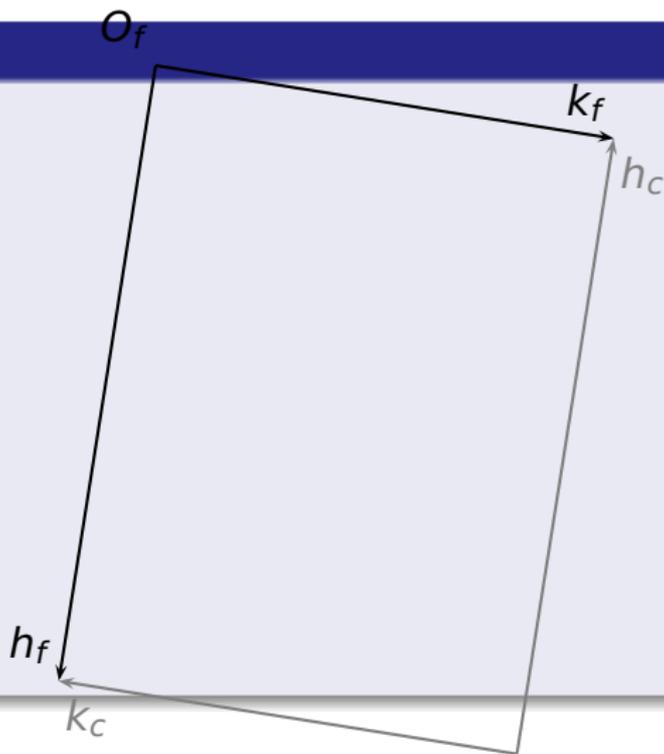
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



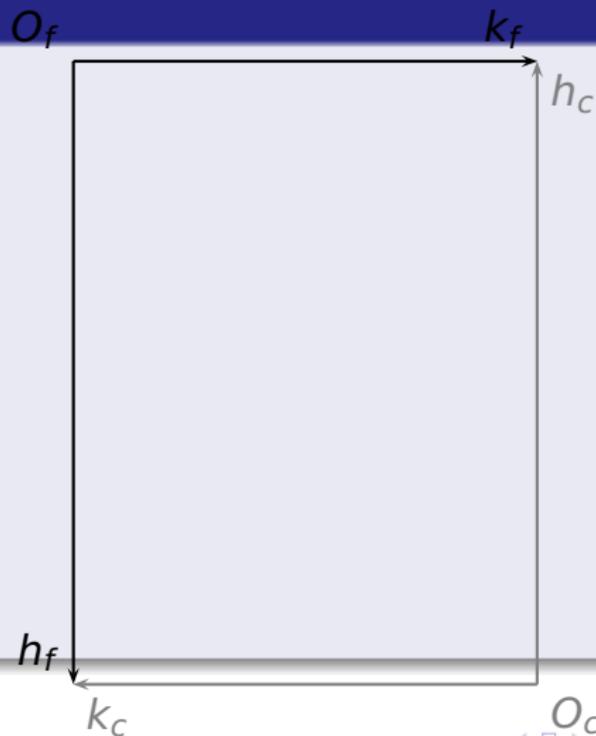
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



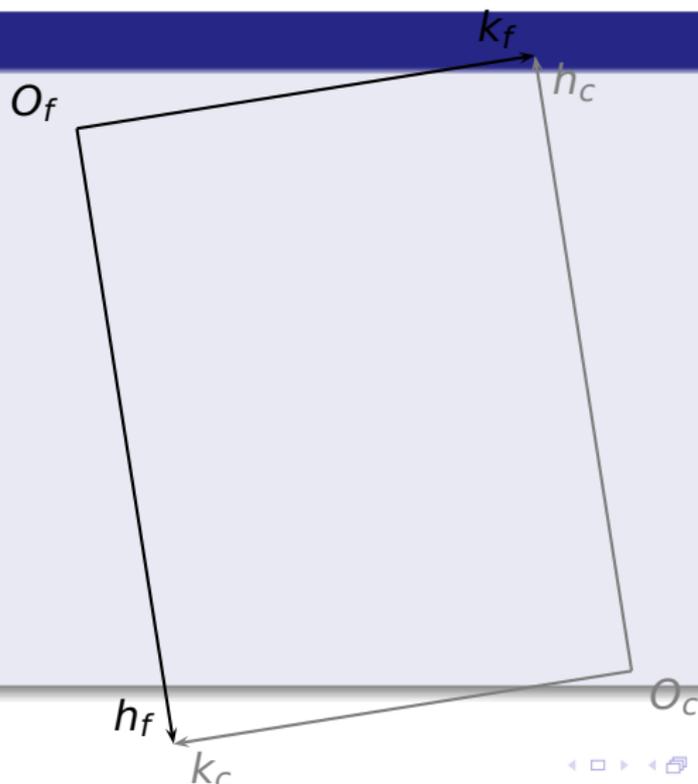
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



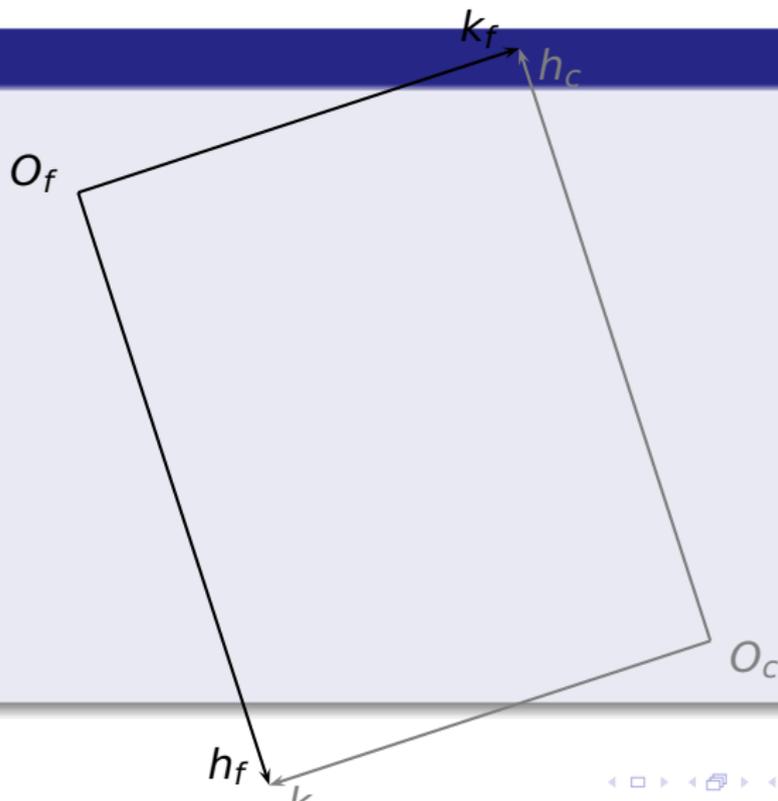
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



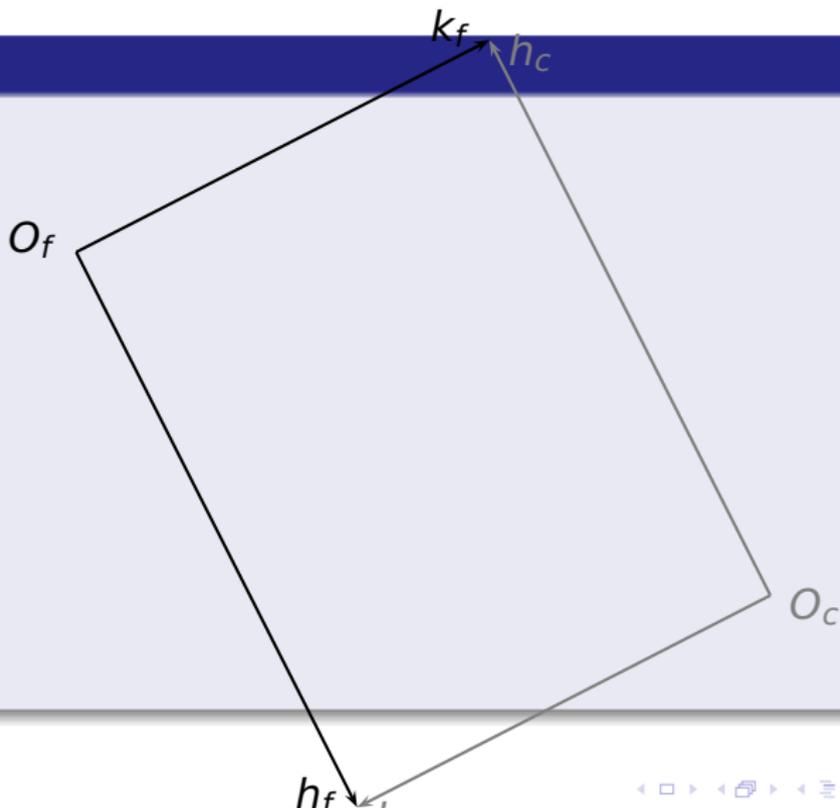
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



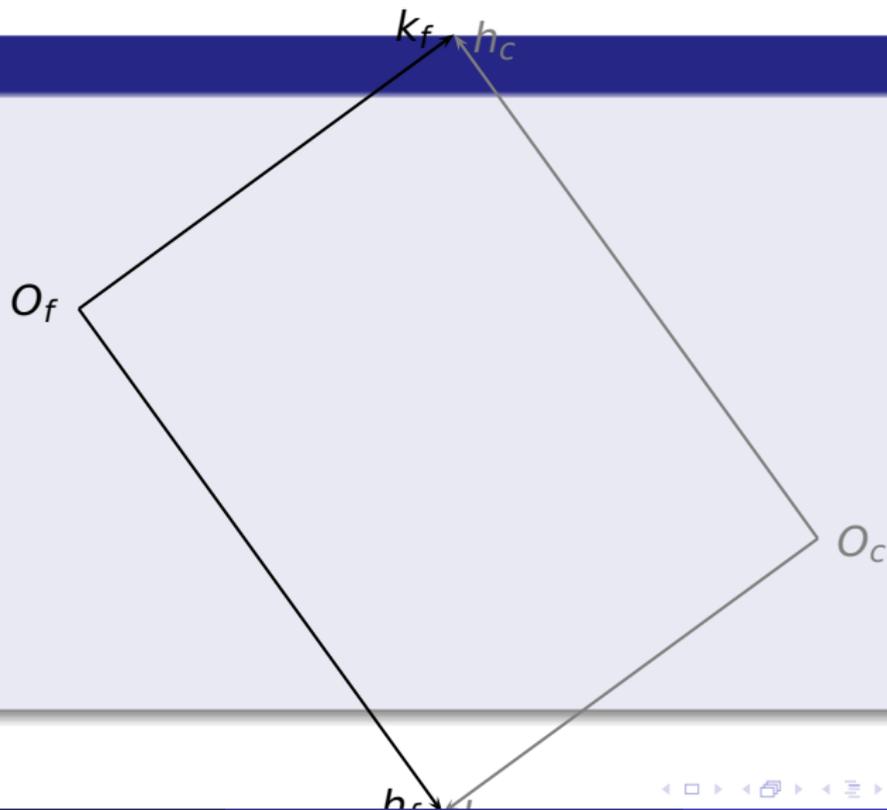
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



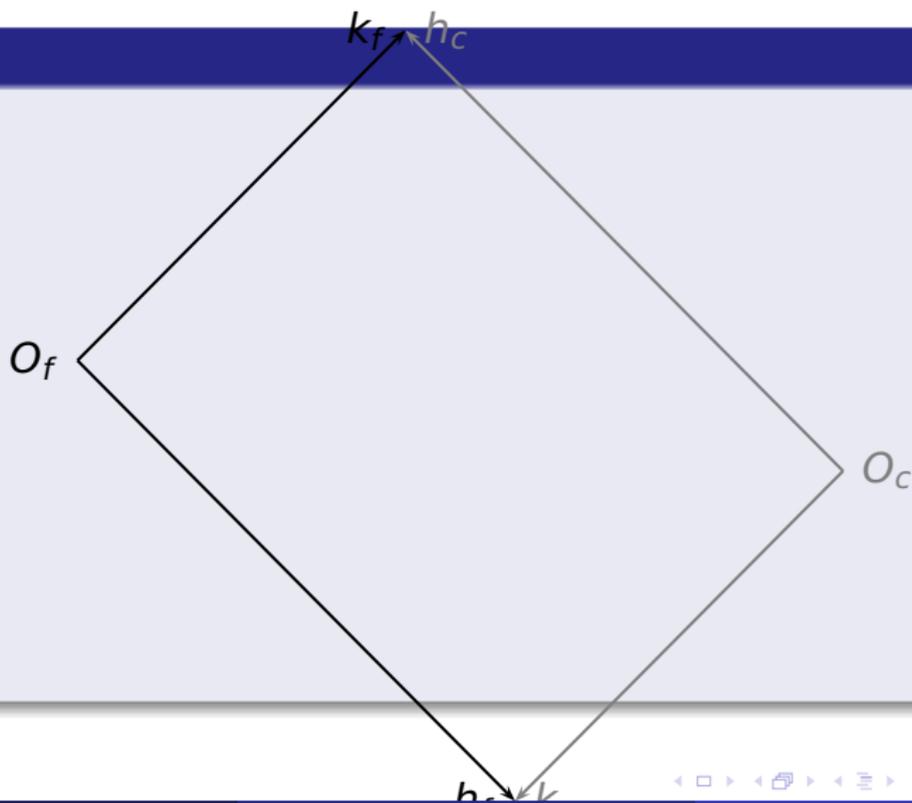
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



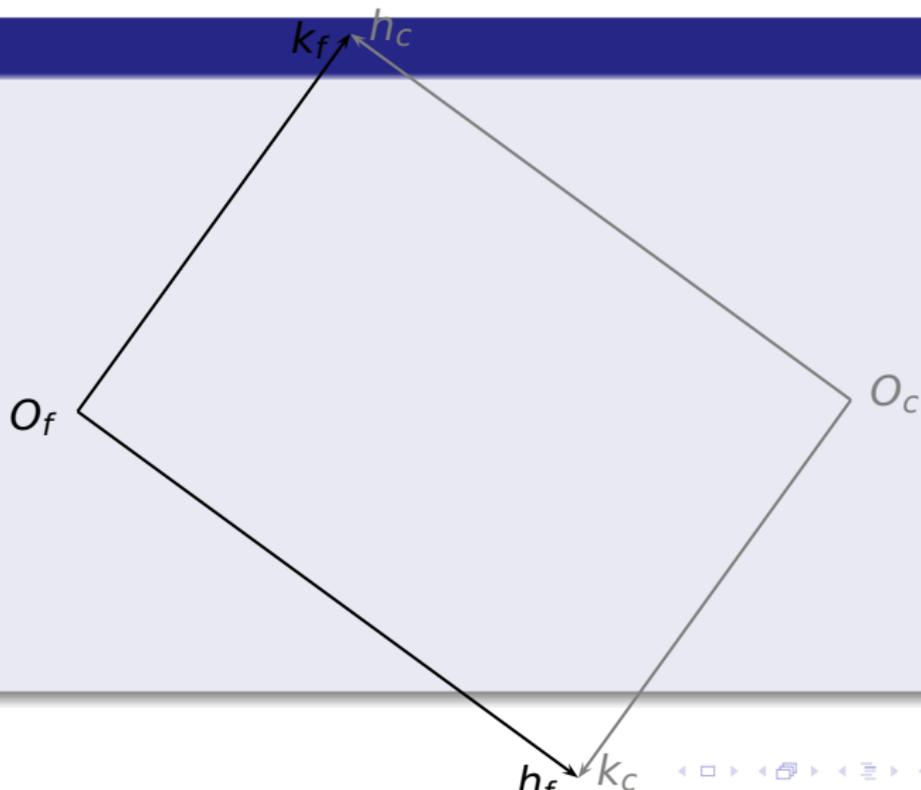
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



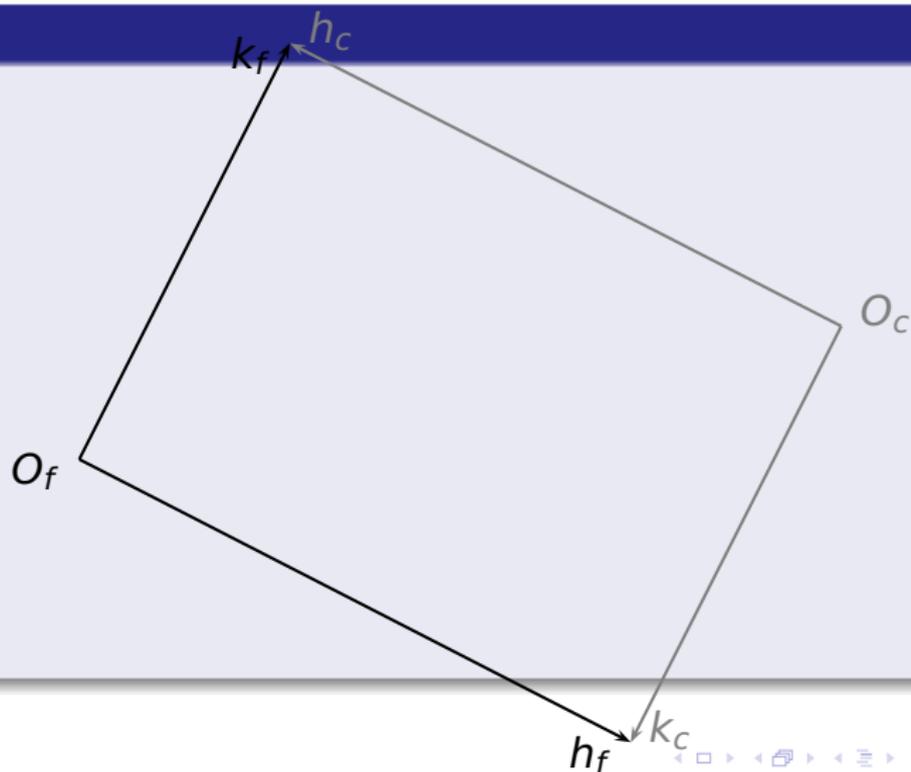
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



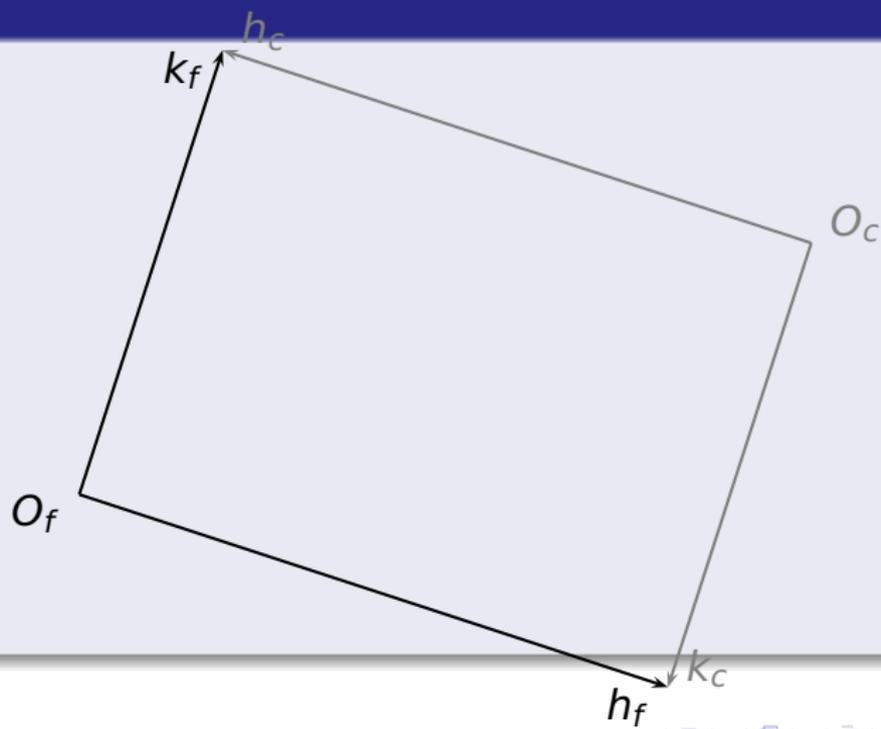
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



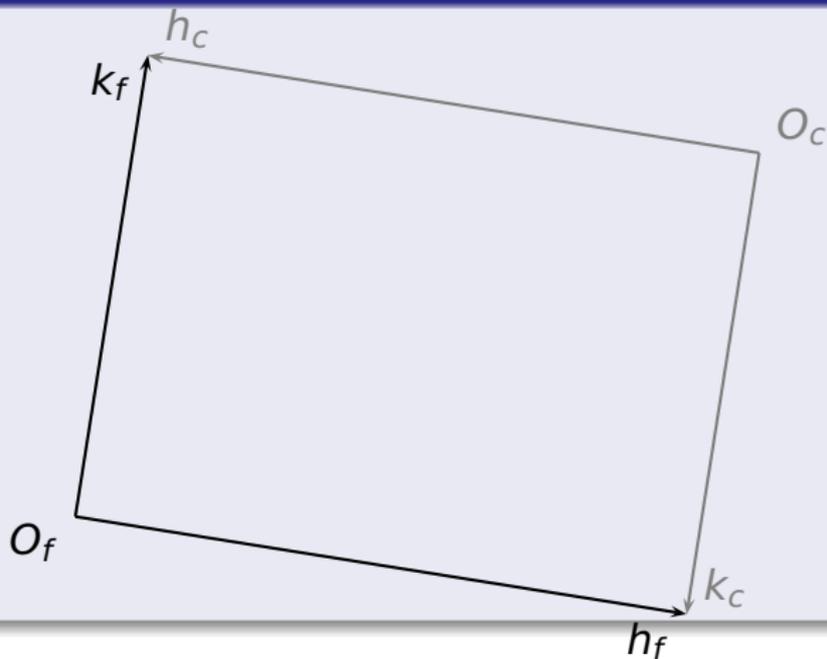
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



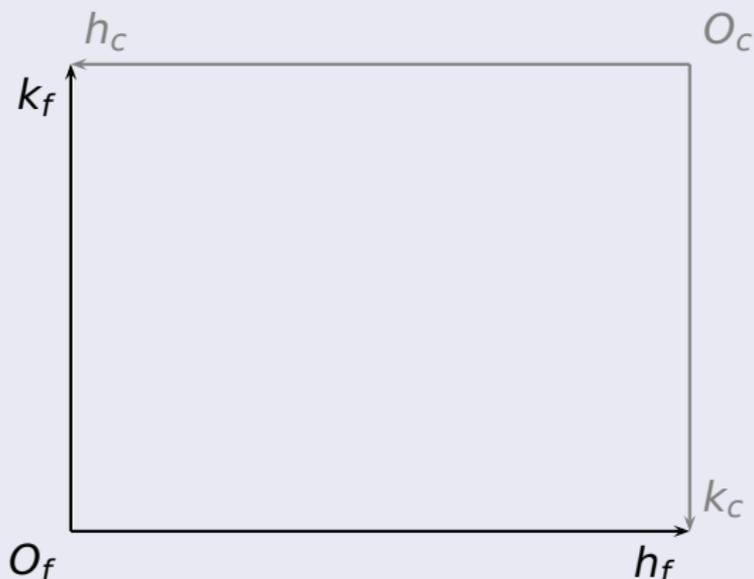
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



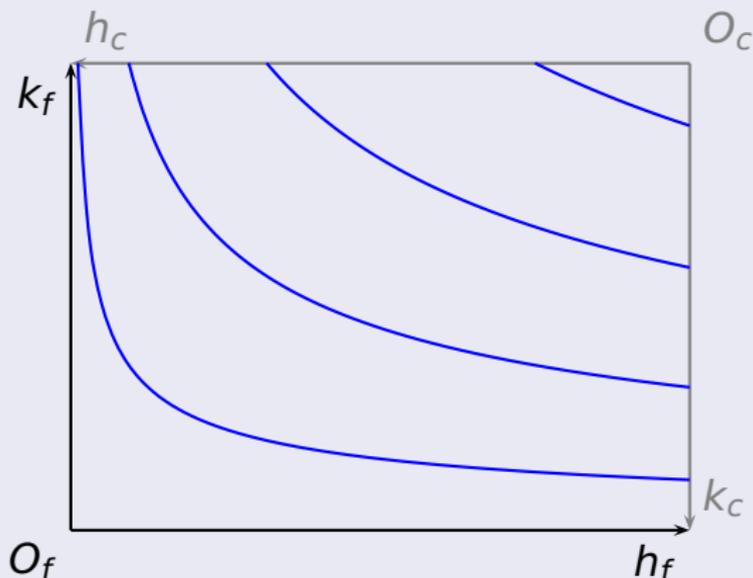
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



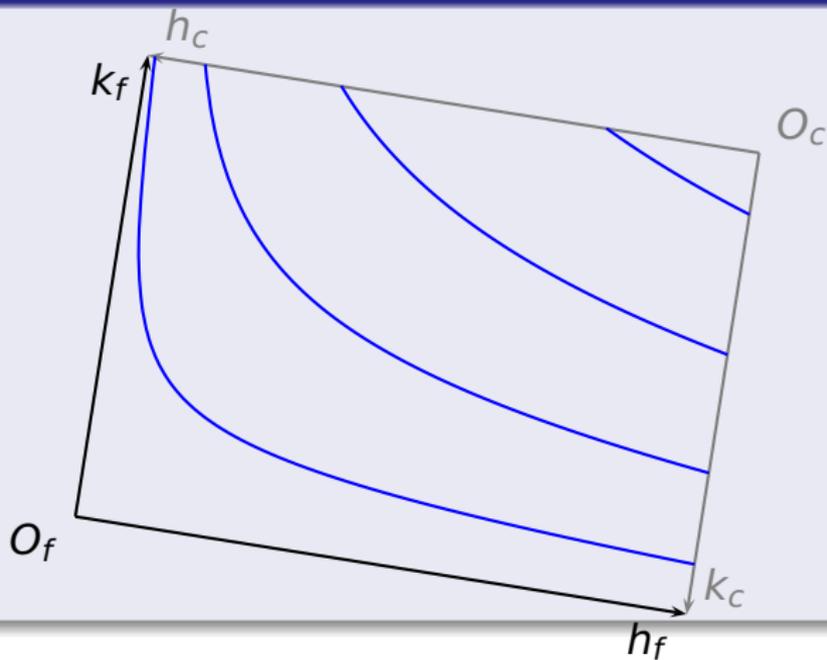
# Produção na caixa de Edgeworth

## Peixe



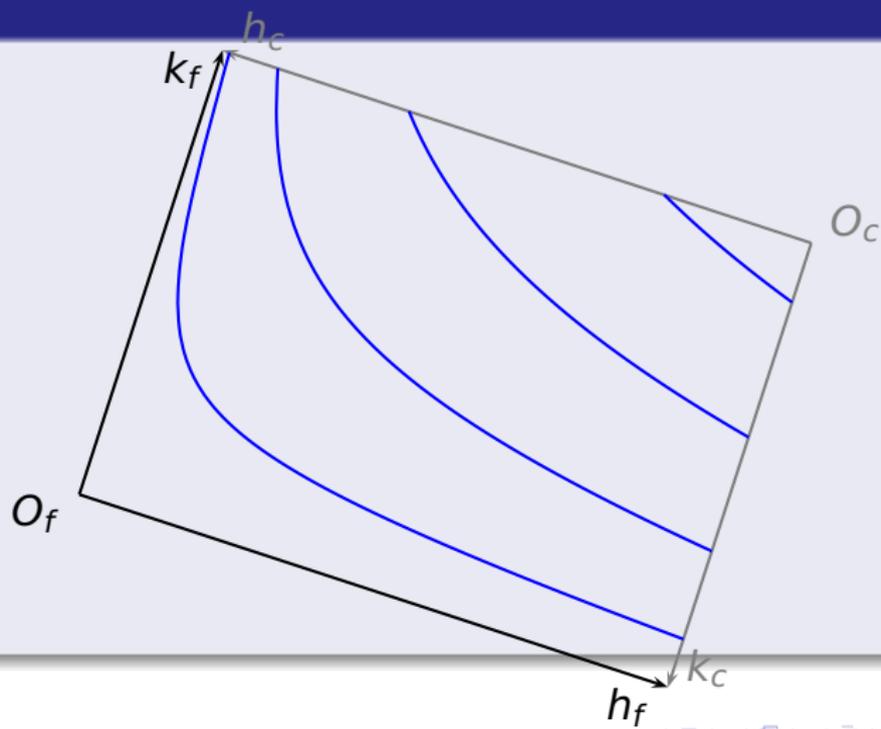
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



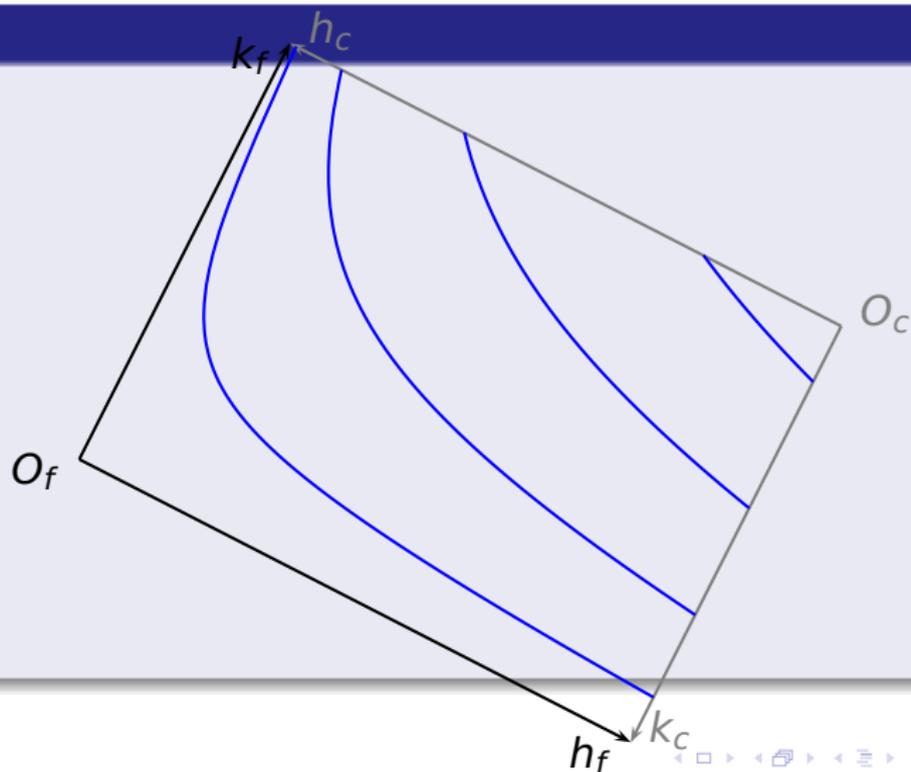
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



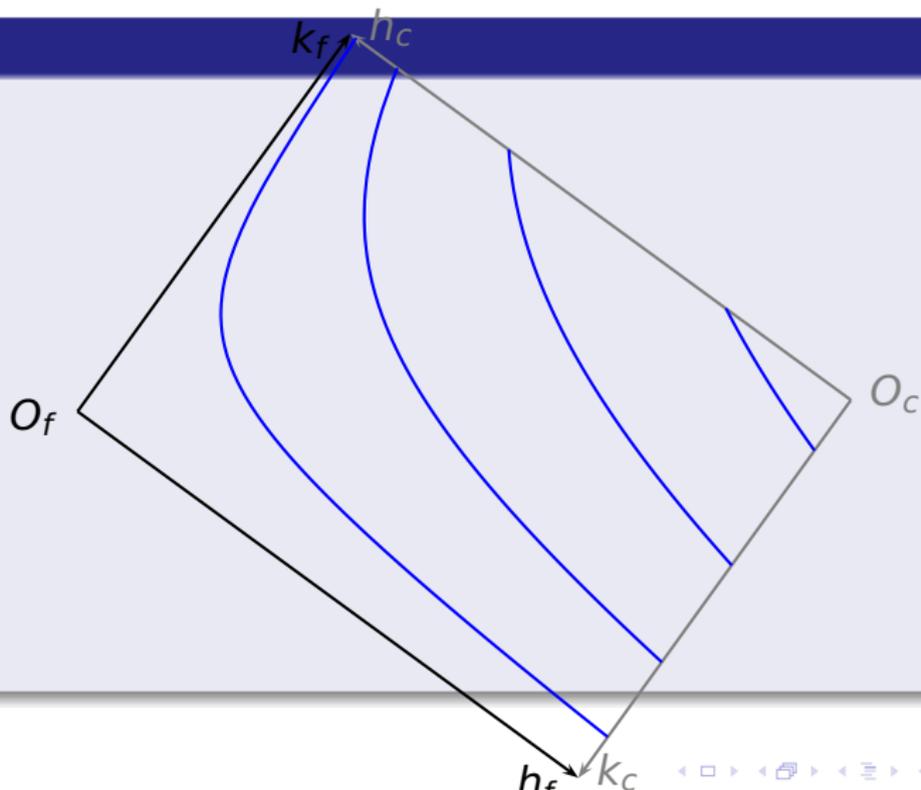
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



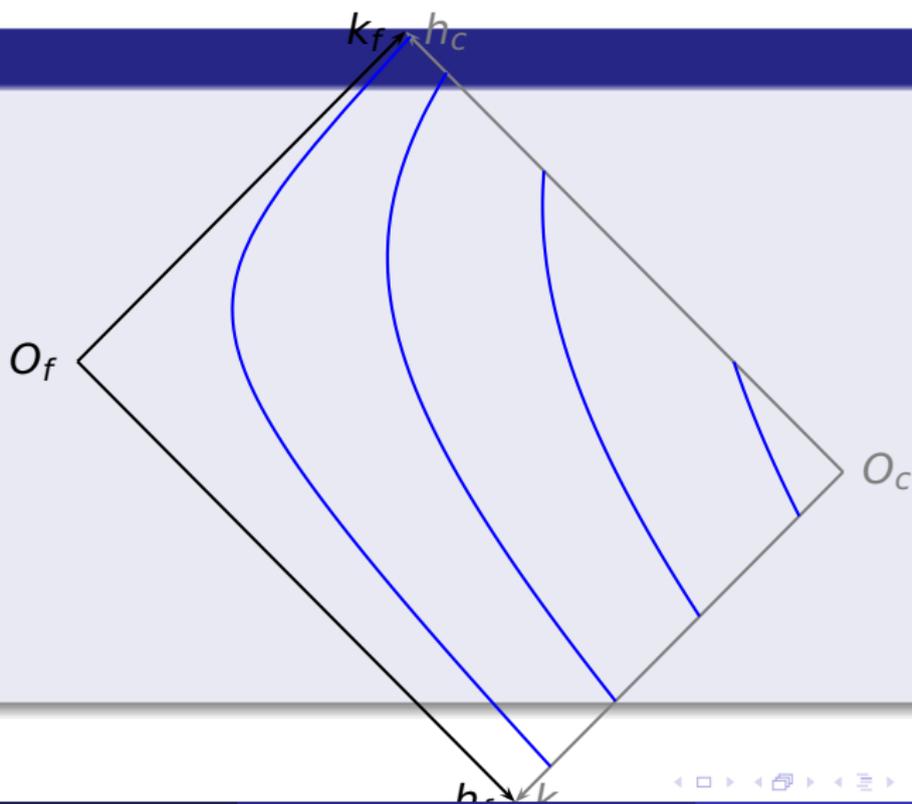
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



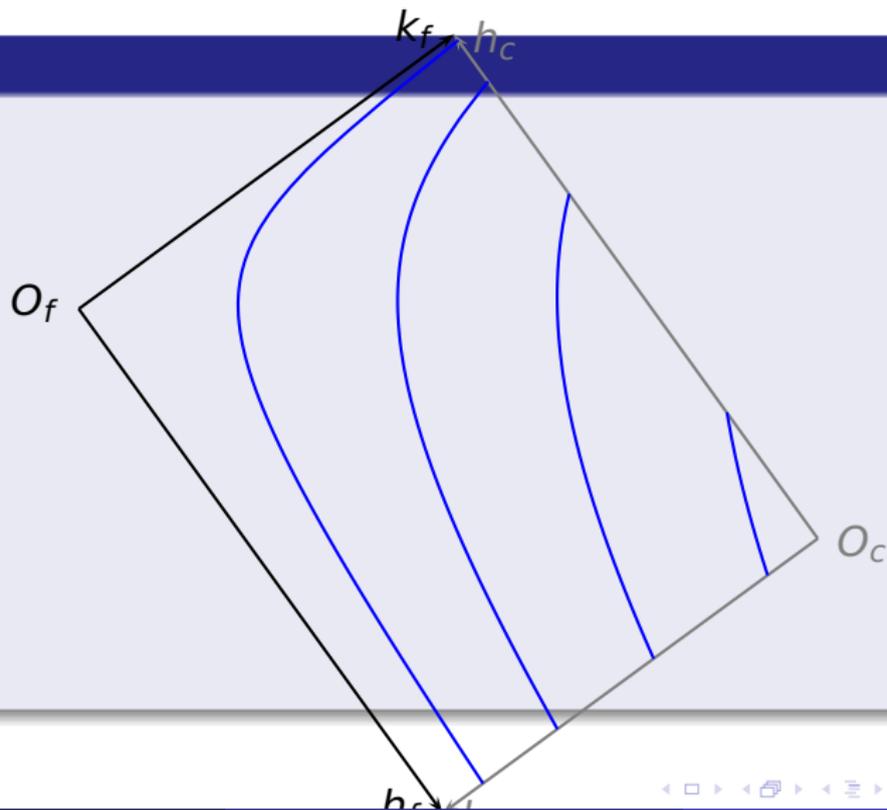
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



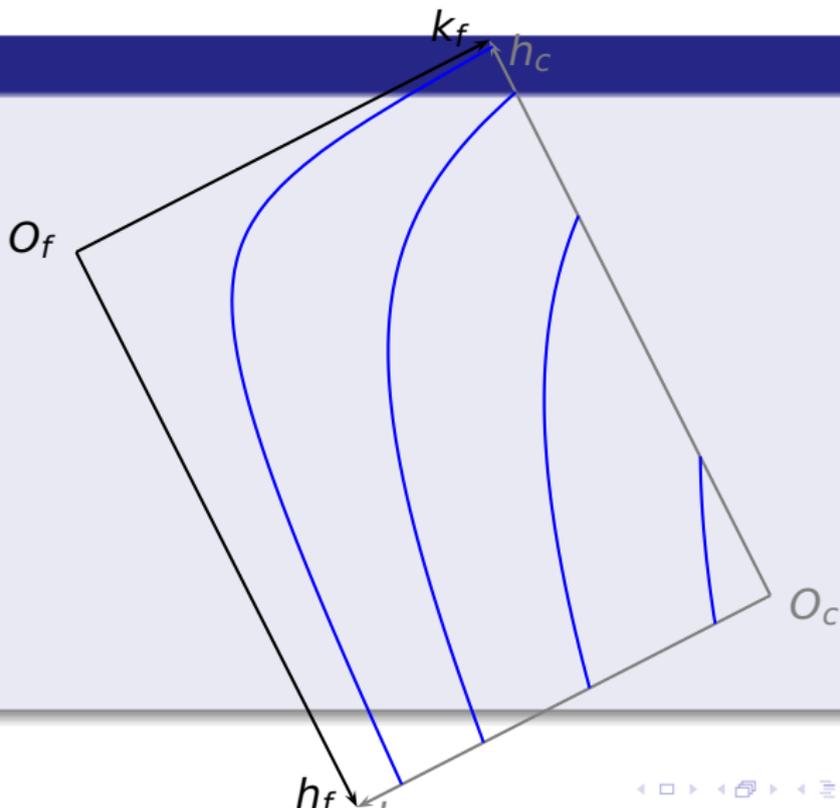
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



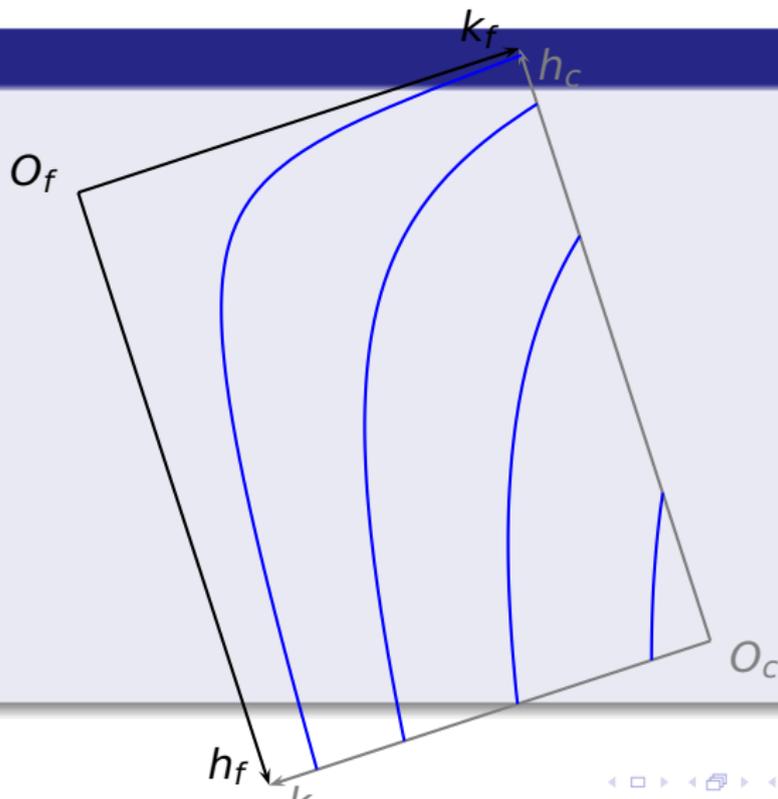
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



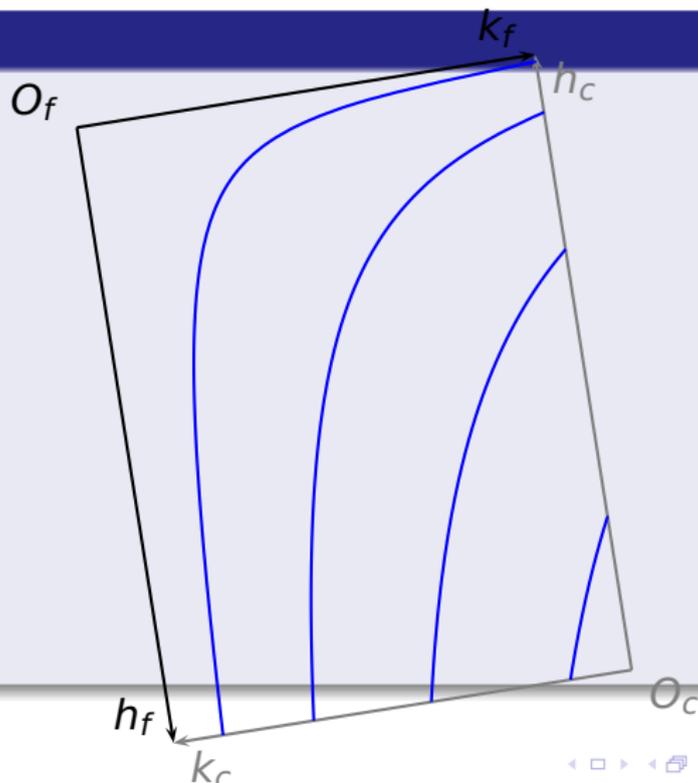
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



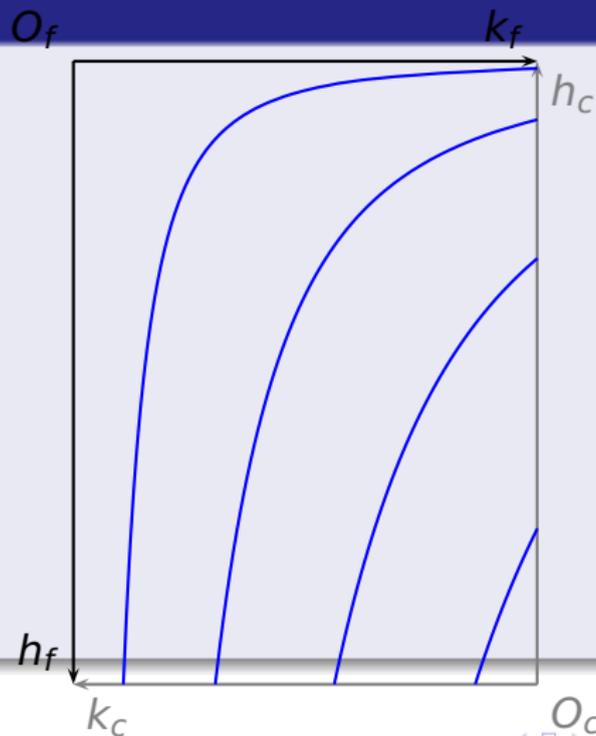
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



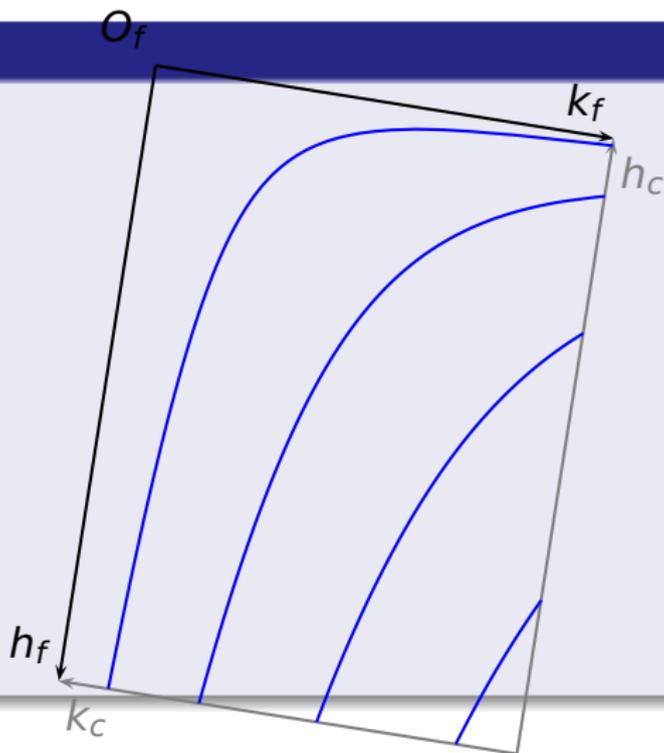
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



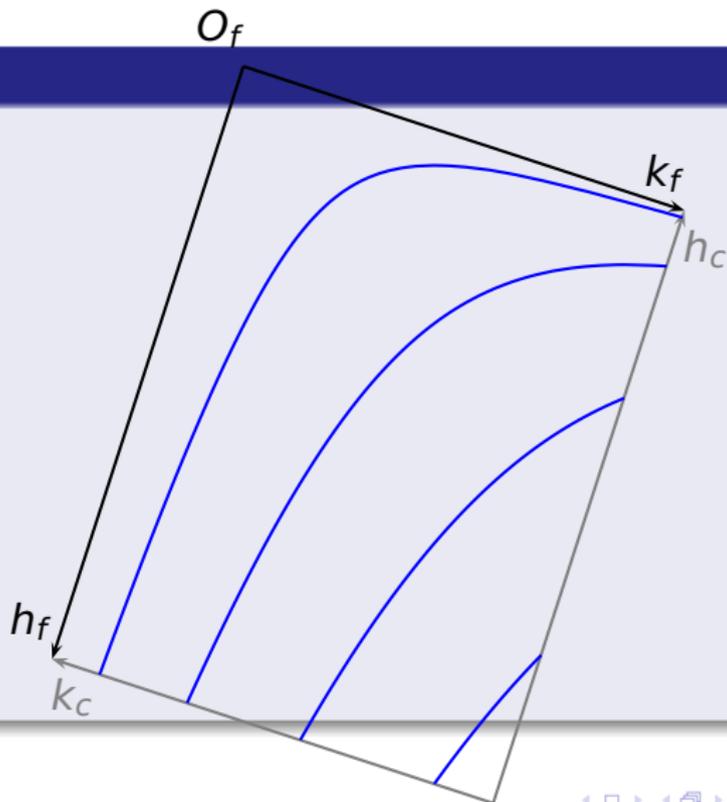
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



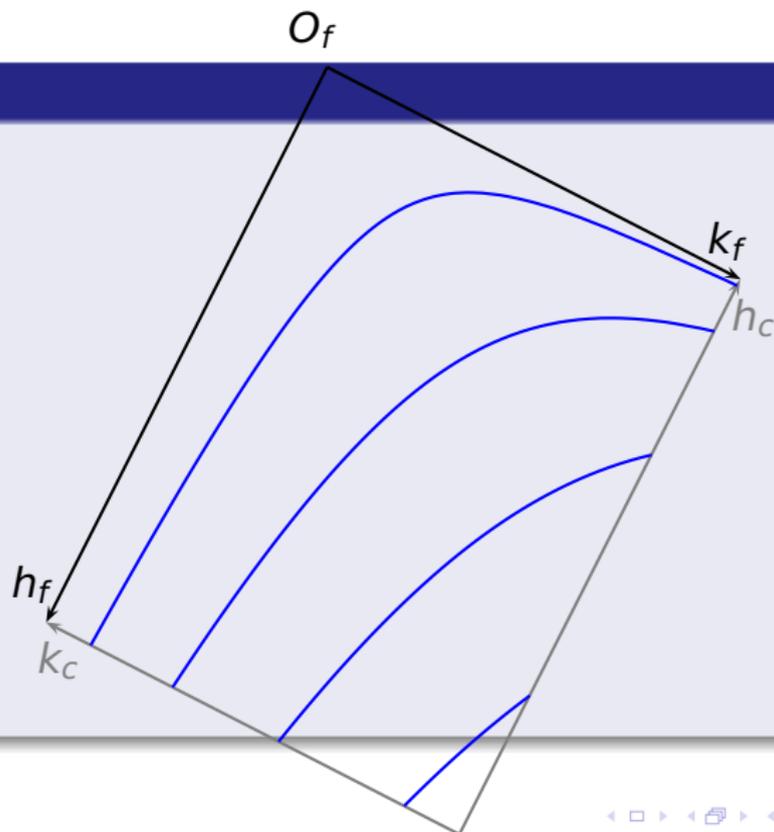
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



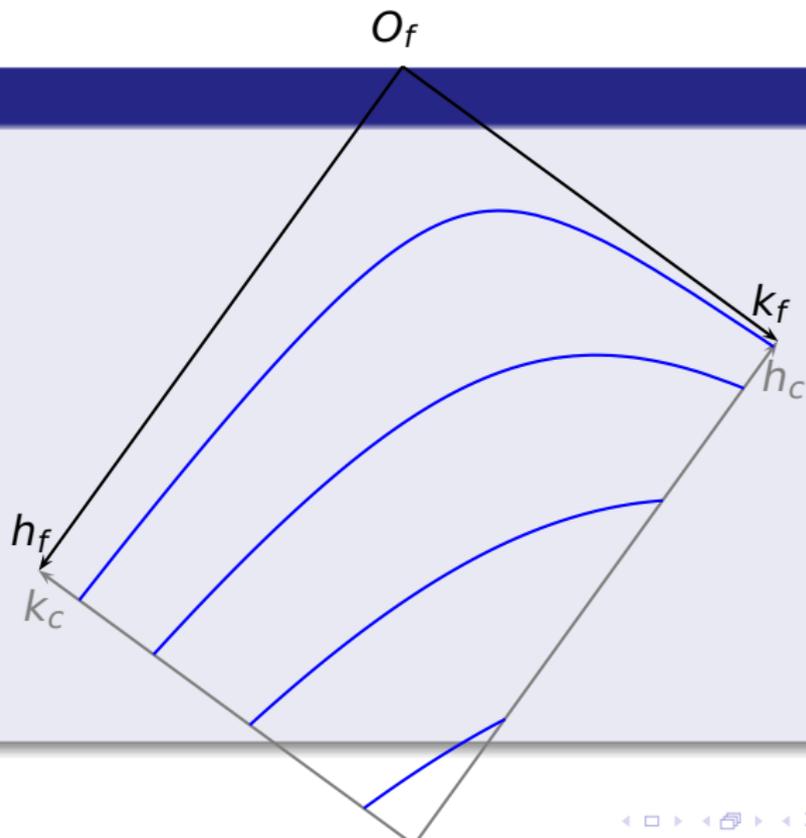
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



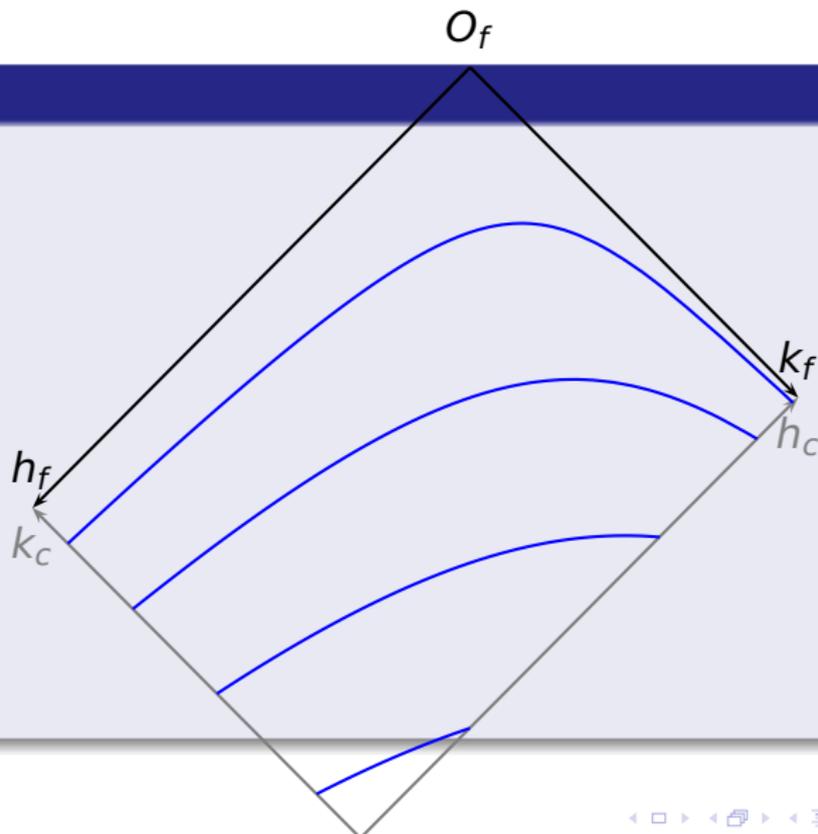
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



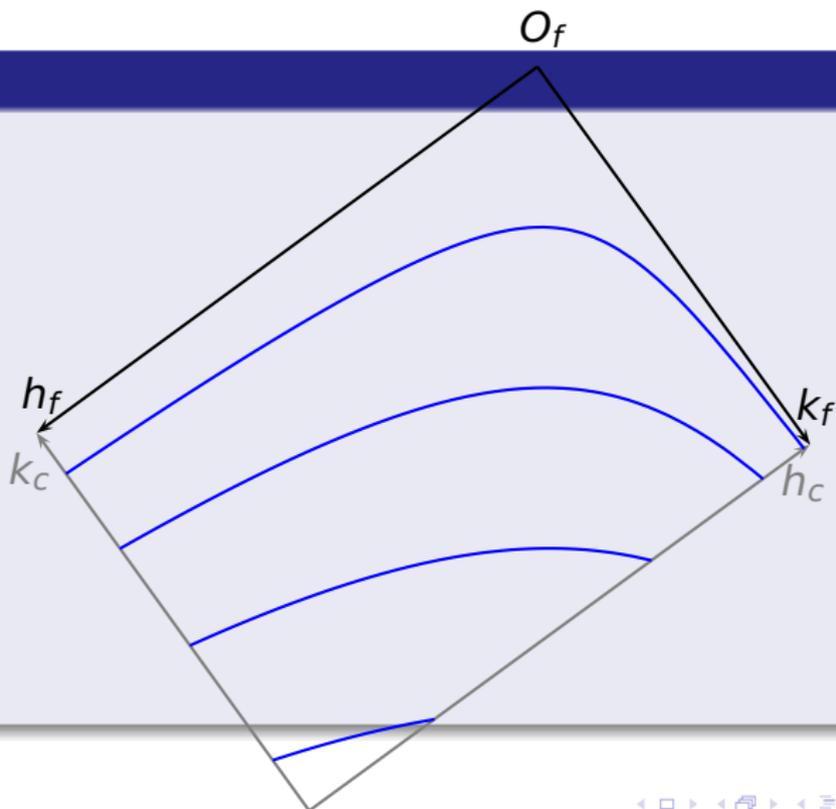
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



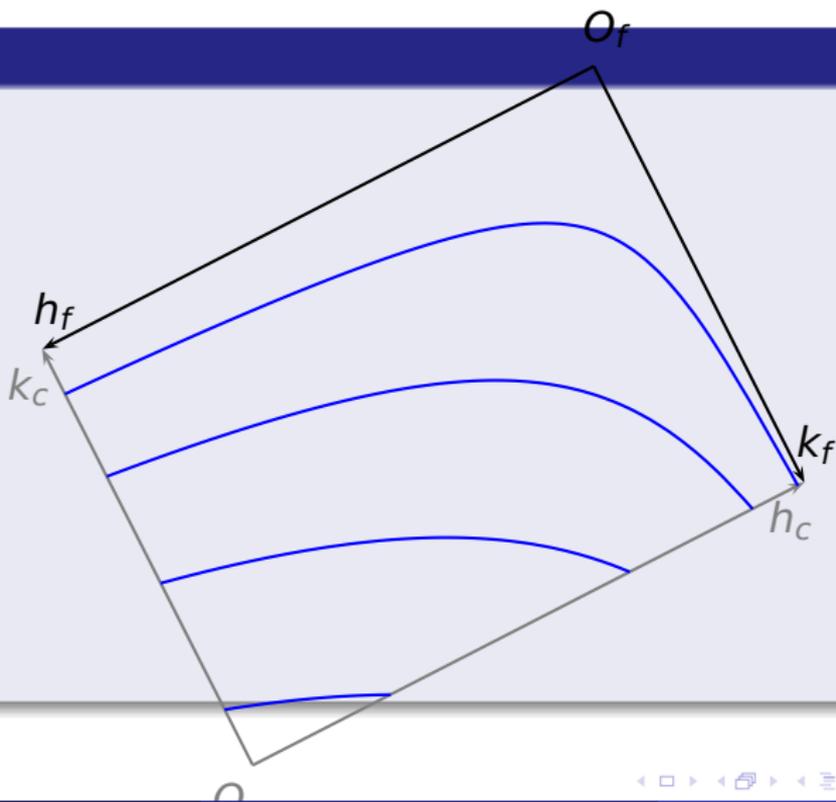
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



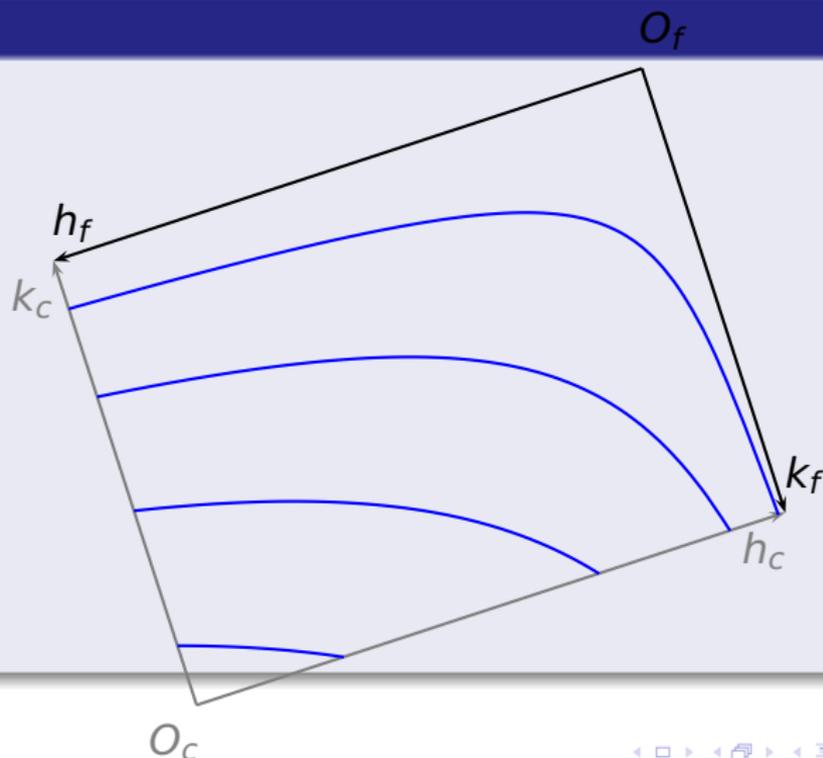
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



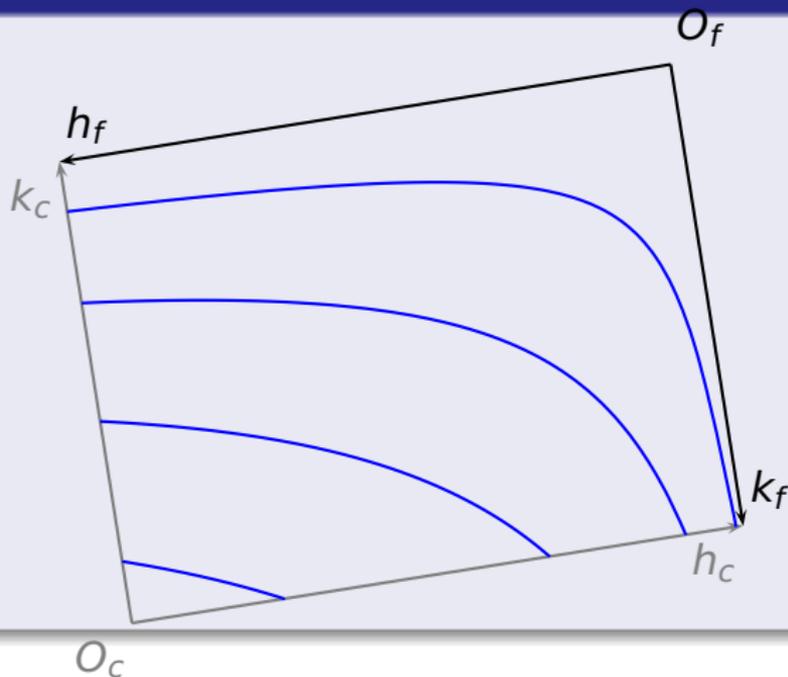
# Produção na caixa de Edgeworth

Peixe



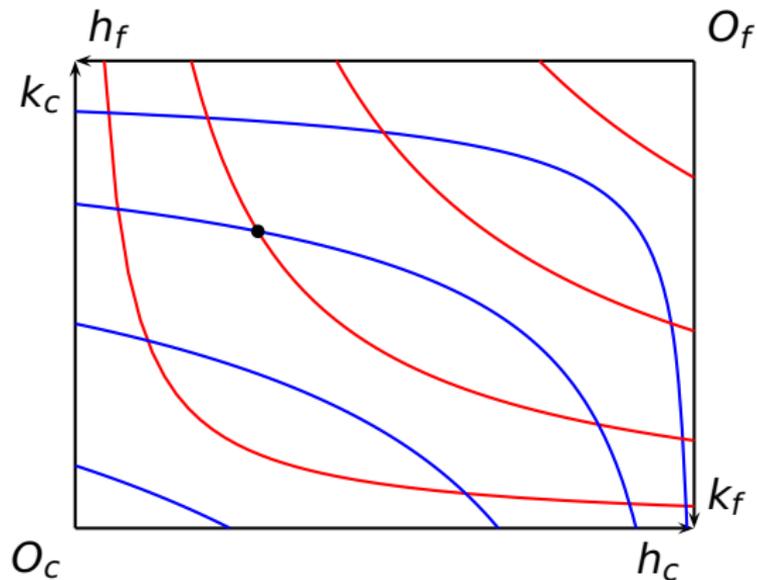
## Produção na caixa de Edgeworth

Peixe

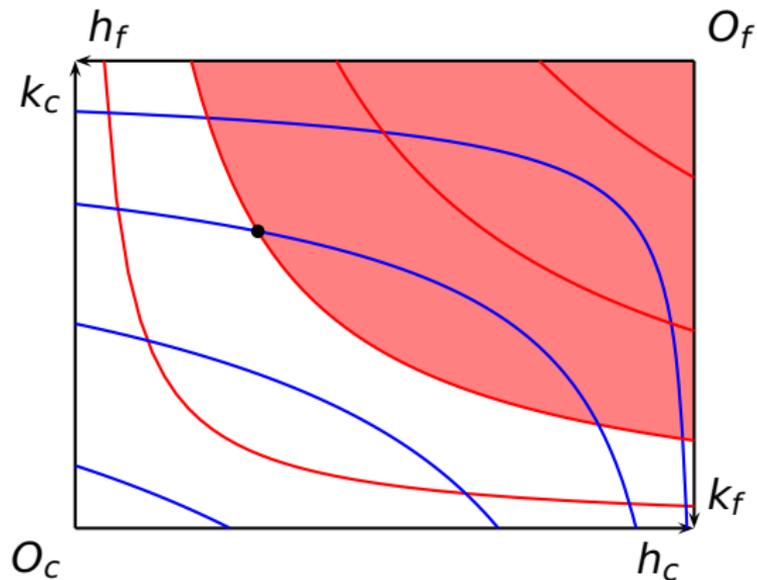




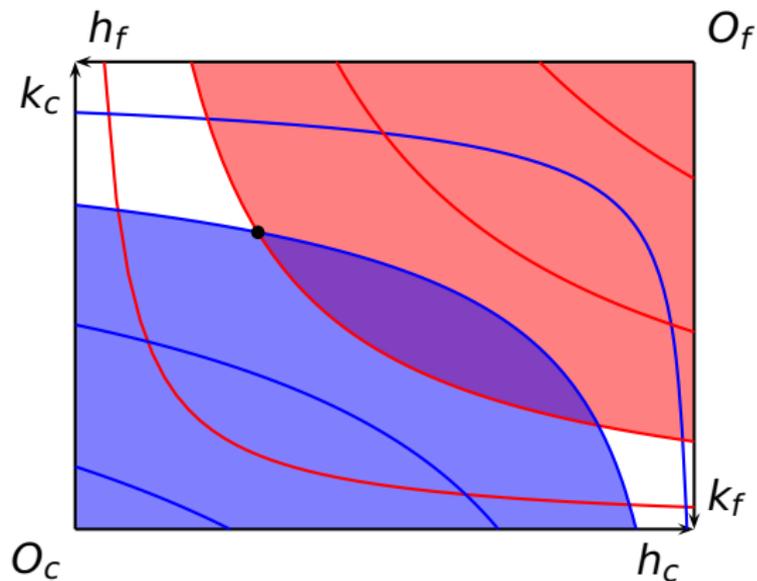
# Uma alocação tecnicamente ineficiente



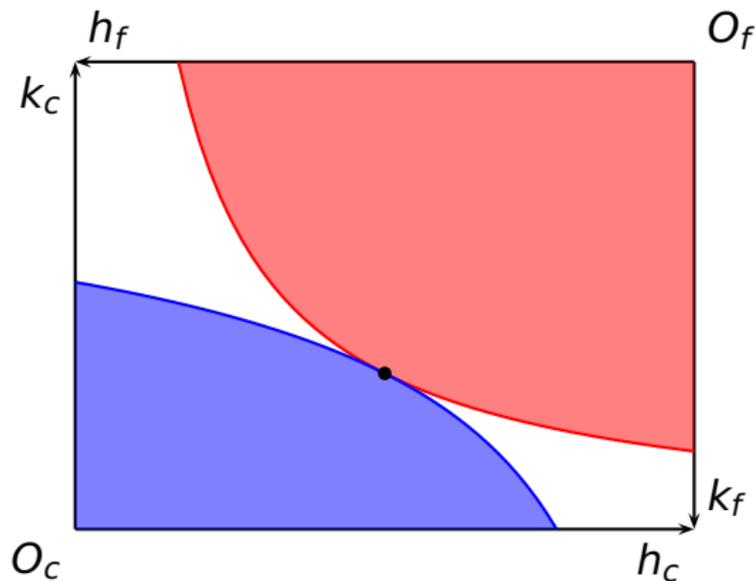
# Uma alocação tecnicamente ineficiente



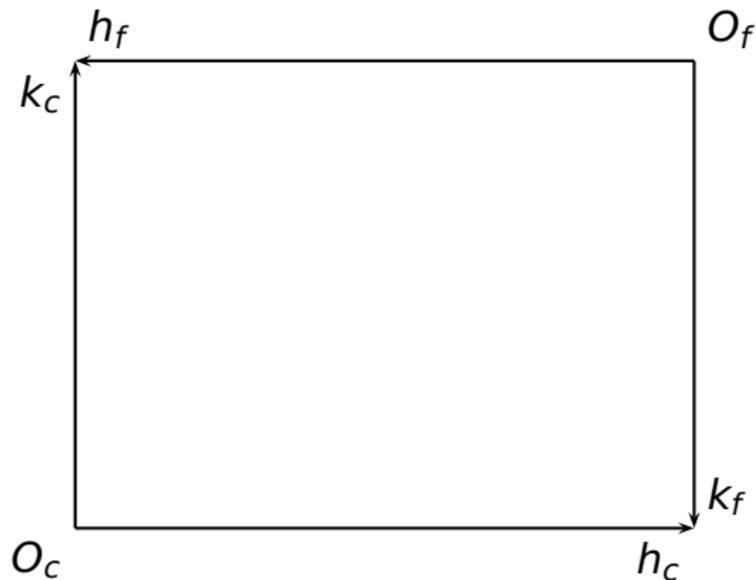
# Uma alocação tecnicamente ineficiente



# Uma alocação tecnicamente eficiente

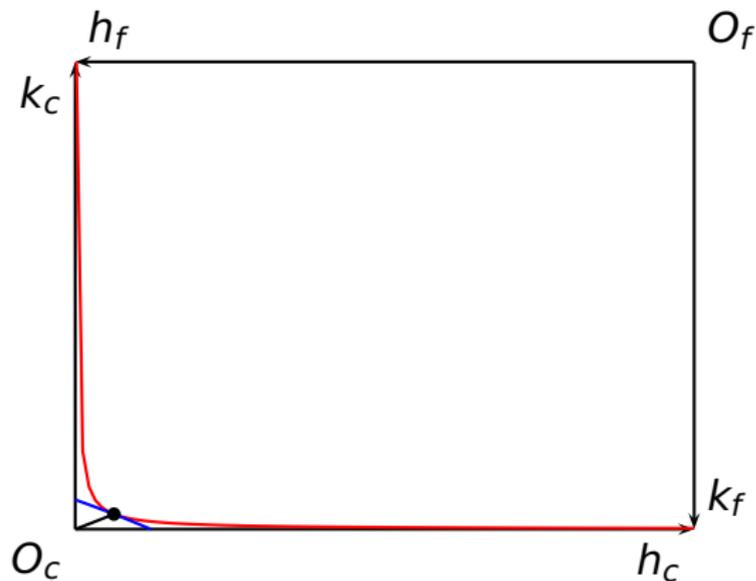


# Curva de contrato na produção



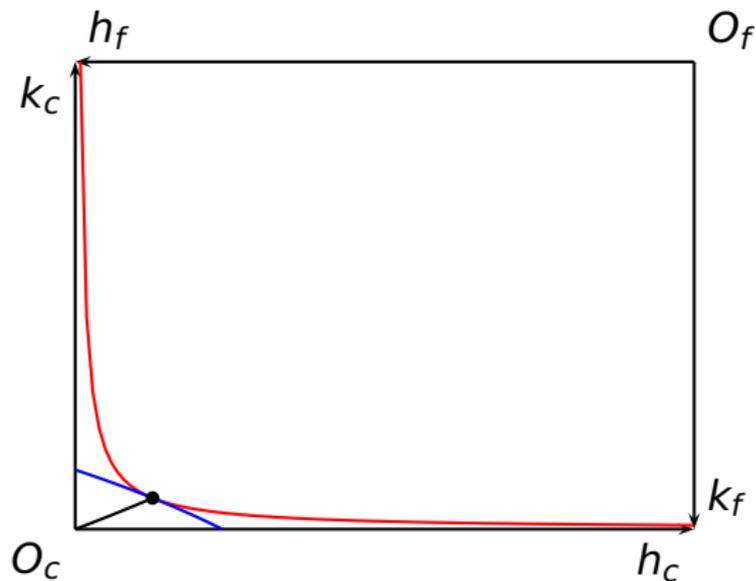


# Curva de contrato na produção

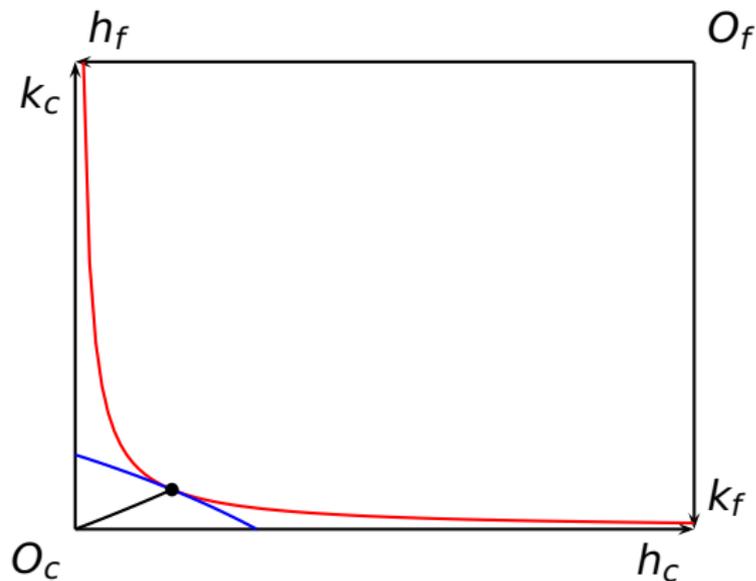




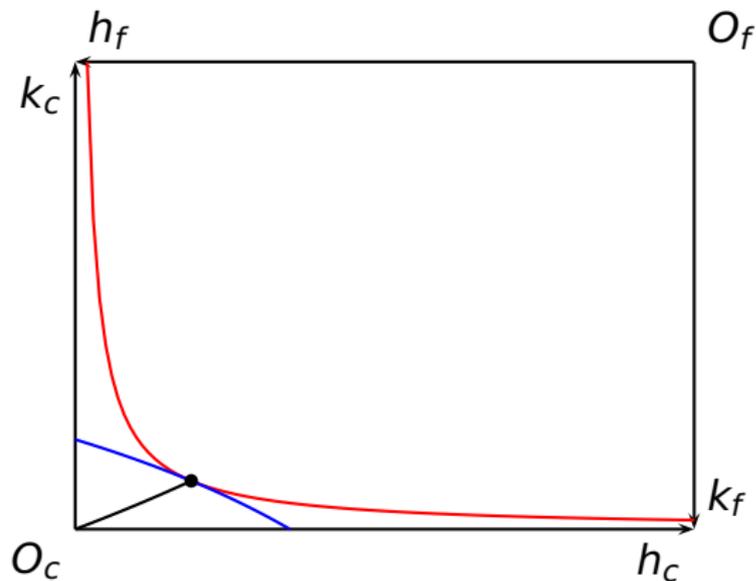
# Curva de contrato na produção



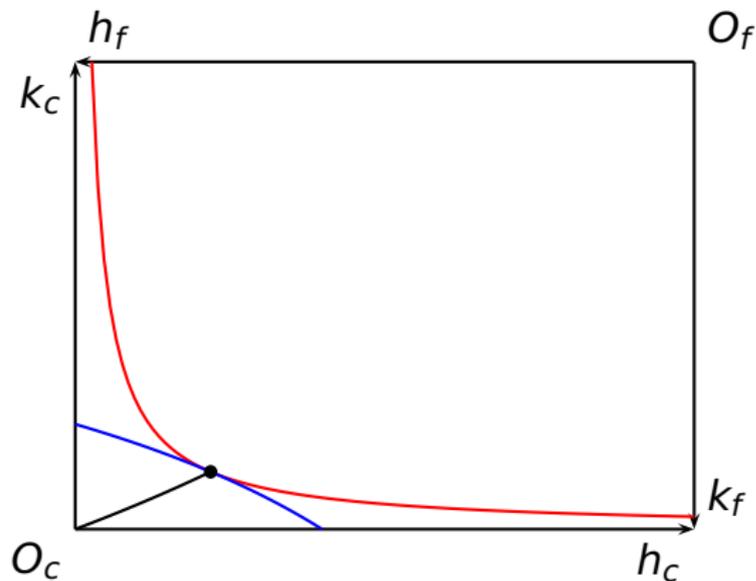
# Curva de contrato na produção



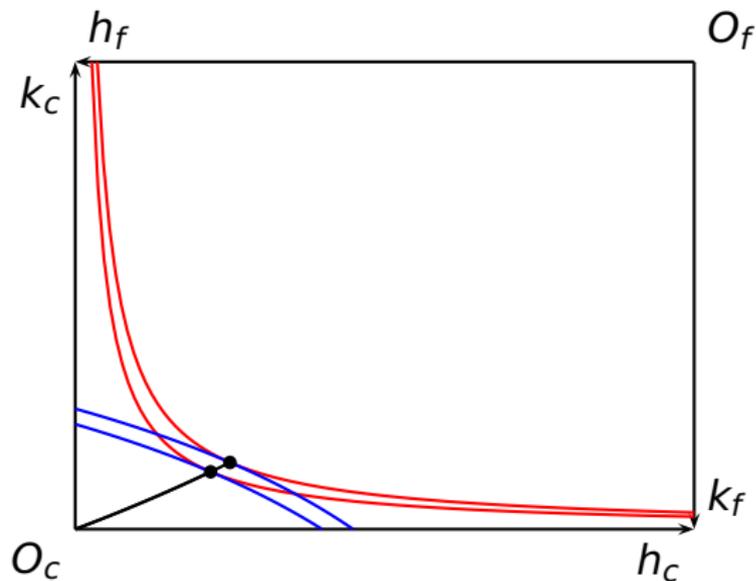
# Curva de contrato na produção



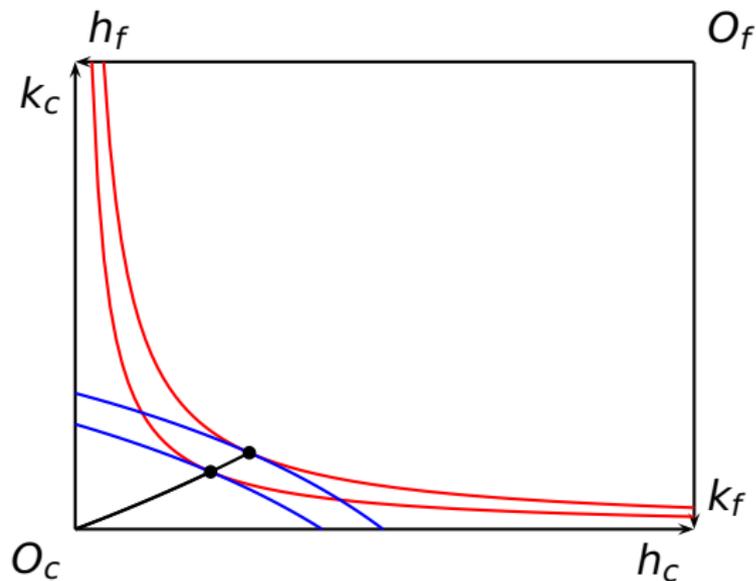
# Curva de contrato na produção



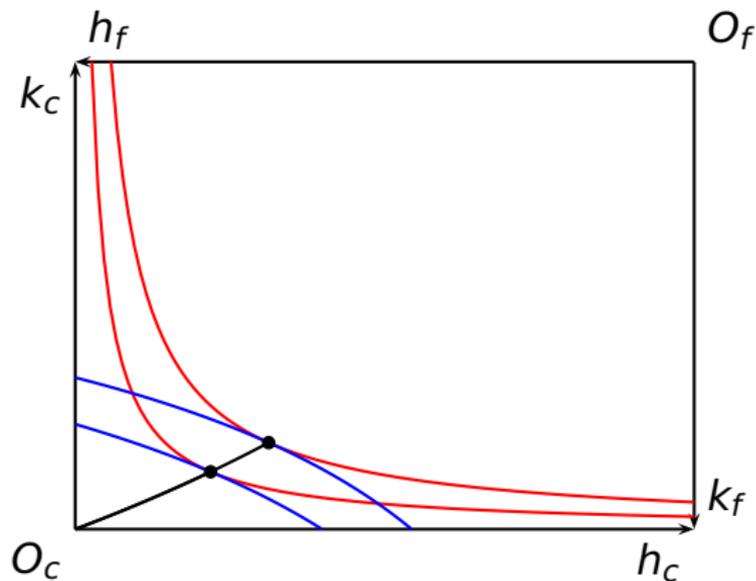
# Curva de contrato na produção



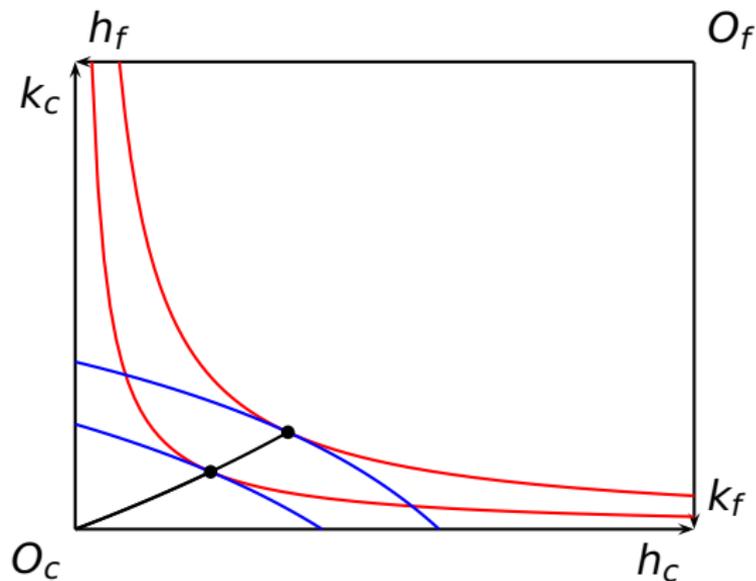
# Curva de contrato na produção



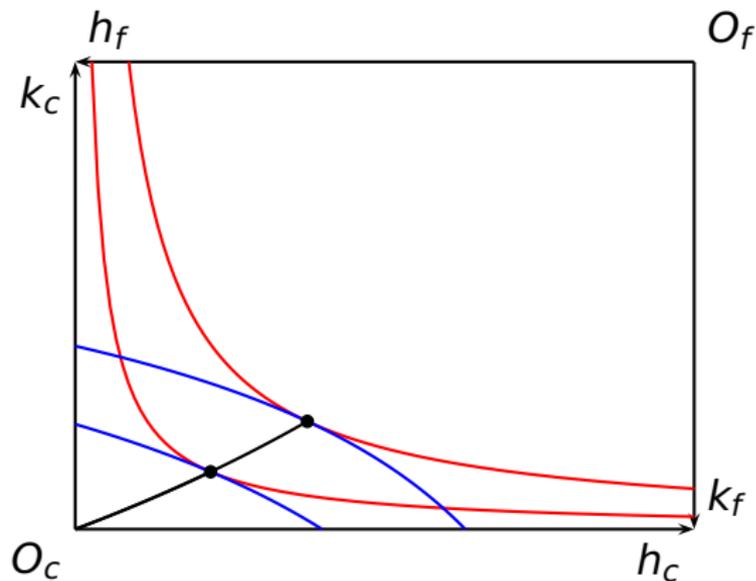
# Curva de contrato na produção



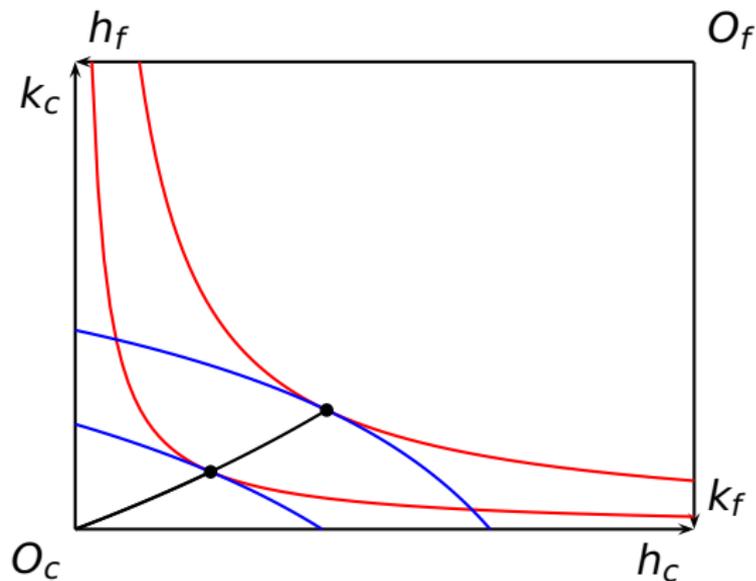
# Curva de contrato na produção



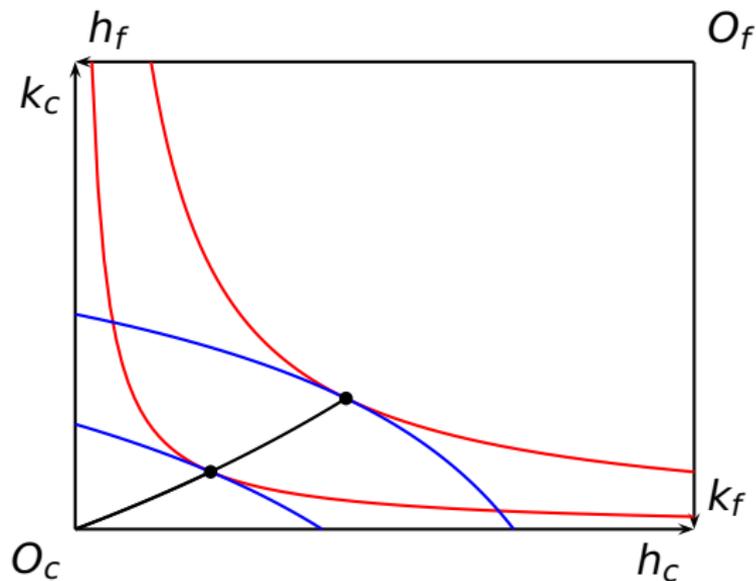
# Curva de contrato na produção



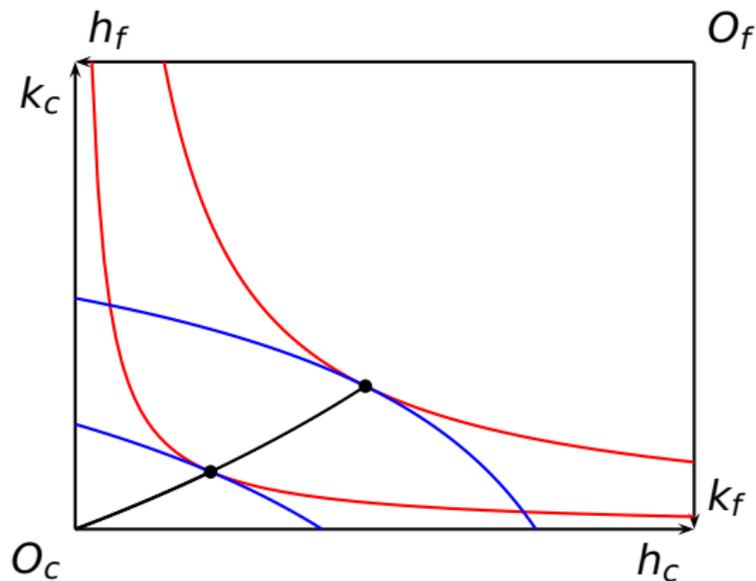
# Curva de contrato na produção



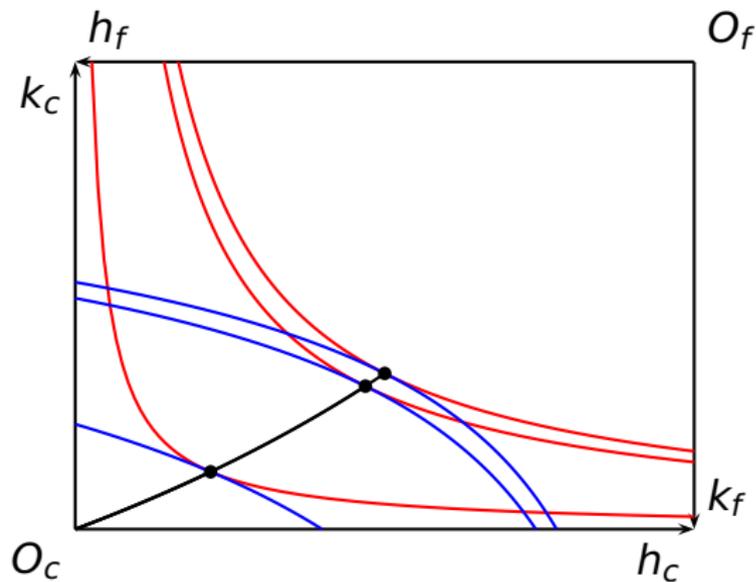
# Curva de contrato na produção



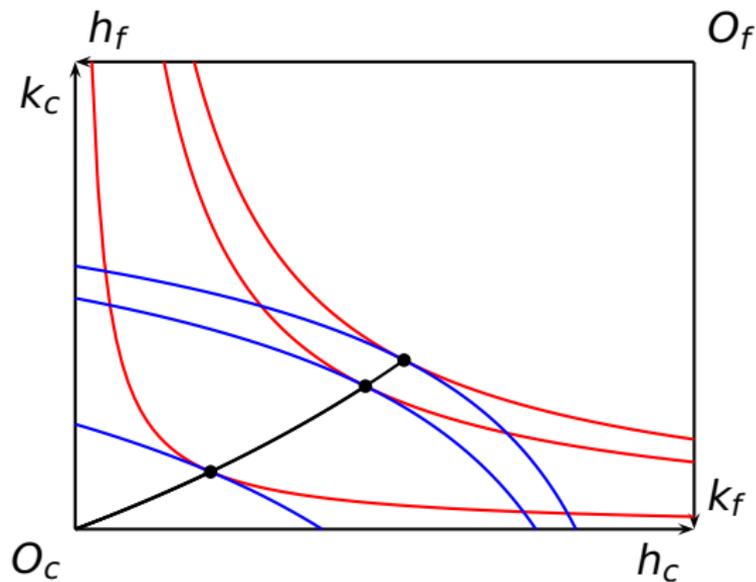
# Curva de contrato na produção



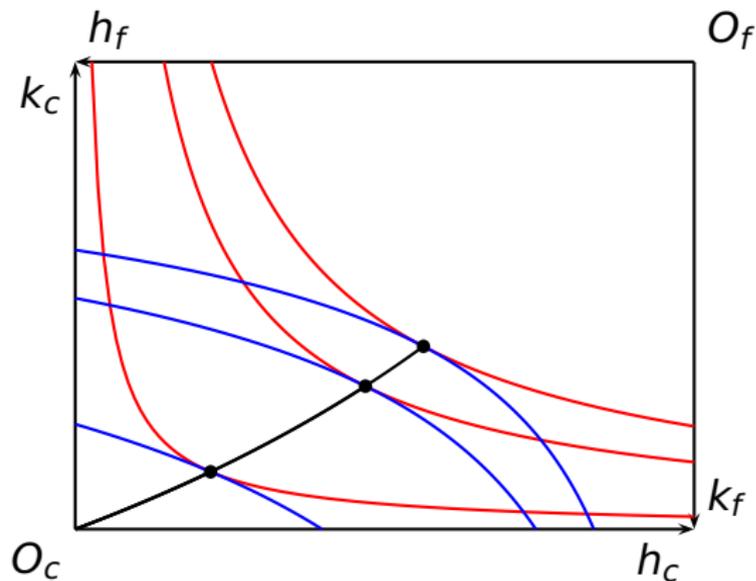
# Curva de contrato na produção



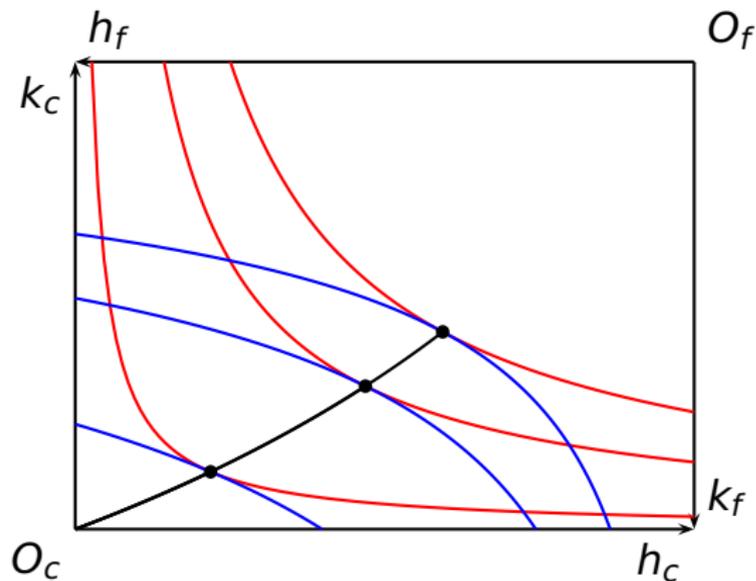
# Curva de contrato na produção



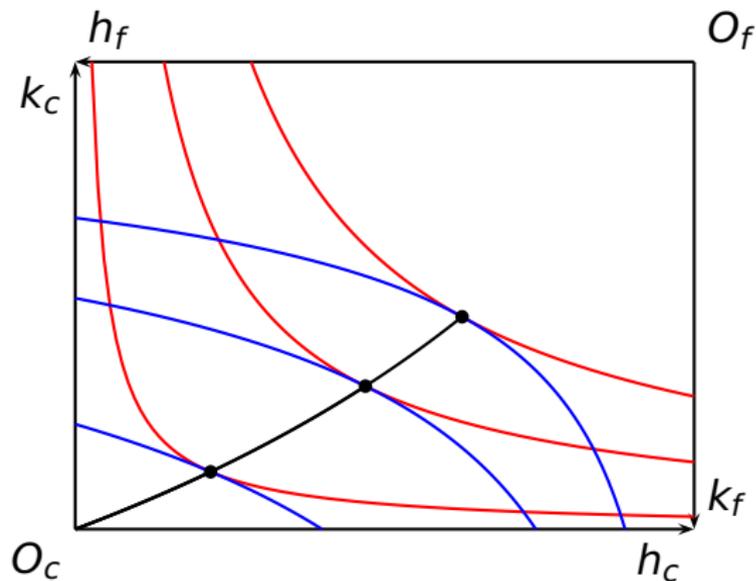
# Curva de contrato na produção



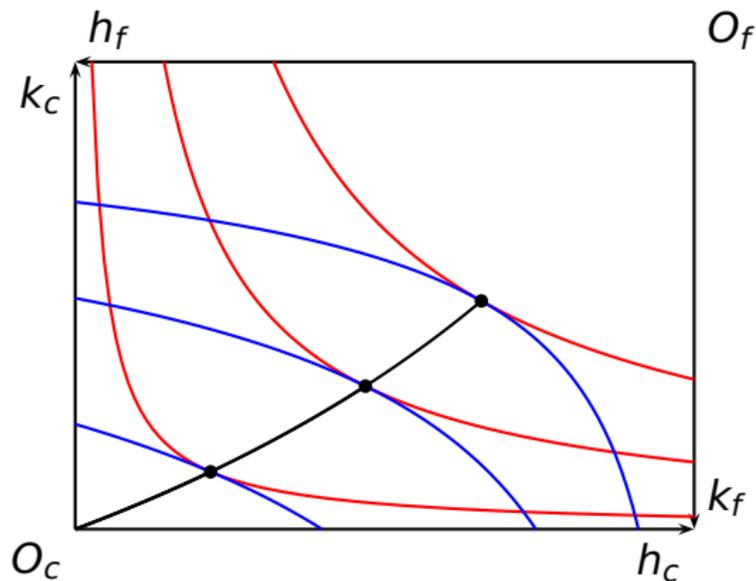
# Curva de contrato na produção



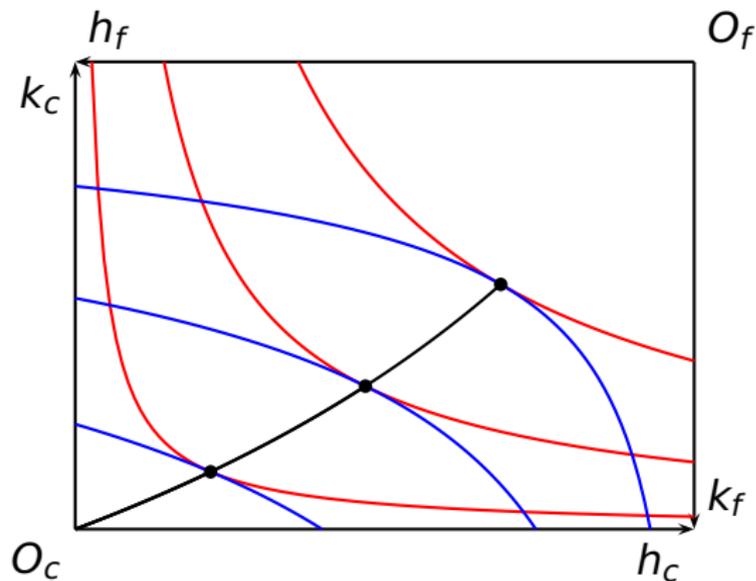
# Curva de contrato na produção



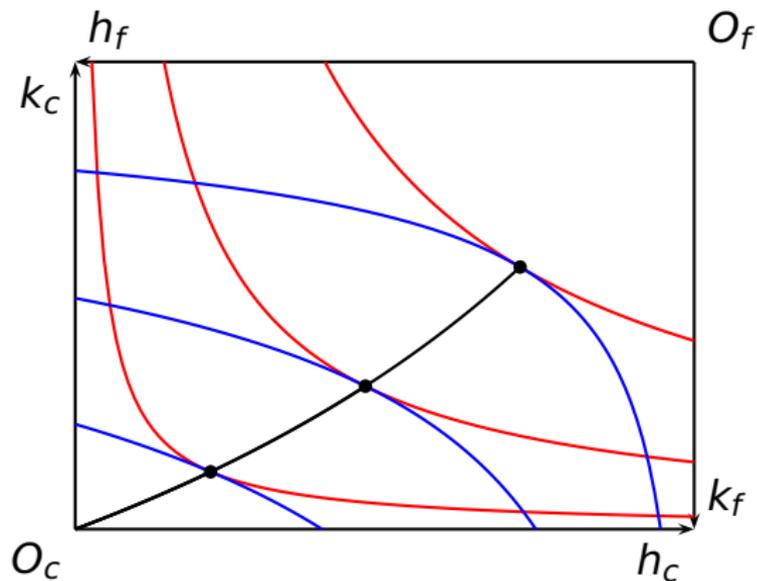
## Curva de contrato na produção



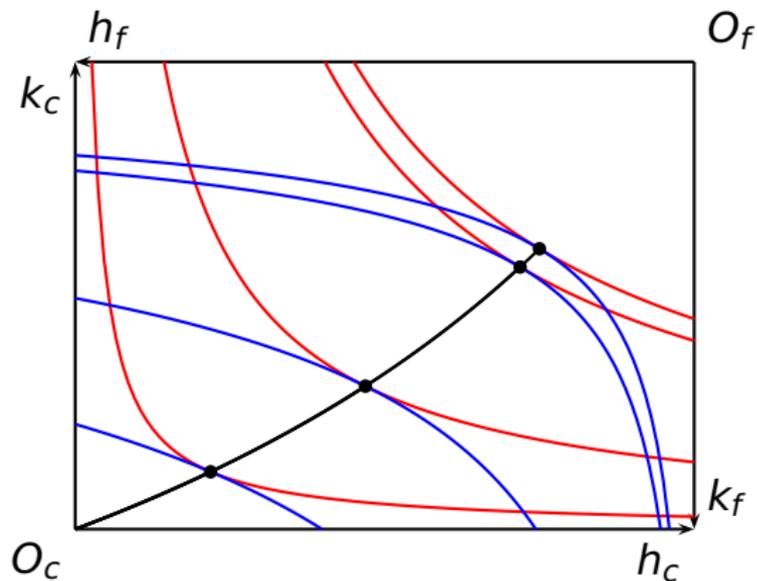
# Curva de contrato na produção



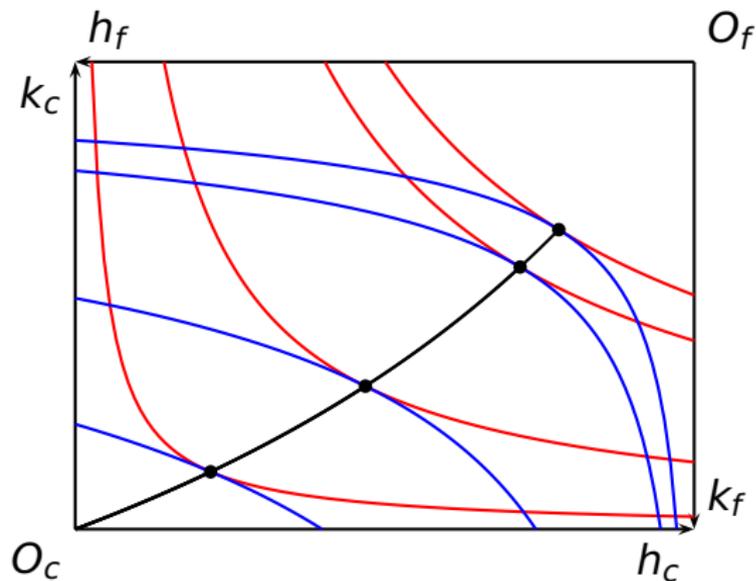
# Curva de contrato na produção



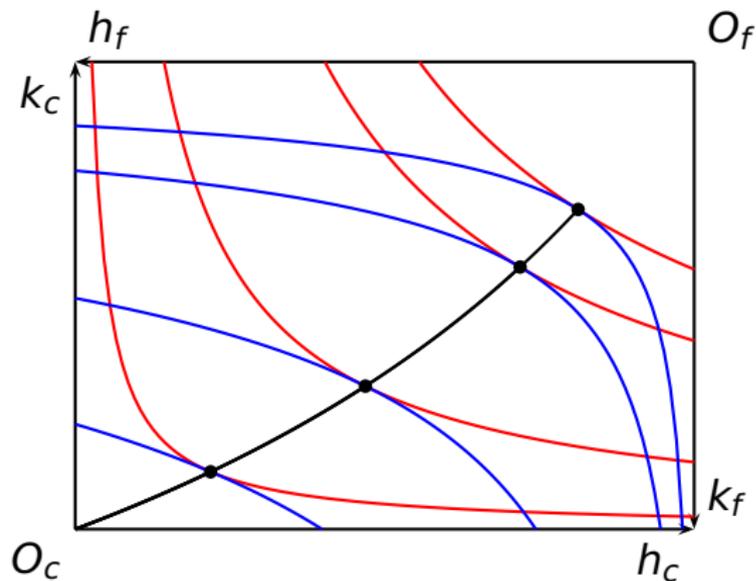
# Curva de contrato na produção



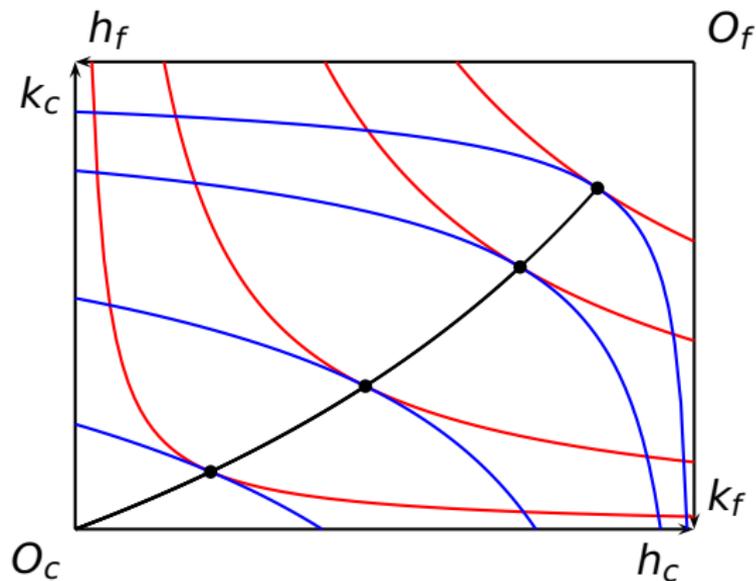
# Curva de contrato na produção



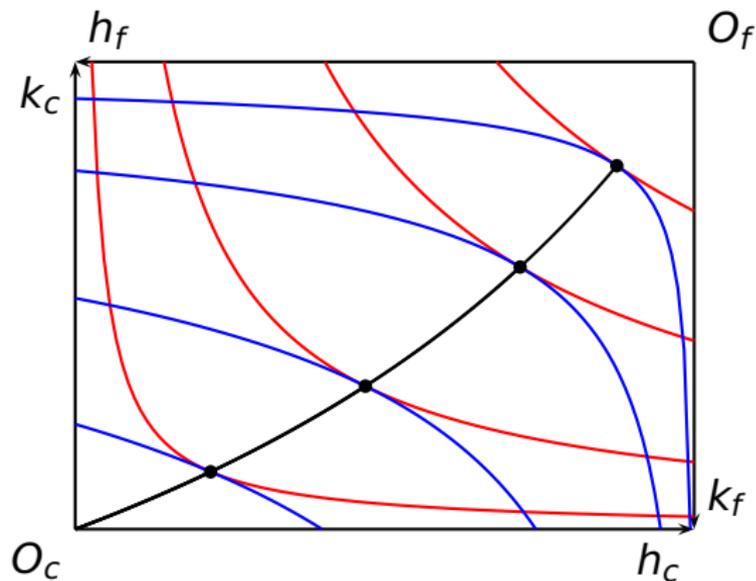
# Curva de contrato na produção



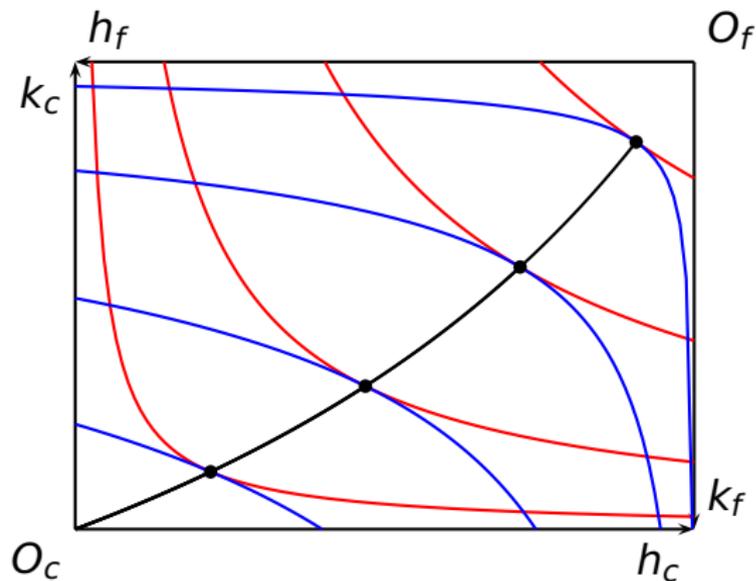
# Curva de contrato na produção



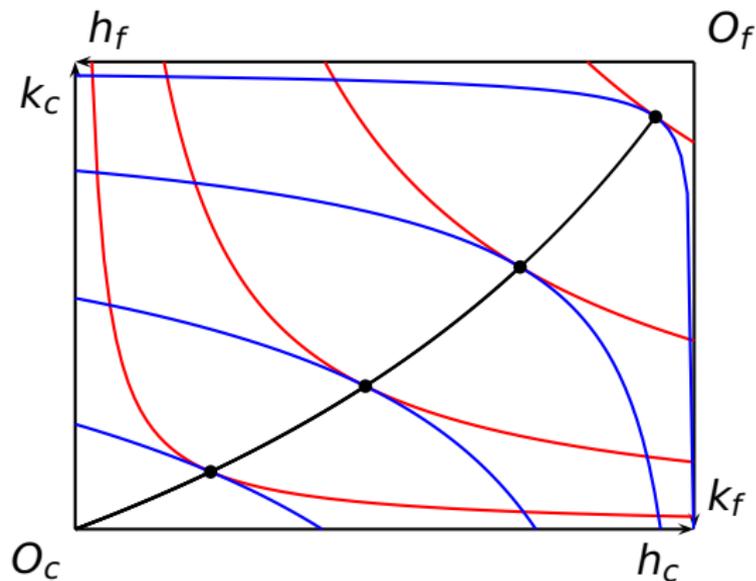
# Curva de contrato na produção



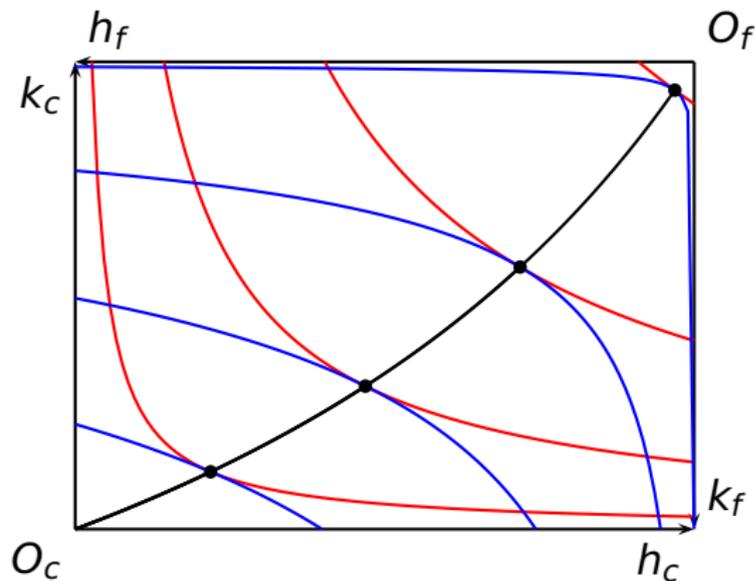
# Curva de contrato na produção



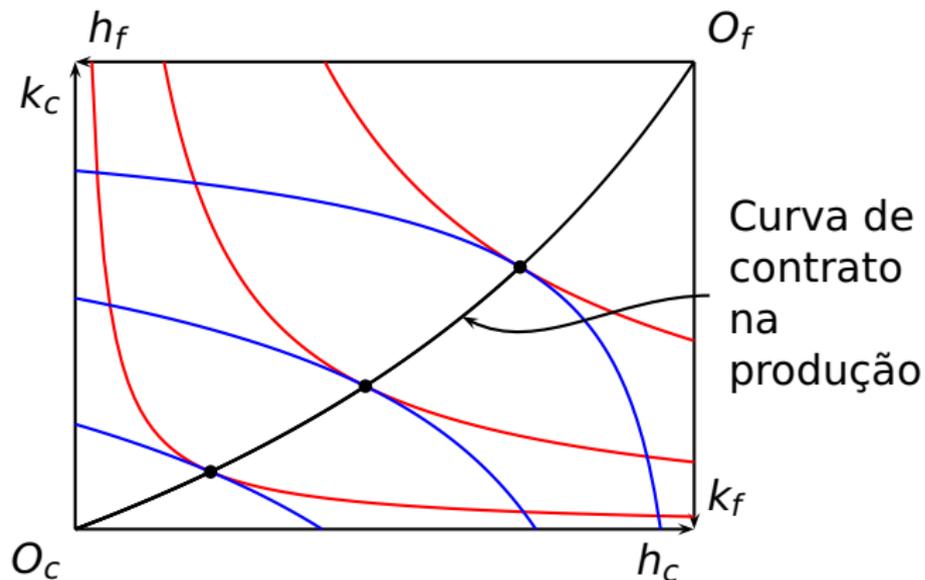
# Curva de contrato na produção



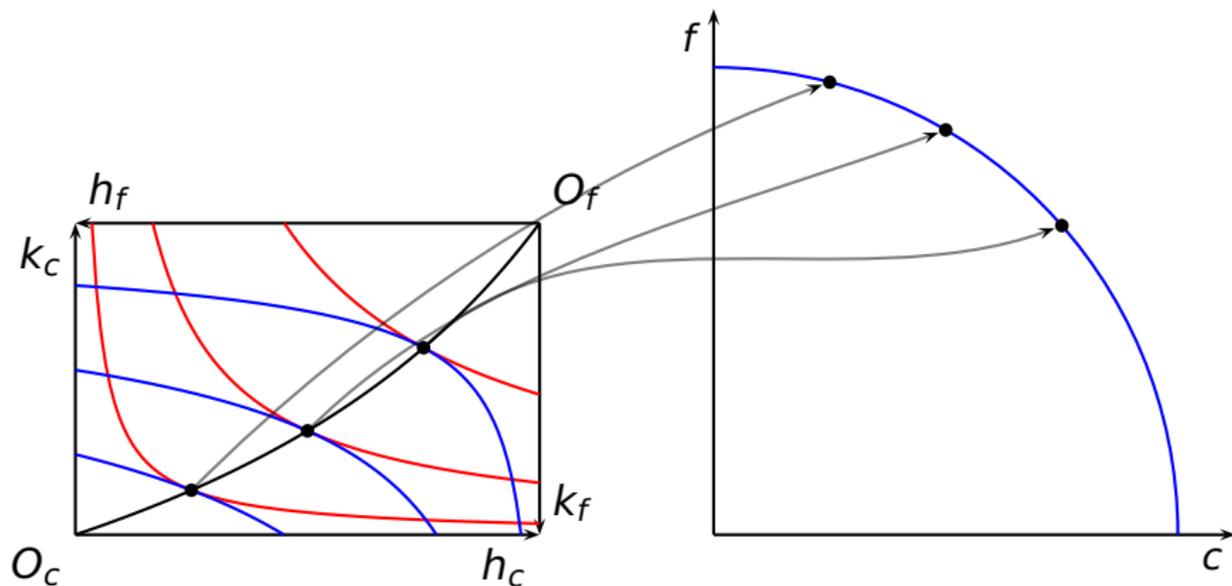
# Curva de contrato na produção



# Curva de contrato na produção



# A fronteira de possibilidades de produção



# Funções de produção e a TMT

## Condição prod. eficiente

$$\max_{h_f, k_f} f_f(h_f, k_f)$$

t. q.  $h_f + h_c = H; k_f + k_c = K; f_c(h_c, k_c) \leq c$

## Condições de ótimo

$$\mathcal{L} = f_f(h_f, k_f) - \lambda(c - f_c(H - h_f, K - k_f))$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h_f} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_f} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0$$

# Funções de produção e a TMT

$$\lambda = \frac{df^*}{dc} = TMT$$

$$\frac{\partial f_f}{\partial h_f} = \lambda \frac{\partial f_c}{\partial h_c} \Rightarrow \lambda = \frac{\partial f_f / \partial h_f}{\partial f_c / \partial h_c}$$

$$\frac{\partial f_f}{\partial k_f} = \lambda \frac{\partial f_c}{\partial k_c} \Rightarrow \lambda = \frac{\partial f_f / \partial k_f}{\partial f_c / \partial k_c}$$

# O problema da eficiência

## O problema

Maximizar  $U(c, f)$  dadas as restrições  $c \leq f_c(h_c, k_c)$ ,  
 $f \leq f_f(h_f, k_f)$ ,  $k_c + k_f \leq K$  e  $h_c + h_f \leq H$

# O problema da eficiência

## O problema

Maximizar  $U(c, f)$  dadas as restrições  $c \leq f_c(h_c, k_c)$ ,  
 $f \leq f_f(h_f, k_f)$ ,  $k_c + k_f \leq K$  e  $h_c + h_f \leq H$

## Condições de 1ª ordem

$$\frac{\partial U(c, f) / \partial c}{\partial U(c, f) / \partial f} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial k_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial k_c} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial h_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial h_c}$$

# O problema da eficiência

## O problema

Maximizar  $U(c, f)$  dadas as restrições  $c \leq f_c(h_c, k_c)$ ,  
 $f \leq f_f(h_f, k_f)$ ,  $k_c + k_f \leq K$  e  $h_c + h_f \leq H$

## Condições de 1ª ordem

$$\frac{\partial U(c, f) / \partial c}{\partial U(c, f) / \partial f} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial k_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial k_c} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial h_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial h_c}$$

$$k_c + k_f = K \quad \text{e} \quad h_c + h_f = H$$

# O problema da eficiência

## O problema

Maximizar  $U(c, f)$  dadas as restrições  $c \leq f_c(h_c, k_c)$ ,  
 $f \leq f_f(h_f, k_f)$ ,  $k_c + k_f \leq K$  e  $h_c + h_f \leq H$

## Condições de 1ª ordem

$$\frac{\partial U(c, f) / \partial c}{\partial U(c, f) / \partial f} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial k_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial k_c} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial h_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial h_c} \Rightarrow TMS = TMT$$

$$k_c + k_f = K \quad \text{e} \quad h_c + h_f = H$$

# O problema da eficiência

## O problema

Maximizar  $U(c, f)$  dadas as restrições  $c \leq f_c(h_c, k_c)$ ,  
 $f \leq f_f(h_f, k_f)$ ,  $k_c + k_f \leq K$  e  $h_c + h_f \leq H$

## Condições de 1ª ordem

$$\frac{\partial U(c, f) / \partial c}{\partial U(c, f) / \partial f} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial k_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial k_c} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial h_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial h_c} \Rightarrow TMS = TMT$$

$$k_c + k_f = K \quad \text{e} \quad h_c + h_f = H$$

Note que essa solução também implica

$$\frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial h_f}{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial k_f} = \frac{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial h_c}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial k_c} \Rightarrow TMST_f = TMST_c$$

# Maximização de lucro

## O problema da firma

Maximizar  $p_c f_c(h_c, k_c) + p_f f_f(h_f, k_f) - r(k_c + k_f) - w(h_c + h_f)$ ,  
sendo  $r$  o preço do capital e  $w$  o preço do trabalho.

# Maximização de lucro

## O problema da firma

Maximizar  $p_c f_c(h_c, k_c) + p_f f_f(h_f, k_f) - r(k_c + k_f) - w(h_c + h_f)$ ,  
sendo  $r$  o preço do capital e  $w$  o preço do trabalho.

## Condição de máximo de 1<sup>a</sup> ordem

$$\frac{p_c}{p_f} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial k_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial k_c} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial h_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial h_c} = |TMT|$$

# Maximização de lucro

## O problema da firma

Maximizar  $p_c f_c(h_c, k_c) + p_f f_f(h_f, k_f) - r(k_c + k_f) - w(h_c + h_f)$ ,  
sendo  $r$  o preço do capital e  $w$  o preço do trabalho.

## Condição de máximo de 1<sup>a</sup> ordem

$$\frac{p_c}{p_f} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial k_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial k_c} = \frac{\partial f_f(h_f, k_f) / \partial h_f}{\partial f_c(h_c, k_c) / \partial h_c} = |TMT|$$

Note que essa condição implica

$$\frac{\partial f_f(k_f, h_f) / \partial k_f}{\partial f_f(k_f, h_f) / \partial h_f} = \frac{\partial f_k(k_f, h_f) / \partial k_f}{\partial f_k(k_f, h_f) / \partial h_f} \Rightarrow TMST_f = TMST_c$$

# Equilíbrio de mercado

## Mercado de fatores

$$k_c + k_f = K \quad h_c + h_f = H$$

## Mercado de bens

Consumidor:  $|TMS| = p_1/p_2$

Firma:  $|TMT| = p_1/p_2$