

Bem Estar Social

Roberto Guena de Oliveira

1 de dezembro de 2009

Sumário

- 1 Bem Estar Social com utilidades cardinais
- 2 O teorema de Arrow

A função de bem estar social

Sejam:

- n indivíduos com funções cardinais comparáveis.

A função de bem estar social

Sejam:

- n indivíduos com funções cardinais comparáveis.
- \mathbf{x}_i a cesta de consumo do indivíduo i , $i = 1, 2, \dots, n$.

A função de bem estar social

Sejam:

- n indivíduos com funções cardinais comparáveis.
- \mathbf{x}_i a cesta de consumo do indivíduo i , $i = 1, 2, \dots, n$.
- $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ a alocação de consumo da economia.

A função de bem estar social

Sejam:

- n indivíduos com funções cardinais comparáveis.
- \mathbf{x}_i a cesta de consumo do indivíduo i , $i = 1, 2, \dots, n$.
- $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ a alocação de consumo da economia.
- $u_i(\mathbf{x})$ a função utilidade do consumidor i .

A função de bem estar social

Sejam:

- n indivíduos com funções cardinais comparáveis.
- \mathbf{x}_i a cesta de consumo do indivíduo i , $i = 1, 2, \dots, n$.
- $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ a alocação de consumo da economia.
- $u_i(\mathbf{x})$ a função utilidade do consumidor i .

A função de bem estar social

Sejam:

- n indivíduos com funções cardinais comparáveis.
- \mathbf{x}_i a cesta de consumo do indivíduo i , $i = 1, 2, \dots, n$.
- $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ a alocação de consumo da economia.
- $u_i(\mathbf{x})$ a função utilidade do consumidor i .

Uma **função de bem-estar social** $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$ é uma função que ordena as possíveis distribuições de utilidade entre os indivíduos atribuindo valores maiores às distribuições mais desejáveis do ponto de vista social

A função de bem estar social

Sejam:

- n indivíduos com funções cardinais comparáveis.
- \mathbf{x}_i a cesta de consumo do indivíduo i , $i = 1, 2, \dots, n$.
- $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ a alocação de consumo da economia.
- $u_i(\mathbf{x})$ a função utilidade do consumidor i .

Uma **função de bem-estar social** $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$ é uma função que ordena as possíveis distribuições de utilidade entre os indivíduos atribuindo valores maiores às distribuições mais desejáveis do ponto de vista social, seja lá o que isso signifique.

A função de bem estar social

Sejam:

- n indivíduos com funções cardinais comparáveis.
- \mathbf{x}_i a cesta de consumo do indivíduo i , $i = 1, 2, \dots, n$.
- $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ a alocação de consumo da economia.
- $u_i(\mathbf{x})$ a função utilidade do consumidor i .

Uma **função de bem-estar social** $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$ é uma função que ordena as possíveis distribuições de utilidade entre os indivíduos atribuindo valores maiores às distribuições mais desejáveis do ponto de vista social, seja lá o que isso signifique. Suporemos que $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$ é **não decrescente** em relação a u_1, u_2, \dots, u_n

A função de bem-estar social benthamita

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \sum_{i=1}^n u_i$$

A função de bem-estar social benthamita

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \sum_{i=1}^n u_i$$

A função de bem-estar social rawsiana

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

Exemplos

A função de bem-estar social benthamita

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \sum_{i=1}^n u_i$$

A função de bem-estar social rawsiana

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

Função de bem-estar social individualista ou de Bergson-Samuelson

Pressupõe que cada indivíduo esteja preocupado apenas com seu consumo:

$$W(u_1(\mathbf{x}_1), u_2(\mathbf{x}_2), \dots, u_n(\mathbf{x}_n))$$

Possibilidades de utilidade

Conjunto de possibilidades de utilidade

É o conjunto dos vetores de utilidade (u_1, u_2, \dots, u_n) associados a cada alocação **factível** da economia.

Possibilidades de utilidade

Conjunto de possibilidades de utilidade

É o conjunto dos vetores de utilidade (u_1, u_2, \dots, u_n) associados a cada alocação **factível** da economia.

Fronteira de possibilidades de utilidade

É o conjunto dos vetores de utilidade (u_1, u_2, \dots, u_n) associados a cada alocação **eficiente** da economia.

Possibilidades de utilidade

Conjunto de possibilidades de utilidade

É o conjunto dos vetores de utilidade (u_1, u_2, \dots, u_n) associados a cada alocação **factível** da economia.

Fronteira de possibilidades de utilidade

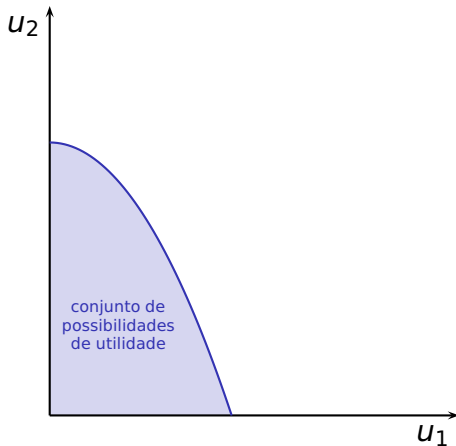
É o conjunto dos vetores de utilidade (u_1, u_2, \dots, u_n) associados a cada alocação **eficiente** da economia.

Escolha social ótima

É a alocação econômica correspondente à distribuição de utilidade u_1, u_2, \dots, u_n que maximiza $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$ dada a restrição de que u_1, u_2, \dots, u_n deve pertencer ao conjunto de possibilidades de utilidade.

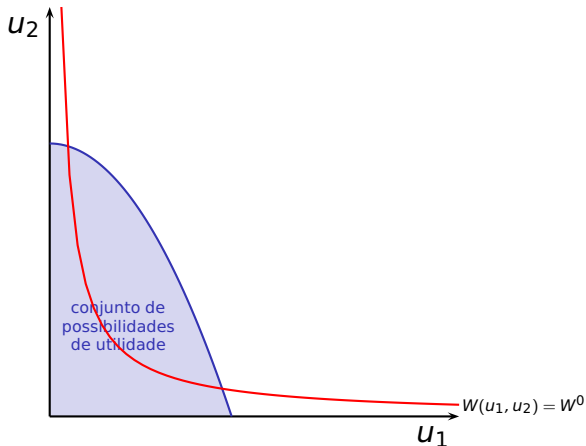
Escolha social ótima

O caso de uma função de bem-estar social individualista e de dois consumidores



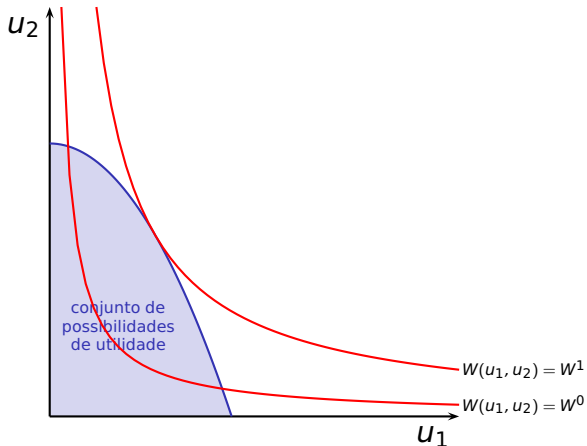
Escolha social ótima

O caso de uma função de bem-estar social individualista e de dois consumidores



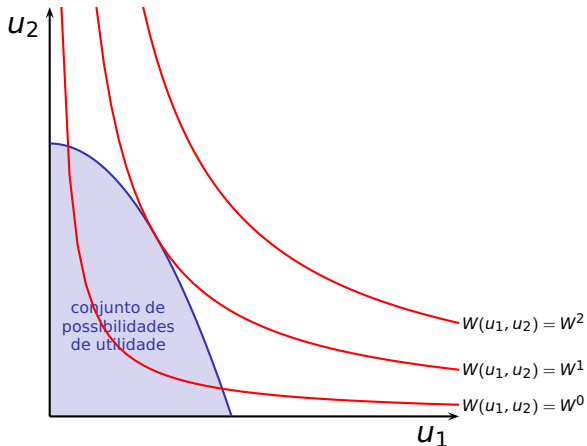
Escolha social ótima

O caso de uma função de bem-estar social individualista e de dois consumidores



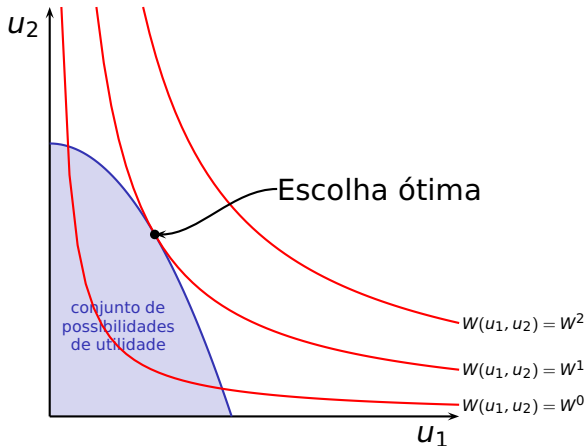
Escolha social ótima

O caso de uma função de bem-estar social individualista e de dois consumidores



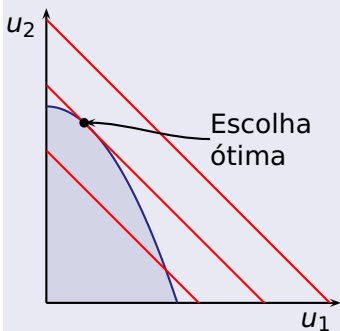
Escolha social ótima

O caso de uma função de bem-estar social individualista e de dois consumidores



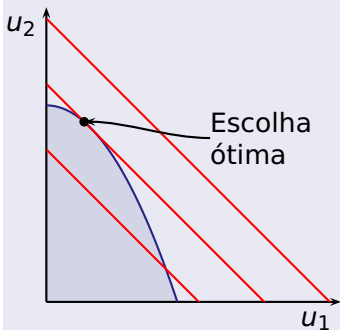
Efeito da função de bem-estar social

FBES Benthamita

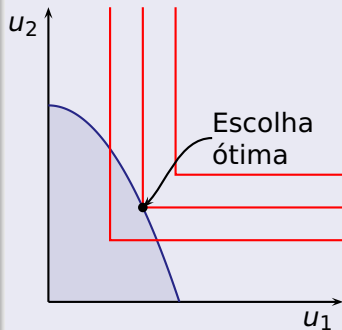


Efeito da função de bem-estar social

FBES Benthamita



FBES Rawsiana



Teorema de Arrow

Colocação do problema

É possível agregar de modo razoável as preferências individuais em uma preferência social sem que seja necessário recorrer à idéia de cardinalidade das funções de utilidade individuais?

Propriedades desejadas da preferência social

Racionalidade Se as preferências individuais são completas e transitivas, então o mesmo deve ocorrer com a preferência social.

Propriedades desejadas da preferência social

Racionalidade Se as preferências individuais são completas e transitivas, então o mesmo deve ocorrer com a preferência social.

Critério de Pareto Se todos preferem a alternativa \mathbf{x} à alternativa \mathbf{y} , então a preferência social deve considerar a alternativa \mathbf{x} superior à alternativa \mathbf{y} .

Propriedades desejadas da preferência social

- Racionalidade** Se as preferências individuais são completas e transitivas, então o mesmo deve ocorrer com a preferência social.
- Critério de Pareto** Se todos preferem a alternativa \mathbf{x} à alternativa \mathbf{y} , então a preferência social deve considerar a alternativa \mathbf{x} superior à alternativa \mathbf{y} .
- Independência das alternativas irrelevantes** A forma como as preferências sociais classificam \mathbf{x} e \mathbf{y} deve depender apenas de como os indivíduos classificam \mathbf{x} e \mathbf{y} e não de como eles classificam outras alternativas.

Exemplo: o paradoxo de Condorcet

Suponha que haja três alternativas de escolha social **x**, **y** e **z** a serem escolhidas por votos duas a duas e três indivíduos, **A**, **B** e **C** com as seguintes preferências:

Indivíduo **A**: **x** \succ_A **y** \succ_A **z**

Exemplo: o paradoxo de Condorcet

Suponha que haja três alternativas de escolha social **x**, **y** e **z** a serem escolhidas por votos duas a duas e três indivíduos, *A*, *B* e *C* com as seguintes preferências:

Indivíduo *A*: **x** \succ_A **y** \succ_A **z**

Indivíduo *B*: **y** \succ_B **z** \succ_B **x**

Exemplo: o paradoxo de Condorcet

Suponha que haja três alternativas de escolha social **x**, **y** e **z** a serem escolhidas por votos duas a duas e três indivíduos, *A*, *B* e *C* com as seguintes preferências:

Indivíduo *A*: **x** \succ_A **y** \succ_A **z**

Indivíduo *B*: **y** \succ_B **z** \succ_B **x**

Indivíduo *C*: **z** \succ_C **x** \succ_C **y**

Exemplo: o paradoxo de Condorcet

Suponha que haja três alternativas de escolha social \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} a serem escolhidas por votos duas a duas e três indivíduos, A, B e C com as seguintes preferências:

Indivíduo A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Indivíduo B: $\mathbf{y} \succ_B \mathbf{z} \succ_B \mathbf{x}$

Indivíduo C: $\mathbf{z} \succ_C \mathbf{x} \succ_C \mathbf{y}$

Votação das alternativas

\mathbf{x} vs. \mathbf{y} : dois votos para \mathbf{x} e um voto para \mathbf{y} . $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$

Exemplo: o paradoxo de Condorcet

Suponha que haja três alternativas de escolha social **x**, **y** e **z** a serem escolhidas por votos duas a duas e três indivíduos, A, B e C com as seguintes preferências:

Indivíduo A: **x** \succ_A **y** \succ_A **z**

Indivíduo B: **y** \succ_B **z** \succ_B **x**

Indivíduo C: **z** \succ_C **x** \succ_C **y**

Votação das alternativas

x vs. y: dois votos para **x** e um voto para **y**. **x** \succ **y**

y vs. z: dois votos para **y** e um voto para **z**. **y** \succ **z**

Exemplo: o paradoxo de Condorcet

Suponha que haja três alternativas de escolha social **x**, **y** e **z** a serem escolhidas por votos duas a duas e três indivíduos, A, B e C com as seguintes preferências:

Indivíduo A: **x** \succ_A **y** \succ_A **z**

Indivíduo B: **y** \succ_B **z** \succ_B **x**

Indivíduo C: **z** \succ_C **x** \succ_C **y**

Votação das alternativas

x vs. y: dois votos para **x** e um voto para **y**. **x** \succ **y**

y vs. z: dois votos para **y** e um voto para **z**. **y** \succ **z**

x vs. z: dois votos para **z** e um voto para **x**. **z** \succ **x**

Exemplo: A contagem de Borda

Imagine o seguinte sistema de escolha de alternativas:

- 1 Cada eleitor atribui o número 1 à sua alternativa preferida, o número dois a sua segunda alternativa preferida e assim, sucessivamente.

Exemplo: A contagem de Borda

Imagine o seguinte sistema de escolha de alternativas:

- 1 Cada eleitor atribui o número 1 à sua alternativa preferida, o número dois a sua segunda alternativa preferida e assim, sucessivamente.
- 2 Os números que os eleitores atribuíram a cada alternativa são somados e, entre duas alternativas, a que é considerada preferida é a que obteve menor soma.

Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

Cenário 1

Ind. A: $x \succ_A y \succ_A z$

Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

Cenário 1

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{x}$

Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

Cenário 1

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{x}$

Somadas:	y	x	z
	3	4	5

Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

Cenário 1

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{x}$

Somam:	\mathbf{y}	\mathbf{x}	\mathbf{z}
	3	4	5

Ord.: $\mathbf{y} \succ_S \mathbf{x} \succ_S \mathbf{z}$

Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

Cenário 1

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{x}$

Somam:	\mathbf{y}	\mathbf{x}	\mathbf{z}
	3	4	5

Ord.: $\mathbf{y} \succ_S \mathbf{x} \succ_S \mathbf{z}$

Cenário 2

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{y}$

Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

Cenário 1

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{x}$

Somas:	\mathbf{y}	\mathbf{x}	\mathbf{z}
	3	4	5

Ord.: $\mathbf{y} \succ_S \mathbf{x} \succ_S \mathbf{z}$

Cenário 2

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{y}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{x} \succ_A \mathbf{z}$

Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

Cenário 1

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{x}$

Somadas:	\mathbf{y}	\mathbf{x}	\mathbf{z}
	3	4	5

Ord.: $\mathbf{y} \succ_S \mathbf{x} \succ_S \mathbf{z}$

Cenário 2

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{y}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{x} \succ_A \mathbf{z}$

Somadas:	\mathbf{x}	\mathbf{y}	\mathbf{z}
	3	4	5

Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

Cenário 1

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{x}$

Somadas:	\mathbf{y}	\mathbf{x}	\mathbf{z}
	3	4	5

Ord.: $\mathbf{y} \succ_S \mathbf{x} \succ_S \mathbf{z}$

Cenário 2

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{y}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{x} \succ_A \mathbf{z}$

Somadas:	\mathbf{x}	\mathbf{y}	\mathbf{z}
	3	4	5

Ord.: $\mathbf{x} \succ_S \mathbf{y} \succ_S \mathbf{z}$

Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

Cenário 1

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{x}$

Somadas:	\mathbf{y}	\mathbf{x}	\mathbf{z}
	3	4	5

Ord.: $\mathbf{y} \succ_S \mathbf{x} \succ_S \mathbf{z}$

Cenário 2

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{y}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{x} \succ_A \mathbf{z}$

Somadas:	\mathbf{x}	\mathbf{y}	\mathbf{z}
	3	4	5

Ord.: $\mathbf{x} \succ_S \mathbf{y} \succ_S \mathbf{z}$

Concluimos que, adotando-se a contagem do Borda, a alternativa \mathbf{z} afeta o modo como as alternativas \mathbf{x} e \mathbf{y} são comparadas.

O teorema de Arrow

Se um critério de escolha social satisfaz a propriedade de racionalidade, atende ao critério de Pareto e à independência das alternativas irrelevantes quaisquer que sejam as alternativas de escolha e as preferências racionais individuais, então esse critério é uma **ditadura**, isto é, a classificação social das alternativas deve coincidir com a classificação dessas alternativas por um único indivíduo.

Restrição de domínio

Se as alternativas podem ser ordenadas linearmente de tal sorte que cada indivíduo tenha uma alternativa preferida e considere outras alternativas tanto piores quanto mais distantes dessa alternativa mais preferida, então a votação por maioria atende aos critérios de Arrow e a alternativa escolhida será a preferida pelo eleitor mediano.

Inveja e alocações eqüitativas

Definições

- Uma alocação é dita **eqüitativa** caso ela seja tal que nenhum agente prefira a cesta de consumo de qualquer outro agente à sua.

Inveja e alocações eqüitativas

Definições

- Uma alocação é dita **eqüitativa** caso ela seja tal que nenhum agente prefira a cesta de consumo de qualquer outro agente à sua.
- Se uma alocação é eqüitativa e eficiente, dizemos que ela é justa.

Inveja e alocações eqüitativas

Definições

- Uma alocação é dita **eqüitativa** caso ela seja tal que nenhum agente prefira a cesta de consumo de qualquer outro agente à sua.
- Se uma alocação é eqüitativa e eficiente, dizemos que ela é justa.

Um resultado interessante

Qualquer alocação que seja obtida por mecanismo de mercado concorrencial a partir de uma situação inicial na qual todos os indivíduos possuem a mesma dotação inicial é uma alocação justa, isto é eqüitativa e eficiente.