MICROECONOMIA I — EXERCÍCIOS SOBRE RISCO

PROF. DR. ROBERTO GUENA DE OLIVEIRA

(1) Ed Sede bebe apenas água mineral pura, mas pode comprá-la em dois vazilhames de diferente capacidade – 0,75 litro ou 2 litros. Como a água é idêntica, ele considera esses dois bens substitutos perfeitos.
   (a) Suponha que a utilidade de Ed dependa apenas da quantidade de água que ele consumo e que os vasilhames em si na tragam utilidade. Expresse a função de utilidade de Ed em termos de quantidade de vasilhames de 0,75 L (x) e de 2 L (y).
   (b) Determine a demanda de Ed por x em termos de p_x, p_y e m.
   (c) Esboce o gráfico da curva de demanda de Ed por x mantendo p_y e m constantes.
   (d) Como mudanças em m e p_y deslocam essa curva de demanda?
   (e) Como seria a curva de demanda compensada por x?

(2) Davi ganha uma mesada de R$30 por semana para gastá-la do jeito que lhe agrada. Como ele gosta apenas de sanduíches de manteiga de amendoim e de geleia, ele gasta todo esse valor em manteiga de amendoim (R$ 5 por Kg) e geleia (R$ 10 por Kg). O pão é provido sem custos por um vizinho preocupado. Davi tem preferências particulares e faz seus sanduíches com exatamente 10 g de geleia e 20 g de manteiga de amendoim. Ele nunca vai mudar essas proporções.
   (a) Quanta manteiga de amendoim e quanta geleia ele irá comprar com sua mesada semanal de R$30?
   (b) Suponha que o preço da geleia suba de R$ 10 para R$ 15 por Kg. Quanto ele comprará de cada mercadoria.
   (c) Qual deve ser o acréscimo à mesada de Davi para compensá-lo pelo aumento de preço do item anterior?
   (d) Divida a mudança na quantidade demandada de geleia em decorrência do aumento de preço em efeito substituição e efeito renda.

(3) Assuma a seguinte função de utilidade:

$$U(x, y) = x^{0,3}y^{0,7}.$$

   (a) Determine as funções de demanda não compensadas, a função de utilidade indireta e a função de dispêndio para esse caso.

(b) Compute as funções de demanda compensada empregando o lema de Shephard.
(c) Suponha que o consumidor tenha uma renda $m = 1.000$ e que os preços dos bens 1 e 2 sejam, respectivamente, $p_x = 1$ e $p_y = 1$. Qual o impacto de um aumento no preço do bem x para $p'_x = 3$? Decomponha esse impacto em um efeito substituição mais um efeito renda.

(4) Suponha que a função de utilidade para os bens x e y seja dada por

$$U(x, y) = xy + y.$$

(a) Calcule a função de demanda marshalliana pelos bens x e y e descreva como as curvas de demanda por esses bens são deslocadas por mudanças em m e no preço do outro bem.
(b) Calcule a função de dispêndio.
(c) Compute as funções de demanda compensadas pelos bens x e y. Descreva como as curvas de demanda compensada desses dois bens são afetadas por mudanças na utilidade e no preço do outro bem.

(5) Ana Clara é uma excelente tradutora intérprete e consegue trabalhar tantas horas quanto queira obtendo uma remuneração $w = 50$ por hora trabalhada. Adicionalmente, os pais de Ana Clara dão a ela uma mesada que lhe garante um gasto de $m = 200$ por dia. Ana Clara fica acordada $H = 16$ horas por dia. Ela pode usar esse tempo para trabalhar como tradutora intérprete ou para o lazer. O trabalho não lhe dá qualquer satisfação direta, mas o consumo que ela consegue com a remuneração do trabalho, sim. As preferências de Ana Clara podem ser representadas pela seguinte função de utilidade

$$U(c, \ell) = \sqrt{c\ell}$$

na qual c é seu gasto diário com consumo e ℓ é o número de horas diárias nas quais Ana Clara fica acordada, mas não trabalha, isto é o número de horas de lazer.
(a) Determine a restrição orçamentária de Ana Clara.
(b) Quantas horas por dia, Ana Clara deverá trabalhar? Qual será o seu consumo? E o valor de sua função de utilidade?
(c) Encontre as funções de demanda compensada de Ana Clara para consumo (c) e lazer (ℓ), assim como sua função de oferta de trabalho.
(d) Suponha que o valor pago por hora de trabalho suba de $w = 50$ para $w' = 100$. Quantas horas por dia Ana Clara passará a dedicar ao trabalho? Decomponha essa variação em efeito substituição, efeito renda comum e efeito renda dotação.

(e) Refaça os itens (a), (b), (c) e (d) supondo que Ana Clara não receba mesada de seus pais ($m = 0$).
(f) Refaça os itens (a), (b), (c) e (d) supondo que Ana Clara não receba mesada de seus pais e que tenha que pagar uma dívida judicial no valor de $d = 200$ por dia.

(6) Considere os dados originais do exercício anterior. Qual deve ser a remuneração mínima da hora de trabalho do tradutor intérprete para que Ana Clara opte por não dispender todo seu tempo com lazer?

(7) Considere um modelo de um consumidor que vive dois períodos. No primeiro período esse consumidor recebe uma renda w_1 e, no segundo período, uma renda w_2. Caso esse consumidor não consuma toda sua renda do primeiro período, ele pode aplicar o valor poupado em um investimento que lhe rende uma taxa de juros real r entre os dois períodos. Caso ele queira consumir mair no primeiro período do que sua renda permitiria, ele pode tomar dinheiro emprestado à mesma taxa de juros r. As preferências desse consumidor dependem apenas nos valores c_1 e c_2 de seu consumo nos períodos 1 e 2, respectivamente.
(a) Expresse a restrição orçamentária desse consumidor em termos de valor presente e em termos de valor futuro.
(b) Supondo que a função de utilidade de nosso consumidor seja

$$U(c_1, c_2) = \sqrt{x_1, x_2},$$

expresse sua função de poupança período 1 em função de c_1, c_2 e r.
(c) Se $c_1 = 1000$ e $c_2 = 1200$ e a função de utilidade de nosso consumidor for $U(c_1, c_2) = \ln c_1 + \ln c_2$, para que valores de r ele deverá tomar dinheiro emprestado e para que valores de r ele deverá poupar no primeiro período?
(d) Imagine que $c_1 = 2000$, $c_2 = 1000$ e que nosso consumidor considere consumo presente e consumo futuro complementares perfeitos, isto é, que sua função de utilidade seja:

$$U(c_1, c_2) = \min\{c_1, c_2\}.$$

Encontre a função de poupança desse consumidor. Explique por que razão essa poupança diminui quando a taxa de juros aumenta.

Solução:

1) a) Uma função de utilidade que representa tais preferênçias é dada pelo total de livros consumidos:

$$u(x, y) = x\frac{3}{4} + 2y$$

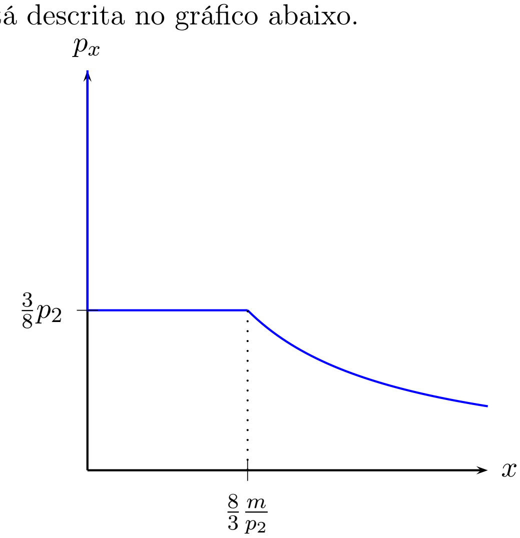
b) Notemos por p_x o preço da garrafa de água com 0,75 L e por p_y o preço da garrafa de água com 2 L. Dada a função de utilidade acima, as utilidades marginais dos bens 1 e 2 serão dadas, respectivamente por $UMg_1 = \frac{3}{4}$ e $UMg_2 = 2$, de tal sorte que o valor absoluto da taxa marginal de substitiuição será

$$|TMS| = \frac{UMg_1}{UMg_2} = \frac{3}{8}.$$

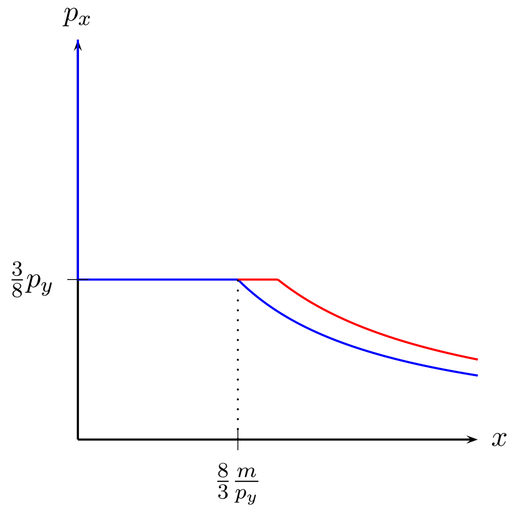
Caso o preço relativo $\frac{p_x}{p_y}$ seja superior à taxa marginal de substituição (em módulo), então o consumidor deverá especializar-se no consumo do bem y. Caso esse preço relativo seja inferior ao módulo da $mathitTMS$, então o consumidor deverá especializar-se no consumo do bem x. Caso $\frac{p_x}{p_y} = 3/8$, então o consumidor será indiferente entre consumir a água vendida em garrafas de 0,75 L ou consumir água vendida em garrafas de 2 L, ou combinar o consumo das duas formas de água engarrafada. Desse modo a função de demanda pelo bem x será dada por

$$x(p_x, p_y, m) = \begin{cases} 0 & \text{caso } p_x > \frac{3}{8}p_y \\ \frac{m}{p_x} & \text{caso } p_x < \frac{3}{8}p_y \\ \text{Qualquer valor entre 0 e } \frac{m}{p_x} & \text{caso } p_x = \frac{3}{8}p_y \end{cases}$$

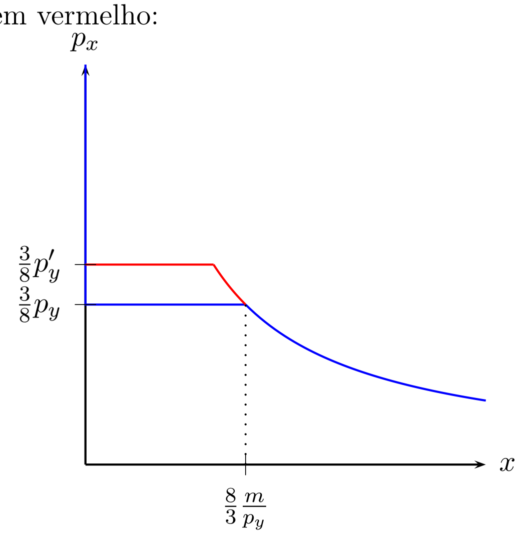
c) A curva de demanda associada à função de demanda do item anterior está descrita no gráfico abaixo.



d) Uma mudança na renda do consumidor terá por efeito alterar o trecho da curva de demanda associado a um consumo positivo do bem x, mas não o preço a partir do qual o consumidor passa a demandar tal bem. A figura abaixo descreve um deslocamento da curva de demanda em virtude de uma elevação na renda do consumidor (o trecho deslocado dessa curva foi desenhado em vermelho):



Uma variação no preço do bem y, por sua vez tem por efeito modificar o preço a partir do qual a demanda do bem x assume sinal positivo. A figura abaixo ilustra o efeito de uma elevação no preço do bem y. Novamente, o trecho deslocado da curva é destacado em vermelho:



e) Como Ed Sede só se interessa pelo total consumido de água, sua função de utilidade indireta será

$$V(p_x, p_y, m) = \max\left\{\frac{3}{4}\frac{m}{p_x}, 2\frac{m}{p-y}\right\} = m\max\left\{\frac{3}{4p_x}, \frac{2}{p_y}\right\}.$$

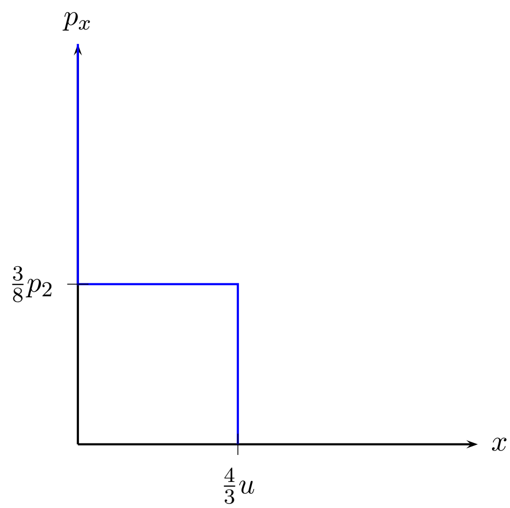
Aplicando a definição da função de dispêndio, obtemos

$$e(p_x, p_y, u) = u\min\left\{\frac{4}{3}p_x, \frac{1}{2}p_y\right\}$$

Aplicando o lema de Shephard, encontramos a função de demanda compensada de x:

$$h_x(p_x, p_y, u) = \frac{\partial}{\partial p_x}e(p_x, p_y, u) = \begin{cases} \frac{4}{3}u & \text{caso } p_1 < \frac{3}{8}p_y \\ 0 & \text{caso } p_1 < \frac{3}{8}p_y \\ \left\{x : x \in \left(0, \frac{4}{3}\right)\right\} & \text{caso } p_1 = \frac{3}{8}p_2. \end{cases}$$

A figura abaixo, mostra a curva de demanda associada a essa função:



2) a) Como Davi combina geléia e manteiga de amendoin sempre na mesma proporção, qual seja, 2 g de manteiga de amendoin para cada 1 g de geléia, podemos afirmar que ele considera os dois bens complementares perfeitos. Notando a quantidade consumida de geléia com a letra x e a quantidade cosumida de manteiga de amendoin com a letra y, suas preferências podem, assim, ser representadas pela seguinte função de utilidade:

$$u(x, y) = \min\left\{x, \frac{y}{2}\right\}.$$

A fim de maximizar sua utilidade ele deve escolher $x = y/2$, respeitando a restrição orçamentária:

$$p_x x + p_y y \leq m,$$

na qual p_x e p_y são, respectivamente, os preços da geléia e da manteiga de amendoin e m é a renda de Davi. Combinando essa restrição com a condição $x = y/2$, obtemos as funções de demanda pelos dois bens:

$$x(p_x, p_y, m) = \frac{m}{p_x + 2p_y} \quad \text{e} \quad y(p_x, p_y, m) = \frac{2m}{p_y + 2p_y}.$$

Fazendo $m = 30$, $p_x = 10$ e $p_y = 5$, encontramos que o consumo de geléia será

$$x(10, 5, 30) = \frac{30}{10 + 2 \times 5} = 1{,}5\,\text{kg}$$

e o consumo de manteiga de amendoin será

$$y(10, 5, 20) = \frac{2 \times 30}{10 + 2 \times 5} = 3\,\text{kg}.$$

b) Aos novos preços, a quantidade demandada de geléia passa a

$$x(15, 5, 30) = \frac{30}{15 + 2 \times 5} = 1{,}2\,\text{kg}$$

e o consumo de manteiga de cacau será

$$y(15, 5, 20) = \frac{2 \times 30}{15 + 2 \times 5} = 2{,}4\,\text{kg}.$$

c) Como os dois bens são complementares perfeitos, a forma mais barata de devolver Davi a seu nível de utilidade inicial é dar-lhe o necessário e suficiente para comprar a cesta de bens inicial. Assim, sua renda deve ser elevada o suficiente para fazer com que a cesta de bens contendo 1,5 kg de geléia e 3 kg de manteiga de amendoim, volte a estar sobre a linha de restrição orçamentária. Para isso, sua renda m' deve ser igualada ao valor dessa cesta de bens:

$$m' = 15 \times 1.5 + 5 \times 3 = 37.5,$$

O que significa um acréscimo de R$7,50 em sua renda.

d) Como se tratam de bens complementares perfeitos, o efeito substituição é zero e toda variação nas quantidades demandadas dos bens x e y é explicada pelo efeito renda.

3) a) Como as preferências são convexas e as curvas de indiferença não cortam os eixos, as funções de demanda não compensadas

ou marshallianas são obtidas através da solução das condições de primeira ordem de utilidade máxima:

$$\begin{cases} |TMS| = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y = m. \end{cases}$$

As utilidades marginais dos dois bens são

$$UMg_x = \frac{\partial}{\partial x} = x^{0,3}y^{0,7} = 0,3\left(\frac{y}{x}\right)^{0,7}$$

e

$$UMg_y = \frac{\partial}{\partial y} = x^{0,3}y^{0,7} = 0,7\left(\frac{x}{y}\right)^{0,3}.$$

Desse modo, a taxa marginal de substituição é dada por

$$TMS = -\frac{UMg_x}{UMg_y} = -\frac{0,3\left(\frac{y}{x}\right)^{0,7}}{0,7\left(\frac{x}{y}\right)^{0,3}} = -\frac{3}{7}\frac{y}{x}.$$

Desse modo, as condições de utilidade máxima assume a forma

$$\begin{cases} \frac{3}{7}\frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y = m. \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema de equações para x e y, obtemos as funções de demanda não compensadas:

$$x(p_x, p_y, m) = \frac{3}{10}\frac{m}{p_x} \quad \text{e} \quad y(p_x, p_y, m) = \frac{7}{10}\frac{m}{p_y}.$$

Para encontrar a função de utilidade indireta, basta aplicar sua definição e as funções de demanda acima calculadas:

$$\begin{aligned} V(p_x, p_y, m) &= U\left(x(p_x, p_y, m), y(p_x, p_y, m)\right) \\ &= \left(\frac{3}{10}\frac{m}{p_x}\right)^{0,3}\left(\frac{7}{10}\frac{m}{p_y}\right)^{0,7} \\ &= \frac{m}{10}\left(\frac{3}{p_x}\right)^{0,3}\left(\frac{7}{p_y}\right)^{0,7}. \end{aligned}$$

A função dispêndio é obtida aplicando-se sua definição:

$$\begin{aligned} V\left(p_x, p_y, e(p_x, p_y, u)\right) &= u \\ \frac{e(p_x, p_y, u)}{10}\left(\frac{3}{p_x}\right)^{0,3}\left(\frac{7}{p_y}\right)^{0,7} &= u \\ e(p_x, p_y, u) = 10u\left(\frac{p_x}{3}\right)^{0,3}\left(\frac{p_y}{7}\right)^{0,7}&. \end{aligned}$$

b)

$$h_x(p_x, p_y, u) = \frac{\partial}{\partial p_x} e(p_x, p_y, u) = u \left(\frac{3}{7} \frac{p_y}{p_x} \right)^{0,7}$$
$$h_y(p_x, p_y, u) = \frac{\partial}{\partial p_y} e(p_x, p_y, u) = u \left(\frac{7}{3} \frac{p_x}{p_y} \right)^{0,3}.$$

c) Quando os preços são $p_x = 1$ e $p_y = 1$ e a renda é $m = 1000$, as quantidades demandadas dos dois bens são

$$x_0 = x(1, 1, 1000) = \frac{3}{10} \frac{1000}{1} = 300$$

e

$$y_0 = y(1, 1, 1000) = \frac{7}{10} \frac{1000}{1} = 700.$$

Quando o preçco do bem x é alterado para $p'_x = 3$, tais quantidades demandadas se alteram para

$$x_1 = x(3, 1, 1000) = \frac{3}{10} \frac{1000}{3} = 100$$

e

$$y_1 = y(3, 1, 1000) = \frac{7}{10} \frac{1000}{1} = 700.$$

Assim, haverá uma variação de $x_1 - x_0 = -200$ unidades na quantidade demandada do bem x e não haverá variação na quantidade demandada do bem y.
Para calcularmos os efeitos substituição, precisamos encontrar primeiramente a utilidade do consumidor na situação inicial. Essa é dada por

$$U_0 = V(1, 1, 1000) = \frac{1000}{10} \left(\frac{3}{1} \right)^{0,3} \left(\frac{7}{1} \right)^{0,7} = 100 \times 3^{0,3} \times 7^{0,7}.$$

O efeito substituição é a variação na demanda compensada, calculada para o nível de utilidade inicial, em decorrência da variação no preço do bem x. Assim, o efeito substituição na demanda do bem x é:

$$\begin{aligned} ES_x &= h_x(3, 1, U_0) - h_x(1, 1, U_0) \\ &= 100 \times 3^{0,3} \times 7^{0,7} \left(\frac{3}{7} \frac{1}{3} \right)^{0,7} - 100 \times 3^{0,3} \times 7^{0,7} \left(\frac{3}{7} \frac{1}{1} \right)^{0,7} \\ &= 100 \times 3^{0,3} - 300 \\ &= -100 \left(3 - 3^{0,3} \right) \end{aligned}$$

De modo similar, o efeito substituição na demanda do bem y é

$$\begin{aligned} ES_y &= h_y(3,1,U_0) - h_y(1,1,U_0) \\ &= 100 \times 3^{0,3} \times 7^{0,7} \left(\frac{7}{3}\frac{3}{1}\right)^{0,3} - 100 \times 3^{0,3} \times 7^{0,7} \left(\frac{7}{3}\frac{1}{1}\right)^{0,3} \\ &= 700\left(3^{0,3} - 1\right). \end{aligned}$$

O efeito renda para o bem x é:

$$\begin{aligned} ER_x &= x(3,1,1000) - h_x(3,1,u^0) \\ &= 100 - 100 \times 3^{0,3} \times 7^{0,7} \left(\frac{3}{7}\frac{1}{3}\right)^{0,7} \\ &= 100\left(1 - 3^{0,3}\right) \end{aligned}$$

O efeito renda para o bem y é

$$\begin{aligned} ER_y &= y(3,1,10000) - h_y(3,1,u^0) \\ &= 700 - 100 \times 3^{0,3} \times 7^{0,7} \left(\frac{7}{3}\frac{3}{1}\right)^{0,3} \\ &= 700\left(1 - 3^{0,3}\right). \end{aligned}$$

4) a) Inicialmente, determinemos a taxa marginal de substituição. A utilidade marginal do bem x é

$$UMg_2 = \frac{\partial}{\partial x}(xy + y) = y$$

e a utilidade marginal do bem y é

$$UMg_y = \frac{\partial}{\partial y}(xy + y) = x + 1.$$

Desse modo, a taxa marginal de substituição é

$$|TMS| = -\frac{UMg_x}{UMg_y} = -\frac{y}{1+x}.$$

Note que o módulo da TMS decresce quando y diminui e x aumenta, o que indica que as preferências são côncavas. Assim, qualquer solução interior será caracterizada pelas propriedades:

$$\begin{cases} |TMS| = \frac{y}{x+1} = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y = m. \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema para x e y, encontramos as funções de demanda dois dois bens no caso de solução interior:

$$x = \frac{m - p_x}{2p_x} \quad \text{e} \quad y = \frac{m + p_x}{2p_y}.$$

Note que a primeira função só gera um valor não negativo de x caso $p_x \leq m$. Caso, ao contrário, $p_x > m$, então haverá solução de cando com $x = 0$ e $y = m/p_y$. Desse modo, as funções de demanda dos dois bens são:

$$x(p_x, p_y, m) = \begin{cases} \frac{m-p_x}{p_x} & \text{caso } p_x \leq m \\ 0 & \text{caso } p_x > m \end{cases}$$

e

$$y(p_x, p_y, m) = \begin{cases} \frac{m+p_x}{2p_y} & \text{caso } p_x \leq m \\ \frac{m}{p_y} & \text{caso } p_x > m \end{cases}$$

Os dois bens se comportam como bens normais. Suas curvas de demanda se deslocam para a direita e acima quando há elevação na renda do consumidor. Como a função de demanda do bem x não depende do preço do bem y, alterações nesse último não levam a deslocamentos da curva de demanda do bem x. Já o preço do bem x afeta a função de demanda do bem y positivamente, caso $p_x \leq m$. Nesse caso, uma elevação em p_x leva a um deslocamento para a direita da curva de demanda do bem y e, recoprocamente, uma redução no preço do bem x leva a um deslocamento para a esquerda da curva de demanda pelo bem y.

b) Inicialmente, determinemos a função de utilidade indireta:

$$\begin{aligned} V(p_x, p_y, m) &= U\left(x(p_x, p_y, m), y(p_x, p_y, m)\right) \\ &= \begin{cases} \frac{m}{2p_x}\frac{m+p_x}{2p_y} + \frac{m+p_x}{2p_y} = \frac{(m+p_x)^2}{4p_xp_y} & \text{se } p_x \leq m \\ \frac{m}{p_y} & \text{se } p_x > m \end{cases} \end{aligned}$$

A função de dispêndio é obtida aplicando-se sua definição

$$u = \begin{cases} \frac{(e(p_x,p_y,u)+p_x)^2}{4p_xp_y} & \text{se } p_x \leq e(p_x, p_y, u) \\ \frac{e(p_x,p_y,u)}{p_y} & \text{se } p_x > e(p_x, p_y, u). \end{cases}$$

Resolvendo para $e(p_x, p_y, u)$ encontramos

$$e(p_x, p_y, u) = \begin{cases} 2\sqrt{up_xp_y} - p_x & \text{caso } p_x \leq up_y \\ up_y & \text{caso } p_x > up_y. \end{cases}$$

As funções de demanda compensadas podem ser encontradas empregando-se o lema de Shephard:

$$h_x(p_x, p_y, u) = \begin{cases} \sqrt{u\frac{p_y}{p_x}} - 1 & \text{caso } p_x \leq up_y \\ 0 & \text{caso } p_x > up_y, \end{cases}$$

e

$$h_y(p_x, p_y, u) = \begin{cases} \sqrt{u\frac{p_x}{p_y}} & \text{caso } p_x \leq up_y \\ u & \text{caso } p_x > up_y. \end{cases}$$

Como as funções de demanda compensada são monotônicas crescentes em u, uma elevação na utilidade deverá deslocar as curvas de demanda compensada dos dois bens para cima e para a direita e uma redução dessa utilidade deverá provocar deslocamentos para baixo e para a esquerda. Nas soluções de cando, as demandas compensadas de cada bem são independentes em relação ao preço do outro bem. Porém, caso os preço do bem x seja baixo o bastante para que haja solução interior, vemos que a demanda compensada do bem x responde positivamente a variações no preço do bem y e *vice-versa*, ou seja, como deveríamos esperar, os dois bens são substitutos líquidos um do outro. Isso indica que uma elevação no preço de um desses bens deverá provocar um deslocamento para cima e para a direita da curva de demanda compensada do outro bem e que, inversamente, uma redução no preço de um desses bens deverá provocar um deslocamento para a esquerda e para baixo na curva de demanda compensado do outro bem.