O MODELO DE STACKELBERG COM ASSIMETRIA DE CUSTOS

ROBERTO GUENA DE OLIVEIRA

1. Hipóteses

Considere um modelo de Stackelberg com duas empresas sendo que a empresa líder é denominada empresa 1 e a empresa seguidora é denominada empresa 2. Assuma as seguintes hipóteses:

(1) A função de custo (C_1) da empresa 1 é $C_1(y_1) = c_1 y_1$ na qual y_1 é a quantidade produzida pela empresa 1 e $c_1 \geq 0$ é uma constante positiva.
(2) Analogamente, A função de custo (C_2) da empresa 2 é $C_2(y_2) = c_2 y_2$ na qual y_2 é a quantidade produzida pela empresa 2 e $c_2 \geq 0$ é uma constante positiva.
(3) A função de demanda inversa pelo produto das duas empresas é dada pela expressão $p = a - b(y_1 + y_2)$ na qual p é o preço de demanda e a e b são constantes reais positivas.

Note que, ao assumir essas hipóteses, obtemos um modelo um pouco mais geral que aquele que resolvemos em sala de aula, ao permitir que o custo marginal da empresa líder seja diferente do custo marginal da empresa seguidora.

2. Solução do modelo

Para encontrar a solução do modelo, empregamos o princípio da indução retroativa, determinando, primeiramente a função de reação da empresa 2, para determinar a melhor escolha da empresa 1 dada essa função de reação.

2.1. A função de reação da empresa 2.

O lucro da empresa 2 é

$$\pi_2 = p\, y_2 - C_2(y_2) = [a - b(y_1 + y_2)]y_2 - c_2 y_2 \tag{1}$$

A função de reação da empresa 2 associa, a cada valor de y_1, o valor de y_2 que torna máximo esse lucro. Para encontrar esse valor, verificamos as condições de máximo da função que descreve esse lucro, tomando-se y_2 como única variável de controle.

A condição de máximo de primeira ordem é

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial y_2} = 0 \Rightarrow a - c_2 - b\, y_1 - 2b\, y_2 = 0 \tag{2}$$

Derivando duas vezes (1) em relação a y_2, obtemos

$$\frac{\partial^2 \pi_2}{\partial y_2^2} = -2b < 0.$$

Esse resultado garante a condição de segunda ordem suficiente para que (2) configure uma solução de máximo. Obtemos, portanto, a função de reação da empresa 2 resolvento (2) para y_2:

$$y_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{y_1}{2} \tag{3}$$

2.2. **A decisão da empresa 1.** Antecipando a função de reação de reação da empresa 2, a empresa 1 deve escolher quanto deve produzir sabendo que o valor de y_2 será afetado por sua escolha de acordo com a expressão (3). Assim, o lucro da empresa 1 será dado por:

$$\begin{aligned}
\pi_1 = p\,y_1 - c_1(y_1) &= [a - b(y_1 + y_2)]y_1 - c_1\,y_1 \\
&= \left[a - b\left(y_1 + \frac{a-c_2}{2b} - \frac{y_1}{2}\right)\right] y_1 - c_1 y_1 \\
&= \left(\frac{a+c_2}{2} - c_1\right) y_1 - \frac{b}{2} y_1^2 \qquad (4)
\end{aligned}$$

Derivando essa expressão em relação a y_1 e igualando a zero, obtemos a condição de primeira ordem para um ponto extremo:

$$y_1 = \frac{a+c_2}{2b} - \frac{c_1}{b} \qquad (5)$$

Podemos nos certificar que essa é realmente uma solução de lucro máximo para a empresa 1, observando que a segunda derivada de (4) em relação a y_1 é

$$\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial y_1^2} = -b < 0$$

Portanto, a quantidade produzida pela empresa 1 será dada por (5). Substituindo esse valor em (3) obtemos a produção de equilíbrio da empresa seguidora:

$$y_2 = \frac{a - 3c_2 + 2c_1}{4b} \qquad (6)$$

Substituindo (5) e (6) na função de demanda inversa, obtemos o preço de equilíbrio:

$$p = a - b\left(\frac{a+c_2}{2} - \frac{c_1}{b} + \frac{a - 3c_2 + 2c_1}{4b}\right) = \frac{a + 2c_1 + c_2}{4} \qquad (7)$$

3. Inatividade

Observando as expressões (5) e (6), e descartando a possibilidade de produção negativa, e supondo que $c_1, c_2 < a$, concluímos que

(1) A quantidade produzida pela líder será nula desde que

$$\frac{a+c_2}{2b} - \frac{c_1}{b} \leq 0 \Rightarrow c_1 \geq \frac{a+c_2}{2}$$

Essa condição indica que, para que a empresa 1 opte por produzir alguma coisa, é necessário que seu custo médio c_1 seja menor do que o preço que a empresa 2 cobraria caso pudesse operar como um monopolista($(a+c_2)/2$).[1]

(2) A quantidade produzida pela seguidora será nula caso

$$\frac{a - 3c_2 + 2c_1}{4b} \leq 0 \Rightarrow c_2 \geq \frac{a + 2c_1}{3}$$

Essa mesma condição é obtida quando observamos as condições sob as quais o preço de equilíbrio de nosso modelo calculado de acordo com a espressão (7) é inferior ao custo médio de produção da empresa 2 c_2.

[1] Veja o exemplo dado em sala de aula de um monopólio com custo marginal constante e demanda linear

Caso o custo marginal da empresa 1 seja tão elevado que ela, opte por um nível de produção nulo, a empresa 2 se comportará como um monopólio. Porém, o mesmo não ocorrerá necessariamente com a empresa 1, caso as condições de custo façam com que a empresa 2 opte por um nível de produção nulo.

Para ver isso, suponha que o custo médio da empresa seguidora seja exatamente o necessário para fazer com que sua produção de equilíbrio seja zero, isto é, suponha que

$$c_2 = \frac{a + 2c_1}{3}$$

Nessa caso, empregando (5) e (6) teremos

$$y_1^* = \frac{a + \frac{a+2c_1}{3}}{2b} - \frac{c_1}{b} = \frac{2}{3}\frac{a - c_1}{b} \quad \text{e} \quad y_2^* = \frac{a - 3\frac{a+2c_1}{3} + 2c_1}{4b} = 0$$

Lembrando que, caso a empresa 1 fosse um monopolista seu nível de produção seria

$$y_1^m = \frac{a - c_1}{2b}$$

concluímos que, dada a hipótese que fizemos sobre c_2, embora no equilíbrio, a empresa 1 seja a única a produzir uma quantidade positiva do bem, ela não se comporta como um monopolita, pois seu nível de produção de equilíbrio (y_1^*) é superior ao nível de produção de equilíbrio de um monopolista (y_1^m).

Por quê isso ocorre? Porque a empresa 1 sabe que, caso ela produza a quantidade de monopólio, a empresa 2 irá produzir uma quantidade positiva,[2] de tal sorte que vale a pena para a empresa líder produzir acima da quantidade de monopólio para induzir a seguidora a não operar no mercado.

Nesse contexto, não podemos afirmar que a empresa líder seja um monopolista, pois a possibilidade da concorrência com a seguidora faz com que ela (a líder) produza uma quantidade superior àquela que produziria caso tivesse a garantia de que a seguidora não operaria em seu mercado.

Estamos agora em condições de incorporar à solução de equilíbrio de nosso modelo representada pelas equações (3) e (5) a condição de produção não negativa.

A produção de equilíbrio da empresa 2 será

$$y_2 = \begin{cases} 0 & \text{caso } c_2 \geq \frac{a+2c_1}{3} \\ \frac{a-3c_2+2c_1}{4b} & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{8}$$

Para determinar a produção de equilíbrio da empresa líder, devemos levar em consideração três possibilidades:

(1) $c_1 \geq (a + c_2)/2$ de tal sorte que a empresa líder opta por não produzir.
(2) $c_1 < (a + c_2)/2$ e $c_2 < (a + 2c_1)/3$ de tal sorte que as duas empresas vão produzir em equilíbrio quantidades positivas descritas nas expressões (5) e (6).
(3) $c_1 < (a + c_2)/2$ e $c_2 > (a + 2c_1)/3$ de tal sorte que a empresa seguidora não deve produzir nada no equilíbrio. Nesse caso, podemos contemplar duas situações:

[2] De fato, você pode checar que substituindo y_1 por $y_1^m = (a - c)/(2b)$ na função de reação da empresa 2 (3), obtém-se $y_2 = (a - c)/(12b)$.

(a) Pode ocorrer que, mesmo que a empresa 1 produza a quantidade de monopólio $(a - c_1)/(2b)$, ainda assim, não valha a pena para a empresa 2 operar produzindo quantidades positivas. Isso ocorrerá caso o preço de monopólio da empresa 1 ($p^m = (a + c_1)/2$), seja inferior ao custo médio de produção da empresa 2, c_2.

(b) Caso, ao produzir a quantidade de monopólio, a empresa líder não seja capaz de impedir a entrada da empresa seguidora, então, ela deverá produzir a quantidade mínima necessária para induzir a seguidora a não produzir. Da função de reação da seguidora, ou seja da expressão (3), essa quantiade é $(a - c_2)/b$.

Desse modo, a quantidade a ser produzida pela líder é

$$y_1 = \begin{cases} 0 & \text{caso } c_1 \geq \frac{a+c_2}{2} \\ \frac{a+c_2}{2b} - \frac{c_1}{b} & \text{caso } c_1 < \frac{a+c_2}{2} \text{ e } c_2 < \frac{a+2c_1}{3} \\ \frac{a-c_2}{b} & \text{caso } c_1 < \frac{a+c_2}{2} \text{ e } \frac{a+c_1}{2} \geq c_2 \geq \frac{a+2c_1}{3} \\ \frac{a-c_1}{2b} & \text{caso } c_1 < \frac{a+c_2}{2} \text{ e } c_2 \geq \frac{a+c_1}{2} \end{cases} \tag{9}$$