Resolução do exame ANPEC de microeconomia para 2015

Roberto Guena de Oliveira

25 de junho de 2015

Questão 1

Com relação às preferências do consumidor, é correto afirmar que:

⓪ A existência de um bem neutro viola o axioma da monotonicidade, a existência de bens substitutos perfeitos viola o axioma da convexidade estrita e a existência de preferências lexicográficas viola o axioma de continuidade.

① Para a função utilidade $U(x,y) = (x^\rho + y^\rho)^{1/\rho}$, as taxas marginais de substituição (TMS) nas cestas (2,3) e (4,6) são idênticas.

② Sejam três cestas de bens: A, B e C. Se, para um consumidor temos que $A \succ B$, $A \sim C$ e $C \sim B$, então para este consumidor se aplica o princípio de que duas curvas de indiferença não se cruzam.

③ Sejam dois bens x e y, em que nenhum deles é um mal. Se tivermos duas cestas com quantidades estritamente positivas destes dois bens (x_1, y_1) e (x_2, y_2), sendo que $x_2 \geq x_1$ e $y_2 > y_1$, então, pela hipótese da monotonicidade das preferências, temos que: $(x_2,y_2) \succ (x_1,y_1)$.

④ Supondo que não existem males, a hipótese de convexidade estrita implica que, se houver duas cestas A e B, com $A \sim B$, para uma cesta C definida como $tA + (1-t)B$, $0 < t < 1$, é necessariamente verdade que $C \succ A$ e $C \succ B$.

Solução

⓪ V. Verifiquemos a afirmações uma a uma:

a) A existência de um bem neutro viola a hipótese da monotonicidade das preferências. De fato, suponha que um bem qualquer seja um neutro. Então a consumidora estará indiferente entre duas cestas de bens **x** e **y** com as mesmas quantidades de todos os bens com exceção do bem neutro, para o qual, digamos, a cesta **y** possui uma quantidade maior. Porém, pela hipótese da monotonicidade forte das preferências ela deveria preferir a cesta **y** pois essa possui ao menos a mesma quantidade que a cesta **x** de cada um dos bens e uma quantidade estritamente maior de um bem — o bem neutro. Como o livro texto do concurso, Varian 2012, define preferências monotónicas como preferências que atendem à hipótese de monotonicidade forte das preferências, conclui-se que, de fato a existência de um bem neutro viola a hipótese de monotonicidade das preferências.

b) A existência de bens substitutos perfeitos viola a hipótese de convexidade estrita das preferências. Para mostrar que isso acontece, considere o caso em que há apenas dois bens. Se estes são substitutos entre si, então as preferências da consumidora podem ser representadas pela função de utilidade $U(x_1,x_2) = ax_1 + x_2$ na qual x_1 e x_2 representam as quantidades consumidas de cada um dos dois bens da economia. Considere agora duas cestas de bens indiferentes entre si, $\mathbf{x} = (x_1,x_2)$ e $\mathbf{y} = (y_1,y_2)$. Como elas são indiferentes, deveremos ter $U(\mathbf{x}) = U(\mathbf{y})$, isto é $ax_1 + x_2 = ay_1 + y_2 = u^*$. Caso as preferências da consumidora fossem estritamente convexas, dado que, por hipótese, $\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$, deveríamos ter $t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y} \succ \mathbf{x}$ e $t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y} \succ \mathbf{y}$ para qualquer $0 < t < 1$. Porém, se os dois bens são substitutos perfeitos, a utilidade da cesta $t\mathbf{x}+(1-t)\mathbf{y} = (tx_1+(1-t)y_1, tx_2+(1-t)y_2)$ será dada por

$$\begin{aligned} U(t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y}) &= a[tx_1 + (1-t)y_1] + tx_2 + (1-t)y_2 \\ &= t(ax_1 + x_2) + (1-t)(ay_1 + y_2) \\ &= tU(x_1,x_2) + (1-t)U(y_1,y_2) \\ &= tu^* + (1-t)u^* = u^* = U(\mathbf{x}) = U(\mathbf{y}), \end{aligned}$$

isto é, $t\mathbf{x} + (1-t)\mathbf{y} \sim \mathbf{x} \sim \mathbf{y}$.

c) A existência de preferências lexicográficas viola a hipótese de continuidade das preferências. A hipótese de continuidade das preferências impõe que, para duas cestas de bens quaisquer, $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, com $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$, deve haver dois escalares positivos ϵ_1 e ϵ_2 tais que para qualquer cesta $\mathbf{z}$, se $|\mathbf{x} - \mathbf{z}| < \epsilon_1$, então $\mathbf{z} \succ \mathbf{y}$, e se $|\mathbf{z} - \mathbf{y}| < \epsilon_2$, então $\mathbf{x} \succ \mathbf{z}$. Consideremos, agora a seguinte ordenação lexicográfica definida no caso de apenas dois bens: dadas duas cestas de bens quaisquer $\mathbf{x} = (x_1,x_2)$ e $\mathbf{y} = (y_1,y_2)$, $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$ se, e somente se, i) $x_1 > y_1$ ou ii) $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$. Considere o caso em que essas cestas satisfazem a condição ii), ou seja, considere o caso em que $x_1 = y_1$ e $x_2 > y_2$. Então $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$. Todavia, para qualquer valor de $\epsilon_1 > 0$, a cesta de bens $\mathbf{z}_1 = (x_1 - \epsilon_1/2, x_2)$ é tal que $\mathbf{y} \succ \mathbf{z}_1$, em virtude da condição i); e, para qualquer valor de $\epsilon_2 > 0$, a cesta de bens $\mathbf{z}_2 = (y_1 + \epsilon_2/2, y_2)$ é tal que $\mathbf{z}_2 \succ \mathbf{x}$, novamente, em virtude da condição i). Assim, as preferências lexicográficas não são contínuas.

① V. Basta notar que se trata de uma função de utilidade CES que sabemos ser um função homotética. Também sabemos que, para funções homotéticas, a TMS depende apenas da razão entre as quantidades consumidas dos dois bens (y/x). Como, para as duas cestas apresentadas $y/x = 3/2$, devemos ter a mesma TMS em cada uma dessas cestas.

② F. Se $A \sim C$ então C pertence a curva de indiferença definida pelo conjunto das cestas de bens indiferentes a A. Se $C \sim B$, então C pertence à curva de indiferença definida pelo conjunto de cestas de bens indiferentes a B. Como $A \succ B$, então A não pertence a essa curva e a curva de indiferença definida como o conjunto das cestas de bens indiferentes a A e a curva de indiferença definida como o conjunto das cestas de bens indiferentes a B são distintas. Não obstante, essas duas curvas de indiferença distintas têm um elemento em comum, a cesta C. Portanto, elas se cruzam.

③ V. Trata-se de uma aplicação direta da definição de preferências (fortemente) monotônicas já apresentada na solução do item ⓪.

④ V. Isso decorre diretamente da definição de preferências estritamente convexas, aplicando-se, inclusive aos casos em que existem males.

Questão 2

Indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras, de acordo com a Teoria Econômica do Bem-Estar:

⓪ A função de bem-estar rawlsiana faz com que o bem-estar social de uma dada alocação dependa apenas do bem-estar do agente com utilidade mínima.

① Qualquer alocação eficiente no sentido de Pareto corresponde a um bem-estar máximo para alguma função de bem-estar.

② Nem todos os máximos de bem-estar são equilíbrios competitivos.

③ Uma divisão igualitária necessariamente será eficiente no sentido de Pareto.

④ Um equilíbrio competitivo a partir de uma divisão igualitária corresponde a uma alocação justa.

Solução

⓪ V. De fato, a assim chamada “função de bem-estar rawsiana” é definida como $W(u_1,\ldots,u_n) = \min\{u_1,\ldots,u_n\}$ na qual $(u_1,\ldots,u_n)$ é o vetor de utilidades dos n indivíduos da economia.

① V. A rigor, para qualquer alocação da economia, é possível construir uma função de bem-estar social que atinja seu valor máximo no vetor de utilidades associado a essa alocação, o que faria com que ela correspondesse ao bem-estar social máximo. Se impusermos que a função de bem-estar social satisfaça ao critério de Pareto, essa conclusão permanece válida para todas as alocações Pareto eficientes.

② V, embora o gabarito dê F. Mesmo que assumamos que as funções de bem-estar social satisfaçam ao critério de Pareto, se as preferências de todos os consumidores não forem convexas ou os conjuntos de produção de todos os produtores não forem convexos e não houver um número infinitamente grande de diferentes consumidores e produtores, é possível que haja alocações eficientes que não sejam equilíbrios competitivos qualquer que seja a distribuição das dotações iniciais dessa economia. Se apenas uma dessas alocações corresponder ao máximo de bem-estar social, este não será um equilíbrio geral competitivo.

③ F. Caso se entenda uma alocação equalitária como uma alocação na qual todos os agentes consomem exatamente as mesmas quantidades de todos os bens, então, nada garante, no caso geral, que as taxas marginais de substituição desses agentes na alocação igualitária sejam iguais entre si. Se, para ao menos dois agentes, suas taxas marginais de substituição entre dois bens consumidos e quantidades positivas na alocação igualitária forem diferentes, então essa alocação não será Pareto eficiente.

④ V. A alocação é dita *justa* caso seja eficiente e equitativa, isto é, caso seja eficiente e tal que nenhum indivíduo prefira a alocação que coube a outro indivíduo à sua própria alocação. Pelo primeiro teorema do bem-estar social, sabemos que qualquer alocação de equilíbrio é Pareto eficiente. Ademais, caso a distribuição inicial das dotações iniciais seja igualitária, todos os indivíduos se defrontarão com a mesma restrição orçamentária, o que significa que cada indivíduo poderia demandar a cesta de bens demandada por qualquer outro indivíduo e, se assim não faz, é porque prefere outra cesta de bens.

Questão 3

Um Professor Pobre (PP) encontra em um restaurante seu colega de mestrado, o Banqueiro Bem de Vida (BB). Eles pretendem honrar a tradição de repartir a conta ao meio, embora PP priorize a economia de gastos e BB a sofisticação da comida. Cada um pode pedir um prato barato (b) ou caro (c). Os pay-offs da tabela representam a utilidade ordinal dos resultados para ambos. O garçom anota o pedido de BB em primeiro lugar.

		PP c	PP b
BB	c	2,0	3,1
BB	b	0,2	1,3

Julgue as proposições abaixo:

⓪ A representação estratégica do jogo sequencial, admitindo que uma estratégia seja definida por uma lista completa de escolhas, nos mostra três equilíbrios de Nash.

① O equilíbrio de Nash perfeito em sub-jogos é definido como {c; bb}={caro; barato caso BB escolha caro, barato caso BB escolha barato}.

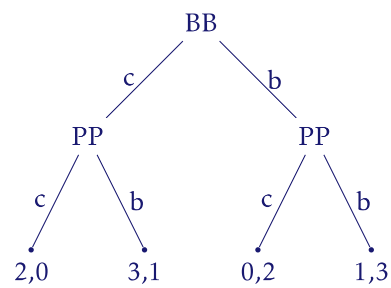
② Não surtiria efeito se PP desviasse de seus interesses, em uma ameaça para induzir BB a escolher b.

③ Caso o garçom anote primeiro o pedido de PP, o equilíbrio de Nash perfeito em sub- jogos será definido como {b; bc}.

④ Caso o jogo fosse simultâneo, teríamos um equilíbrio de Nash em estratégias mistas, com PP escolhendo b com probabilidade dois terços.

Solução

A figura abaixo mostra o jogo na forma extensiva quando BB é o primeiro a fazer o pedido.

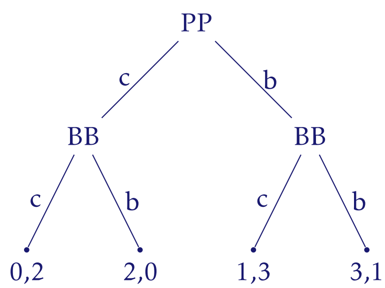


Nesse caso, as estratégias de BB são "escolher o prato caro" (c) "escolher o prato barato" (b). As estratégias de PP são "escolher o prato caro caso BB escolha o prato caro e escolher o prato caro caso BB escolha o prato barato" (cc), "escolher o prato caro caso BB escolha o prato caro e escolher o prato barato caso BB escolha o prato barato" (cb), "escolher o prato barato caso BB escolha o prato caro e escolher o prato caro caso BB escolha o prato barato" (bc) e "escolher o prato barato caso BB escolha o prato caro e escolher o prato barato caso BB escolha o prato barato" (bb). A representação estratégica desse jogo é, assim a seguinte:

		PP			
		cc	cb	bc	bb
BB	c	†2,0	†2,0	†3,1*	†3,1*
	b	0,2	0,2	1,3*	1,3*

Marcamos com o símbolo † a melhor resposta de BB a cada estratégia de PP e com o símbolo * a melhor resposta de PP a cada estratégia de BB. Conforme, podemos ver, há dois equilíbrios de Nash (células nas quais aparecem os dois símbolos): {c;bb} e {c;bc}. Para determinar o(s) equilíbrio(s) de Nash perfeito(s) em subjogos, resolvemos o jogo por indução retroativa. Caso BB escolha c a melhor resposta de PP será escolher b, caso BB escolha b, a melhor resposta de PP será, novamente, escolher b. Assim, de acordo com esse princípio, PP deverá jogar de acordo com a estratégia bb. Sabendo disso, BB deverá escolher c (de fato, BB escolheria c independentemente da escolha de PP, pois c é sua estratégia dominante).

Vejamos agora o que ocorreria caso PP fizesse seu pedido primeiro. Nesse caso, a representação estratégica do jogo seria a seguinte:



Mantivemos a convenção de indicar em cada nó terminal o vetor de payoffs com o primeiro número representando o payoff do primeiro a jogar, no caso, PP. Note que, para BB, c é a melhor resposta a qualquer movimento inicial de PP. Assim, no equilíbrio de Nash perfeito em subjogos, a estratégia adotada por BB será cc, isto é "escolher caro caso PP escolha barato e escolher caro caso PP escolha caro." Sabendo disso, PP deverá escolher barato (de fato escolher barato é a melhor resposta para qualquer estratégia de BB).

Finalmente, caso o jogo fosse jogado simultaneamente, sua representação estratégica seria dada pela matriz de payoffs apresentada no enunciado da questão. Podemos ver que c é estratégia dominante para BB e que b é estratégia dominante para PP. Nesse caso, os dois jogadores deverão escolher suas estratégias dominantes e, caso lhes seja permitido jogar estratégias mistas, cada um deles jogará á estratégia mista degenerada que consiste em escolher sua estratégia dominante com probabilidade de 100%.

Podemos agora avaliar os items da questão:

0 F. Há apenas dois equilíbrios de Nash: {c,bc} e {c,bb}.

1 V. Conforme determinamos, esse é efetivamente o único equilíbrio de Nash perfeito em subjogos.

2 V. Verdadeiro. Visto que escolher c é a sempre a melhor resposta de BB (todas as células da representação estratégica do jogo possuem o símbolo †) e portanto, c é estratégia dominante, independentemente de como PP joga, BB deverá escolher c.

3 F. Nesse caso, conforme vimos, o equilíbrio de Nash perfeito em subjogos será {b,cc}.

4 F. Nesse caso, BB jogará c com probabilidade de 100% e PP jogará b também com probabilidade de 100%.

Questão 4

Considere um consumidor com renda R = \$100, função utilidade $U(x,y) = xy$ e que se depara com os preços $p_x = \$2$ e $p_y = \$2$. Julgue as proposições:

⓪ Na cesta escolhida pelo consumidor, atinge-se a curva de indiferença definida por $U = 800$.

① Se o preço do bem x cair pela metade, a quantidade demandada desse bem dobra.

② Tendo em vista a mudança de preço do item anterior, uma compensação de Slutsky deveria retirar \$25 do consumidor.

③ Ainda considerando a mesma mudança, os efeitos renda e substituição serão ambos iguais a 12,5.

④ Na cesta pertencente à nova restrição orçamentária $(x,y) = (20,40)$, o agente maximizador deveria trocar y por x, pois sua taxa marginal de substituição é igual a dois, superior à taxa de troca exigida pelo mercado: $p_x/p_y = 0{,}5$.

Solução

Note que a função de utilidade apresentada é do tipo Cobb-Douglas, isto é, tem a forma $U(x,y) = x^a y^b$, no caso com $a = b = 1$. Sabemos que as funções de demanda para essa função de utilidade são dadas por

$$x(p_x,p_y,R) = \frac{a}{a+b}\frac{R}{p_x} = \frac{R}{2p_x} \tag{1}$$

e

$$y(p_x,p_y,R) = \frac{b}{a+b}\frac{R}{p_y} = \frac{R}{2p_y}. \tag{2}$$

Na situação inicial, em que $p_x^0 = p_y^0 = 2$ e $R = 100$, as quantidades demandadas dos bens x e y, que denotaremos por, respectivamente, x_0 e y_0 são

$$x_0 = \frac{100}{2 \times 2} = 25 \tag{3}$$

e

$$y_0 = \frac{100}{2 \times 2} = 25. \tag{4}$$

A esses preços a utilidade obtida pelo consumidor será dada por

$$U(25,25) = 25 \times 25 = 625. \tag{5}$$

Caso o preço do bem x seja reduzido à metade de seu valor, isto é $p_1 = 1$, a quantidade demandada desse bem passará a

$$x_1 = \frac{100}{2 \times 1} = 50. \tag{6}$$

A compensação de Slutsky (CS) associada a essa mudança é a variação na renda necessária para fazer que esta permaneça igual ao valor, aos preços finais, da cesta de bens demandada aos preços iniciais, isto é

$$CS = p_x^1 \times x_0 + p_y^0 \times y_0 - R = 1 \times 25 + 2 \times 25 - 100 = -25. \tag{7}$$

A quantidade demandada do bem x após a compensação de Stutsky, x^s, é obtida a partir de (1) considerando-se a renda após a compensação de Stutsky e o preço final do bem x:

$$x^s = \frac{1}{2}\frac{75}{1} = 37{,}5.$$

O efeito substituição de Slutsky é dado por

$$ES = x^s - x_0 = 37{,}5 - 25 = 12{,}5, \tag{8}$$

e o efeito renda também de Slutsky é dado por

$$ER = x_1 - x^s = 50 - 37{,}5 = 12{,}5. \tag{9}$$

⓪ F. Conforme (5), na cesta escolhida pelo consumidor sua utilidade será $U = 625$.

① V. Comparando (3) com (6), vemos que a redução no preço à metade levou a quantidade demandada do bem x a dobrar. A mesma conclusão pode ser obtida através da função de demanda (1) a qual dobra de valor sempre que p_x é reduzido à metade.

② V É isso que indica (7)

③ V. Segundo (8) e (9), efetivamente os efeitos substituição e renda de Slutsky são iguais a 12,5.

④ V. O módulo da taxa marginal de substituição é dado pela razão entre as utilidades marginais:

$$|TMS(x,y)| = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = \frac{y}{x}$$

No ponto $(x,y) = (20,40)$, ele assume o valor $|TMS| = \frac{40}{20} = 2$. Como sabemos, esse valor indica a razão entre a quantidade máxima do bem y que o consumidor está disposta a abrir mão de consumir em troca de uma pequena quantidade adicional do bem x e essa pequena quantidade adicional. Já o preço relativo p_x/p_y indica a quantidade do bem y que é trocada, aos preços de mercado por unidade do em x. Assim se $|TMS| > p_x/p_y$ o consumidor será capaz de obter uma pequena quantidade adicional do bem x abrindo mão de consumir uma quantidade do bem y menor do que o que ele se disporia a abrir mão e, portanto, terá benefício ao reduzir o consumo do bem y para obter maior consumo do bem x. Aos preços finais, temos que $p_x/p_y = 0{,}5 < 2 = |TMS|$ e, portanto, ao trocar o bem y pelo bem x, o consumidor consegue aumentar sua utilidade.

Questão 5

Com relação à demanda do consumidor, indique qual das afirmações abaixo é verdadeira:

⓪ O efeito Hicks mede a variação na quantidade demandada frente a mudanças nos preços, mantido constante o poder aquisitivo do consumidor.

① O efeito substituição de Hicks pode apresentar sinal positivo.

② Se o indivíduo é comprador líquido de um bem, e o preço deste bem diminui, o indivíduo pode continuar como comprador líquido ou se tornar vendedor líquido do bem em questão, dependendo da magnitude da variação no preço do bem.

③ Um aumento geral do salário implica um efeito renda e um efeito substituição, o que faz com que um aumento geral do salário sempre leve a um aumento na quantidade ofertada de trabalho.

④ As curvas de demanda lineares são, por definição, isoelásticas.

Solução

⓪ F. O enunciado é um pouco confuso. Primeiramente, o que é "efeito Hicks"? Conhecemos os efeitos substituição e renda de Hicks, mas não o "efeito Hicks". Além disso, a expressão "poder aquisitivo do consumidor" não possui significado consagrado na literatura econômica. Tanto assim que quando Varian 2012, usa essa expressão qualifica com "O poder de compra do consumidor permaneceu constante *no sentido* de que a cesta de bens original pode ser exatamente adiquirida à nova reta girada" (p. 144, ênfase adicionada). Todavia, como este é o livro de referência da ANPEC e como esse autor emprega o termo "manutenção do poder de compra" com o significado de manter a renda do consumidor igual ao valor da cesta de bens originalmente consumida, temos que os efeitos renda e substituição computados quando o "poder aquisitivo do consumidor", no sentido dado por Varian, é mantido constante são os efeitos renda e substituição de Slutsky e não de Hicks.

① F. A curva de demanda compensada nunca é positivamente inclinada. Assim, o efeito substituição expresso como a taxa de variação $\frac{\partial h_i(p_1,p_2,m)}{\partial m}$ $(i = 1,2)$ é sempre não positivo.

② F desde que assumamos que as preferências sejam localmente não saciadas e, consequentemente, que o indivíduo consuma sempres sobre sua linha de restrição orçamentária. Sejam

p_1^0 o preço inicial do bem 1;

p_1^1 o preço final do bem 1;

p_2 o preço do bem 2 que assumimos constante;

w_1 a dotação inical do bem 1;

w_2 a dotação inicial do bem 2;

x_1^0 a quantidade demandada do bem 1 ao preço inicial — $x_1^0 = x_1(p_1^0, p_2, p_1^0 w_1 + p_2 w_2)$;

x_2^0 a quantidade demandada do bem 2 ao preço inicial — $x_2^0 = x_2(p_1^0, p_2, p_1^0 w_1 + p_2 w_2)$;

x_1^1 a quantidade demandada do bem 1 ao preço final — $x_1^1 = x_1(p_1^1, p_2, p_1^1 w_1 + p_2 w_2)$; e

x_2^1 a quantidade demandada do bem 2 ao preço final — $x_2^1 = x_2(p_1^1, p_2, p_1^1 w_1 + p_2 w_2)$.

Dada a hipótese de não saciedade local, podemos garantir que

$$p_1^0 x_1^0 + p_2 x_2^0 = p_1^0 w_1 + p_2 w_2 \tag{10}$$

e

$$p_1^1 x_1^1 + p_2 x_2^1 = p_1^1 w_1 + p_2 w_2. \tag{11}$$

Consideremos inicialmente a equação (10). Ela pode ser reescrita como se segue:

$$(p_1^0 + p_1^1 - p_1^1) x_1^0 + p_2 x_2^0 = (p_1^0 + p_1^1 - p_1^1) w_1 + p_2 w_2$$

ou

$$p_1^1 x_1^0 + p_2 x_2^0 - (p_1^1 - p_1^0)(x_1^0 - w_1) = p_1^1 w_1 + p_2 w_2.$$

Usando (11) no lado direto da igualdade chegamos a

$$p_1^1 x_1^1 + p_2 x_2^1 = p_1^1 x_1^0 + p_2 x_2^0 - (p_1^1 - p_1^0)(x_1^0 - w_1). \tag{12}$$

Assumindo que houve uma redução no preço do bem 1, $p_1^1 < p_1^0$, e que o indivíduo inicialmente é demandante líquido do bem 1, $x_1^0 > w_1$, chegamos a $-(p_1^1 - p_1^0)(x_1^0 - w_1) > 0$ o que implica, substituindo em (12), em

$$p_1^1 x_1^1 + p_2 x_2^1 > p_1^1 x_1^0 + p_2 x_2^0. \tag{13}$$

Assim, caso assumamos que o consumidor é inicialmente demandante líquido do bem 1 e que há uma queda em seu preço, somos levados a concluir que a cesta de bens demandada após essa redução, (x_1^1, x_2^1), é revelada preferida à cesta de bens demandada antes dessa redução, (x_1^0, x_2^0).

Consideremos agora as seguintes manipulações algébricas sobre equação (11):

$$(p_1^1 + p_1^0 - p_1^0)x_1^1 + p_2 x_2^1 = (p_1^1 + p_1^0 - p_1^0)w_1 + p_2 w_2$$

ou

$$p_1^0 w_1 + p_2 w_2 = p_1^0 x_1^1 + p_2 x_2^1 + (p_1^1 - p_1^0)(x_1^1 - w_1)$$

ou ainda, usando, (10)

$$p_1^0 x_1^0 + p_2 x_2^0 = p_1^0 x_1^1 + p_2 x_2^1 + (p_1^1 - p_1^0)(x_1^1 - w_1). \tag{14}$$

Se assumirmos que houve redução no preço do bem 1, $p_1^1 < p_1^0$, e que, após essa redução, o indivíduo seja um ofertante líquido desse bem, $x_1^1 < w_1$, somos levados a concluir que, $(p_1^1 - p_1^0)(x_1^1 - w_1) > 0$. Substituindo em (14), obtemos

$$p_1^0 x_1^0 + p_2 x_2^0 > p_1^0 x_1^1 + p_2 x_2^1. \tag{15}$$

Concluímos assim que se houver redução no preço do bem 1 e, após essa redução, o consumidor for um vendedor líquido desse bem, a cesta de bens consumida antes da redução, (x_1^0, x_2^0), será revelada preferida à cesta de bens consumida após essa redução, (x_1^1, x_2^1).

Portanto, se assumirmos que o preço do bem 1 caiu, o consumidor é inicialmente um ofertante líquido desse bem e, após a queda em seu preço, passa a ser ofertante líquido deste, somos forçados a assumir que, ao mesmo tempo, a cesta de bens (x_1^1, x_2^1) é revelada preferida à cesta de bens (x_1^0, x_2^0), em decorrência de (13), e a cesta de bens (x_1^0, x_2^0) é revelada preferida à cesta de bens (x_1^1, x_2^1), de acordo com (15), o que contradiz o axioma fraco da preferência revelada.

Esse resultado tembém pode ser visto na figura 1. A linha azul representa a linha de restrição orçamentária inicial associada aos preços p_1^0, p_2 e à dotação inicial (w_1, w_2). Caso, nessa situação inicial, o consumidor seja um demandante líquido do bem 1, a cesta de consumo por ele demandada estará em um ponto sobre essa linha e à direita do ponto correspondente à dotação inicial, tal como o ponto (x_1^0, x_2^0). Quando há uma redução no preço do bem 1, a linha de restrição orçamentária faz um giro no sentido anti-horário centrado no ponto correspondente à dotação inicial, atingindo uma posição tal como a indicada pela linha vermelha. Caso nessa situação final o consumidor passe a ser um ofertante

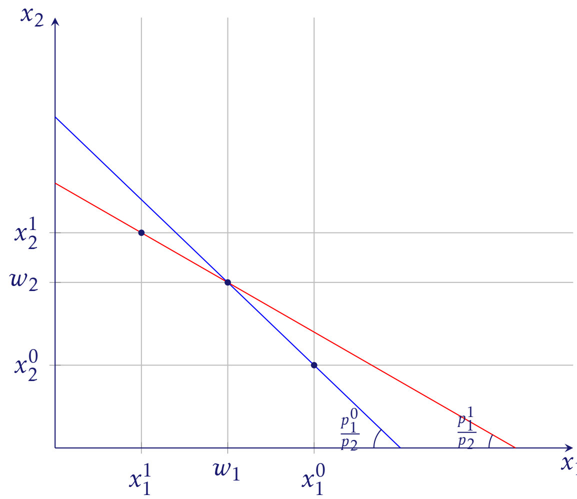


Figura 1: Ilustração para a questão 5.

líquido do bem 1, a cesta de bens por ele demandada será representada por um ponto sobre a nova linha de restrição orçamentária (em vermelho) à esquerda do ponto correspondente à dotação inicial, tal como o ponto (x_1^1,x_2^1). Note que qualquer que seja esse ponto, desde que esteja à esquerda da dotação inicial, ou seja, desde que a cesta de bens demandada após a redução no preço implique uma oferta líquida do bem 1, ele estará abaixo da linha de restrição orçamentária original. Isso significa que a cesta de bens (x_1^0,x_2^0) será revelada preferida à cesta de bens (x_1^1, x_2^1). Note também que qualquer que seja a cesta de bens demandada originalmente, desde que esteja à direita do ponto correspondente à dotação inicial, ou seja, desde que o consumidor seja inicialmente um demandante líquido do bem 1, ela estará abaixo da linha de restrição orçamentária final. Nesse caso, a cesta de bens (x_1^1, x_2^1) será refelada preferida à cesta de bens (x_1^0, x_2^0).

Portanto, caso após um redução no preço de um bem, um consumidor passe de demandante líquido para ofertante líquido de um bem, haverá uma violação do aximoma fraco da preferência revelada — (x_1^0,x_2^0) será revelada preferida a (x_1^1, x_2^1) e (x_1^1, x_2^1) será revelada preferida a (x_1^0, x_2^0), o que não é compatível com a teoria do consumidor.

③ F. Falso. Deve-se levar em conta o efeito renda dotação. Caso o consumidor sejá ofertante líquido de um bem cujo preço aumentou e esse bem seja um bem normal, o efeito renda dotação terá sinal contrário ao dos efeitos substitiuição e renda comum. No presente caso, um aumento de salário corresponde a um aumento no preço do lazer. Caso o lazer seja um bem normal, considerando-se os efeitos renda comum e substituição, um aumento de salário deve levar a uma redução na quantidade demandada de lazer e, consequentemente a um aumento na oferta de trabalho. Todavia o efeito renda dotação tem efeito contrário — uma vez que o aumento de salário eleva o valor de sua dotação inicial, o trabalhador pode optar por trabalhar menos para usufruir um maior tempo de lazer. Não é possível prever com certeza que efeito prevalecerá. dfasdf

④ F. Falso. Uma curva de demanda isoelástica é uma curva ao longo da qual a elasticidade-preço permanece inalterada. Uma curva de demanda linear é uma curva que pode ser descrita pela função $q_d = a - bp$ na qual q_d é a quantidade demandada, a e b são constantes reais positivas e p é o preço do produto. A elasticidade-preço para essa função de demanda é

$$\epsilon = -b \times \frac{p}{a - bp}.$$

O valor dessa elasticidade varia de 0 quando $p = 0$, passando, à medida em que p aumenta por 1, quando $p = \frac{a}{2b}$, e tendendo a infinito quando p tende a a/b à direita.

Questão 6

Uma firma produz um bem Y, utilizando a função de produção $Y(L,K) = LK$, sendo $w = \$2$ e $r = \$1$ os preços unitários dos insumos trabalho (L) e capital (K), respectivamente. Julgue as assertivas:

⓪ A função de produção apresenta, ao mesmo tempo, retornos crescentes de escala e produtos marginais decrescentes.

① Dados os preços dos insumos, as funções de demanda pelos fatores em função da quantidade produzida são: $K(Y) = \sqrt{Y/2}$ e $L(Y) = \sqrt{2Y}$.

② A função custo total de longo prazo é dada por $CT(Y) = 2\sqrt{2Y}$.

③ Dado o retorno de escala desse caso, a curva de custo médio de longo prazo está acima da curva de custo marginal de longo prazo, sendo ambas decrescentes.

④ No curto prazo, se a firma possuir somente uma unidade de capital, o custo total de produzir oito unidades será \$9 a mais do que o custo no longo prazo.

Solução

⓪ F. De fato, a função apresenta retornos crescentes de escala. Você pode constatar isso, observando que se trata de uma função de produção Cobb-Douglas e, portanto, homogênea de grau correspondente à soma dos expoentes dos insumos, no caso, 2, e que toda função de produção homogênea de grau maior do que 1 apresenta rendimentos crescentes de escala. Alternativamente, você poderia ferificar que, para qualquer $\alpha > 1$

$$Y(\alpha L, \alpha K) = (\alpha L)(\alpha K) = \alpha^2 LK = \alpha^2 Y(L,K) > Y(L,K),$$

o que caracteriza rendimentos crescentes de escala. Porém, para essa função de produção as produtividades marginais dos fatores *não* são decrescentes. Com efeito, a produtividade marginal de L é

$$PMg_L = \frac{\partial}{\partial L} LK = K,$$

e, portanto é constante em relação a L. De modo similar, a produtividade marginal de K é dada por

$$PMg_K = \frac{\partial}{\partial K} LK = L,$$

e é constante em relação a K.

① F. As condições de minimização de custo são

$$\begin{cases} |TMST| = \frac{PMg_K}{PMg_L} = \frac{r}{w} \\ LK = Y \end{cases}$$

Da primeira condição, obtemos

$$\frac{L}{K} = \frac{r}{w} \Rightarrow L = K\frac{r}{w}.$$

Subistituindo na segunda condição, obtemos

$$\left(\frac{r}{w}K\right)K = Y \rightarrow K(r,w,Y) = \sqrt{Y\frac{w}{r}}.$$

Substituindo esse resultado em uma das condições, obtemos a função de demanda por L:

$$L(r,w,Y) = \sqrt{Y\frac{r}{w}}.$$

Como o exercício nos informa que $r = 1$ e $w = 2$, as função de demanda condicional dos fatores ficam reduzidas a

$$K(Y) = \sqrt{2Y} \quad \text{e} \quad L(Y) = \sqrt{\frac{Y}{2}}.$$

② V. Com base nas demandas condicionais obtidas no item anterior, a função de custo é

$$CT(r,w,Y) = rK(r,w,Y) + wL(r,w,Y) = r\sqrt{Y\frac{w}{r}} + w\sqrt{Y\frac{r}{w}} = 2\sqrt{Ywr}.$$

Como o exercício informa que $r = 1$ e $w = 2$, a função de custo fica reduzia a

$$CT(Y) = 2\sqrt{2Y}.$$

③ V. Como há retornos crescentes de escala, haverá economias de escala, o que implica que a curva de custo médio deva ser decrescente. Desde que o custo marginal seja definido, o custo médio será decrescente em relação à quantidade produzida se, e somente se, ele for superior ao custo marginal.

④ V. O custo médio dessa firma é dado por:

$$CM = \frac{CT(Y)}{Y} = 2\sqrt{\frac{2}{Y}}.$$

Já o custo marginal é

$$CMg = \frac{\partial CT(Y)}{Y} = \sqrt{\frac{2}{Y}}.$$

Assim, o custo marginal é sempre igual à metade do custo médio e, portanto, menor do que o custo médio e tanto o custo marginal quanto o custo médio são decrescentes em Y.[1]

⑤ V. Para produzir 8 unidades, a empresa deverá arcar, no longo prazo com um custo de $CT(9) = 2\sqrt{2 \times 8} = 4$. Para produzir 9 unidades empregando apenas uma unidade de capital, a empresa deverá empregar uma quantidade de trabalho tal que $Y(L,1) = L \times 1 = 8$, ou seja 8 unidades de trabalho. Se o preço do trabalho é $w = \$2$ e o preço do capital $r = \$1$, então o custo de curto prazo será $1 \times 1 + 2 \times 8 = 17$, portanto, \$9 reais a mais do que o custo de longo prazo.

[1] O enunciado do item pode, todavia condusir a uma resposta caso se interprete que esse resultado é consequência necessária do fato da função de produção apresentar economias de escala. Embora economias de escala sempre resultem, para empresas tomadoras de preço, em economias de escala, isto é, em custo médio decresecente, elas não resultam necessariamente em custo marginal decrescente.

Questão 7

Com relação à Teoria da Produção, indique quais das afirmativas abaixo são verdadeiras:

⓪ Se o produto médio do fator variável é crescente, o seu produto marginal é maior do que o seu produto médio.

① A produtividade da mão de obra pode aumentar se houver progresso técnico, mesmo que o processo produtivo apresente rendimentos marginais decrescentes.

② Quando o processo produtivo apresenta retornos constantes de escala, se a produção aumentar proporcionalmente, o espaço entre as isoquantas aumenta progressivamente.

③ Uma isoquanta nunca pode apresentar uma inclinação ascendente, se todos os insumos apresentam produtividades marginais positivas.

④ As isoquantas são convexas se a taxa marginal de substituição técnica for decrescente.

Solução

⓪ V. A inclinação da curva de produto médio do fator x é dada por

$$\frac{\partial}{\partial x}PM(x) = \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{f(x)}{x}\right] = \frac{x\frac{f(x)}{\partial(x)} - f(x)}{x^2} = \frac{PMg_x - PM_x}{x}.$$

Para que a curva seja crescente, é necessário e suficiente que essa inclinação seja positiva,o que só ocorrerá caso $PMg_x > PM_x$.

① V. Progresso técnico significa uma mudança na forma da função de produção. Essa mudança pode fazer com que um fator de produção qualquer se torne mais produtivo ainda que apresente rendimentos marginais decrescentes.

② F. O enunciado não é muito claro quanto ao que significa "o espaço entre as isoquantas aumenta progressivamente". Parece, todavia que se refere ao que ocorre com a distância entre isoquantas que representam múltiplos da mesma quantidade à medida que nos afastamos da origem. Como sabemos, para uma função de produção com retornos constantes de escala, sucessivas curvas de isoquanta que representam múliplos da mesma quantidade são igualmente espaçadas.

③ V. A inclinação de uma isoquanta é dada pelo negativo da razão entres as produtividades marginais. Desse modo, se as duas produtividades marginais forem positivas, a curva de isoquanta será, necessariamente negativamente inclinada.

④ F (O gabarito dá verdadeiro). Se as curvas de isoquanta forem lineares e, portanto, se a taxa marginal de substituição técnica for constante, ainda assim elas serão convexas em relação à origem.

Questão 8

Em um mercado competitivo do bem x, cem consumidores têm funções utilidade definidas por $U(x,y) = \ln x + y$; sendo que y, cujo preço é unitário ($p_y = \$1$), representa a quantidade consumida dos demais bens. Nesse mercado existem cem firmas, cada qual com função custo total dada por $CT(x) = 50x^2$. Avalie as proposições:

⓪ A curva de demanda de mercado de x tem elasticidade-preço constante e igual a -1.

① A curva de oferta de mercado de x tem elasticidade-preço constante e igual a $+2$.

② Cada firma produz 10 unidades do bem x.

③ O excedente dos produtores é igual a 100.

④ O equilíbrio não se sustentaria no longo prazo, pois existe lucro extraordinário que convidaria a entrada no mercado.

Solução

Para resolver esse exercício, encontremos as funções de demanda e de oferta do bem x. A função de demanda de cada consumidor é encontrada resolvendo o problema de maximização de sua utilidade dada a sua restrição orçamentária. Caso haja uma solução interior para esse problema, esta será uma par de quantidades positivas (x,y) tais que:

$$\begin{cases} \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y = m \end{cases}$$

Caso haja tal cesta de bens, ela será efetivamente a cesta de bens que maximiza a utilidade de cada consumidor visto que a função de utilidade $U(x,y) = \ln x + y$ é uma função côncava, o que garante a condição de máximo de segunda ordem.

Se não houver tal par de números positivos, a solução deverá ser uma solução de canto com $x = m/p_x$ e $y = 0$ caso nesse ponto $|TMS| \geq p_x/p_y$, ou $x = 0$ e $y = m/p_y$ caso nesse ponto a $|TMS| \leq p_x/p_y$.

Usando os dados do exercício, temos que $UMg_1 = 1/x$ e $UMg_2 = 1$ e, portanto uma solução interior para o problema de maximização de utilidade do consumidor será dada, lembrando também que $p_y = 1$, pela solução do sistema de equações

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = 1 \\ p_x x + p_y y = m. \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, obtemos

$$x = 1/p_x$$

e

$$y = m - 1.$$

Essas expressões representam as funções de demanda pelos dois bens caso a renda do consumidor seja superior a \$1, o que garante que as duas quantidades sejam positivas. Caso a renda do consumidor seja inferior a \$1, as quantidades demandadas serão

$$x = m/p_x \quad \text{e} \quad y = 0.$$

Como resultado, as funções de demanda pelos dois bens podem ser expressas da seguinte maneira:

$$x(p_x, p_y, m) = \min\left\{\frac{m}{p_x}, \frac{1}{p_x}\right\} \tag{16}$$

e

$$y(p_x, p_y, m) = \max\left\{0, \frac{m}{p_y} - 1\right\}. \tag{17}$$

Para encontrar a função de oferta de cada empresa individual, basta lembrar que esta maximiza seu lucro ao produzir a quantidade que iguala seu custo marginal de produção ao preço de seu produto desde que esse seja maior ou igual ao custo variável médio mínimo. No caso do exercício, o custo variável médio mínimo é igual ao custo médio, pois não há custo fixo, que é dado por

$$CVM = CM = \frac{CT(x)}{x} = 50x.$$

Já o custo marginal é dado por

$$CMg = \frac{\partial}{\partial x} CT(x) = 100x.$$

Como o custo marginal é sempre crescente e o custo variável médio mínimo é igual a zero, a empresa deverá ofertar uam quantidade do bem x que seja tal que

$$100x = p_x \Rightarrow s(p_x) = \frac{p_x}{100}. \tag{18}$$

Em que $s(p_x)$ é a função de oferta de cada empresa do bem x.

⓪ V. Dada a função de demanda (16), a demanda de mercado é dada por

$$X(p_x) = \sum_{i=1}^{100} \min\left\{\frac{m_i}{p_x}, \frac{1}{p_x}\right\} = \frac{\sum_{i=1}^{100} \min\{1, m_i\}}{p_x}.$$

Na qual m_i é a renda do i-ésimo consumidor, $i = 1, 2, \ldots, n$. Fazendo $\alpha = \sum_{i=1}^{100} \min\{1, m_i\}$, ficamos com

$$X(p_x) = \frac{\alpha}{p_x}.$$

Calculando a elasticidade preço dessa função de demanda obtemos

$$\epsilon = \frac{d}{dp_x X(p_x)} \frac{p_x}{X(p_x)} = -\alpha \frac{p_x}{\alpha p_x} = -1.$$

Portanto a demanda tem elasticidade preço unitária. Você poderia chegar diretamente a essa resposta caso lembrasse que, sempre que a função demanda for linear em uma potência de p, tal função apresentará elasticidade preço constante e igual a essa potência. No caso, a função de demanda é linear em p^{-1} e, portanto, apresenta elasticidade preço igual a -1.

① F. A oferta de mercado será dada por

$$S(p_x) = \sum_{i=1}^{100} s_i(p_x) = \sum_{i=1}^{100} \frac{p_x}{100} = p_x.$$

A elasticidade preço é claramente unitária, pois é dada por:

$$\frac{dS(p_x)}{dp_x} \frac{p_x}{S(p_x)} = 1 \frac{p_x}{p_x} = 1.$$

② F. A condição de equilíbrio de mercado é

$$S(p_x^*) = X(p_x^*) \Rightarrow p_x^* = \frac{\alpha}{p_x} \Rightarrow p_x^* = \sqrt{\alpha}$$

em que p_x^* é o preço de equilíbrio. A esse preço de equilíbrio cada firma irá produzir

$$s(\sqrt{\alpha}) = \frac{\sqrt{\alpha}}{100}.$$

Como $\alpha \leq 100$,

$$s(\sqrt{\alpha}) \leq \frac{1}{10}.$$

Assim, no máximo, cada firma irá produzir, no máximo, 1/10, unidades.

③ F. O excedente da firma i, E_i, será dado pela diferença entre sua receita e seu custo variável que, no caso, é igual a seu custo total, isto é

$$E_i = s\left(\sqrt{\alpha}\right) \times \frac{\sqrt{\alpha}}{100} - CT\left(s\left(\sqrt{\alpha}\right)\right) = \frac{\sqrt{\alpha}}{100}\sqrt{\alpha} - 50\left(\frac{\sqrt{\alpha}}{100}\right)^2 = \frac{\alpha}{200} \leq \frac{1}{20}.$$

Desse modo, o excedente dos 100 produtores, E, será dado por

$$E = 100 \times \frac{\alpha}{200} = \frac{\alpha}{2} \leq 50.$$

④ V. O excedende derivado no item anterior é positivo. Como não há custo fíxo, isso indica que o lucro das firmas é igual a esse excedente e, portanto, também é positivo, o que atrai a entrada de novas empresas.

Questão 9

Julgue as afirmações relativas à Teoria do Monopólio:

⓪ Uma firma monopolista, que opera com várias fábricas, aloca sua produção entre elas de forma a igualar o custo médio em cada uma das fábricas.

① Uma firma capaz de discriminação de preços de terceiro grau obtém lucro maior ou igual, em comparação com a situação na qual ela não fosse capaz de discriminar.

② Uma firma monopolista, que se depara com curva de demanda com elasticidade constante, é indiferente sobre a quantidade produzida.

③ Para obter eficiência econômica, o regulador de um monopólio natural deve escolher a alocação que minimiza o custo médio unitário da firma.

④ Se o monopolista for capaz de realizar discriminação de preços de primeiro grau, a alocação de recursos será eficiente em termos paretianos.

Solução

⓪ F. Isso é verdade para qualquer firma maximizadora de lucro e, consequentemente, minimizadora de custos, seja ela monopolista ou não. Para ver isso, que uma firma com n fábricas pretenda produzir y unidades de seu produto. Sejam $c_1(y_1), \ldots, c_n(y_n)$ as funções de custo de produção em cada uma dessas fábricas nas quais y_i representa a quantidade produzida na fábrica i, $i = 1, \ldots, n$.Para alocar essa produção entre essas n fábricas de modo a minimizar seu custo, ela deve escolher as quantidades $y_1, \ldots, y_n$ de modo a minimizar

$$\sum_{i=1}^{n} c_i(y_i)$$

dadas as restrições

$$y_i \geq 0 \text{ para } i = 1, \ldots, n.$$

e

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = y.$$

O lagrangeano associado a esse problema é

$$\mathcal{L}(y_1,\ldots,y_n) = \sum_{i=1}^{n} c_i(y_i) - \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - y\right)$$

Sejam $y_1^*,\ldots,y_n^*$ as quantidades que resolvem esse problema. Então, elas devem satisfazer à condição de mínimo de primeira ordem que requer que, para quaisquer $j,k \in [1,\ldots,n]$, com $y_j,y_k \geq 0$,

$$\frac{\partial}{\partial y_j}\mathcal{L}(y_1^*,\ldots,y_n^*) = 0 \Rightarrow c_j'(y_j^*) = \lambda$$

e

$$\frac{\partial}{\partial y_k}\mathcal{L}(y_1^*,\ldots,y_n^*) = 0 \Rightarrow c_k'(y_k^*) = \lambda.$$

Assim, ao minimizar o custo a firma deve fazer com que $c_j'(y_j) = c_k'(y_k) = \lambda$ para quaisquer duas fábricas nas quais ela opere, ou seja, ele deve igualar os custos marginais de produção dessas fábricas.

① V. A capacidade de discriminar preços entre mercados (discriminação de terceiro grau) não impede a firma de praticar o mesmo preço nos diferentes mercados. Assim, a firma discriminadora de preços sempre pode, na pior das hipóteses praticar o mesmo preço em todos os mercados obtendo o mesmo lucro que obteria caso não fosse capaz de discriminar preços.

② F. Essa firma deve escolher a quantidade produzida de acordo com a regra do murkup sobre o custo marginal, isto é, deve escolher a quantidade produzida (y) que faça com que

$$CMg(y) = p(y)\left[1 + \frac{1}{\epsilon}\right]$$

sendo $CMg(y)$ a função de custo marginal, $p(y)$ o preço de demanda e ϵ a elasticidade preço da demanda.

③ F. A produção eficiente ocorre quando o custo marginal de produção se iguala ao preço de demanda. Usualmente, essa alocação não é a alocação de custo médio mínimo.

④ V. O discriminador perfeito de preços, ao escolher produzir a quantidade que iguala o preço de demanda ao custo marginal, produz a quantidade eficiente e se apropria de todo o excedente social gerado pela venda de seu produto.

Questão 10

Ana ganhou um bilhete de uma loteria que paga \$0 ou \$4 com probabilidade $p = 1/2$ para cada evento. Sua função utilidade é $U_A(w) = \sqrt{w}$, sendo w a quantidade de dinheiro envolvida. Ana conhece Maria, cuja função utilidade é $U_M(w) = w$. A avaliação que ambas fazem de situações envolvendo risco é descrita por funções de utilidade de von Neumann- Morgenstern. Avalie:

⓪ Ana é indiferente entre participar da loteria e ganhar \$1 com certeza.

① Se Ana vendesse o bilhete para Maria, o preço p do bilhete estaria no intervalo $\$1 \leq p \leq \$2$

② Se Júlia (com função utilidade $U_J = w^2$ concorresse com Maria pelo bilhete de Ana, Julia compraria o mesmo a um preço p no intervalo $\$2 < p \leq \$2\sqrt{2}$.

③ Como Ana é avessa ao risco, ela não compraria o bilhete que ganhou.

④ O coeficiente de aversão absoluta ao risco de Ana é crescente em relação a w.

Solução

⓪ V. Para obter a resposta do gabarito, é necessário entender que "a quantidade de dinheiro envolvida" diz respeito à variação de riqueza decorrente da loteria. A utilidade de Ana é dada pela esperança estatística do valor de sua função de utilidade:

$$U_A^e\left(0,4;\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{0} + \frac{1}{2}\sqrt{4} = 1.$$

O equivalente seguro (ES) dessa loteria, isto é, o valor seguro que Maria considera tão bom quanto a loteria deve ser tal que:

$$U_A^e(ES) = U_A\left(0,4;\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \sqrt{ES} = 1 \Rightarrow ES = 1.$$

① V. Para Ana, conforme resposta do item anterior, o bilhete de loteria vale \$1. Seja p o preço que Maria paga para comprar o bilhete de Ana. Se ela comprar o bilhete tem 50% de chance ter perdido o valor p sem ganhar nada em troca e 50% de chance de ganhar \$ 4, ficando com um ganho líquido de $\$4 - p$. Assim, seu ganho de utilidade será dado por:

$$U_M^e(-p,4-p;\frac{1}{2},\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}(-p) + \frac{1}{2}(4-p) = 2 - p.$$

Maria só deve aceitar comprar o bilhete de loteria caso $U_M^e(-p,4-p;\frac{1}{2},\frac{1}{2}) \geq U_M(0) = 0$, isto é, caso $p \leq 2$. Como o bilhete vale \$1 para Ana, as duas terão interesse em negociá-lo por qualquer valor p tal que $1 \leq p \leq 2$.

② O item está mal especificado. Para responder o que é pedido, é necessário calcular, além do valor que Maria está disposta a pagar pelo bilhete de loteria (calculado no item acima), o valor que Júlia está disposta a pagar por esse bilhete. Este é dado pelo valor de p para o qual sua utilidade esperada ao comprar o bilhete ao preço p, $\frac{1}{2}U_J(-p) + \frac{1}{2}U_J(4-p)$, é igual ao valor de sua utilidade quando não compra o bilhete, $U_J(0)$. Ocorre que sabemos que a utiliade marginal da riqueza é sempre não negativa. Porém, a função de utilidade informada, $U_J(w) = w^2$, só não é decrescente para valores positivos de w, o que gera um problema, pois, para o cálculo da disposição a pagar de Júlia pelo bilhete, devemos considerar o valor negativo $w = -p$, no qual a função de utilidade de Júlia informada é decrescente em relação a w.

Ainda que desconsideremos esse erro teórico de especificação, ao calcular a disposição a pagar de Júlia pelo bilhete, deveríamos resolver a equação

$$\frac{(-p)^2}{2} + \frac{(4-p)^2}{2} = 0$$

a qual não tem solução real.

Uma outra possibilidade seria considerar que o termo "a quantidade de dinheiro envolvida" diz respeito à riqueza total de cada uma das agentes do exercício. Nesse caso, notando por w_J a riqueza inicial de Júlia e observando que, caso ela compre a loteria pelo preço p, essa riqueza passará a ser w_J-p ou w_J+4-p com iguais probabilidades, sua disposição a pagar pela loteria seria obtida resolvendo para p a equação entre a utilidade esperada de Júlia caso compre a loteria e sua utilidade caso não compre a loteria:

$$\frac{(w_J-p)^2}{2} + \frac{(w_J+4-p)^2}{2} = w_J^2.$$

Como essa equação depende de w_J, não teríamos como resolvê-la sem que esse parâmetro fosse informado. Além disso, se assumirmos que w representa a riqueza total da agente, os itens ⓪ ① tampouco poderiam ser resolvidos.

Para chegar à resposta do gabarito, seria necessário admitir que o valor que Júlia estaria disposta a pagar para adquirir o bilhete de loteria seja igual ao valor a partir do qual ela estaria disposta a vender esse bilhete caso o tivesse ganho, o que não é verdadeiro para a maioria das preferências. Nesse caso, com a interpretação inicial do sentido de "quantidade de dinheiro envolvida", como o bilhete daria a ela \$4 ou \$0 com iguais probabilidades, sua utilidade esperada inicial seria

$$U_J^e\left(0{,}4;\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)=\frac{0^2}{2}+\frac{4^2}{2}=8.$$

Para que ela aceitasse vender esse bilhete, ela exigiria um valor tal que $U_J(p)=U_J^e$, ou seja,

$$p^2=2\Rightarrow p=2\sqrt{2}.$$

Assumindo erroneamente que esta seja a disposição a pagar de Júlia pelo bilhete, chegaríamos à conclusão que, caso disputasse com Maria a aquisição do bilhete, ela (Júlia) teria que comprar o bilhete por um preço maior do que a preço máximo que Maria está disposta a pagar \$2 e menor do que o preço máximo que ela está disposta a pagar \$$2\sqrt{2}$. Portanto o preço p deverá ser tal que $0<p\leq 2\sqrt{2}$.

③ F. Uma pessoa avessa ao risco pode comprar um bilhete de loteria desde que seu preço seja tão baixo que faça com que o ganho esperado com o bilhete seja maior ou igual ao prêmio do risco assumido.

④ F. A função de utilidade de Ana é uma função potência, $w^{\frac{1}{2}}$. Se uma função de utilidade de Bernoulli tem o formato de uma função potência, seu coeficiente de aversão ao risco será constante e igual à diferença entre 1 e o expoente desssa função. No caso específico da função de utilidade de Ana, o coeficiente de aversão relativa ao risco será dado por $CARR=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. Sabemos também que o coeficiente de aversão relativa ao risco ($CARR$) é igual ao coeficiente de aversão labsoluta ao risco $CAAR$ vezes a riqueza w, isto é

$$CARR=wCAAR\Rightarrow CAAR=\frac{CARR}{w}.$$

No caso da função de utilidade de Ana, isso implica que o coeficiente de aversão relativa ao risco será

$$CAAR=\frac{1}{2w}.$$

Portanto, esse coeficiente será decrescente em relação a w.

Alternativamente, você poderia calcular diretamente o coeficiente de aversão absoluta ao risco de Ana:

$$CAAR_A=-\frac{U_A''(w)}{U_A'(w)}=\frac{-\frac{1}{4\sqrt{w^3}}}{\frac{1}{2\sqrt{w}}}=\frac{1}{2w}.$$

Questão 11

Com relação à Teoria do Equilíbrio Geral, indique as afirmativas corretas:

⓪ A Lei de Walras afirma que o valor da demanda agregada é zero para todas as escolhas de preços possíveis, e não apenas para os preços de equilíbrio.

① O pressuposto de que a função de demanda excedente agregada seja uma função contínua não é indispensável à demonstração da existência do equilíbrio nos modelos de equilíbrio geral.

② Mesmo que as demandas individuais sejam descontínuas, desde que os consumidores sejam pequenos, a função de demanda agregada será contínua.

③ Pelo primeiro teorema do bem-estar, todos os equilíbrios em mercados competitivos serão Pareto-eficientes.

④ Se as preferências não forem convexas, algumas alocações Pareto-eficientes não serão alcançadas por mercados competitivos.

Solução

⓪ F (o gabarito dá verdadeiro). Pela lei de Walras, o valor da demanda *excedente* agregada é idêntico a zero para qualquer vetor de preços, desde que todos os consumidores demandem cestas de bens sobre suas linhas de restrição orçamentária. Isso significa que o valor da demanda agregada será sempre igual ao valor da oferta agregada da economia, podendo ambos serem diferentes de zero.

① O gabarito dá Falso, mas, a rigor, é verdadeiro. Mesmo que a função de demanda agregada apresente descontinuidade, ainda assim, pode haver um equilíbrio geral, desde que que a função de demanda agregada seja localmente contínua no equilíbrio.

② Novamente, descordamos do gabarito que dá verdadeiro. Ainda que haja infinitos consumidores infinitamente pequenos, caso suas funções de demanda sejam descontínuas ao mesmo preço, a demanda agregada será descontínua nesse preço. Para garantir a continuidade da demanda agregada seria necessário pressupor não apenas um número muito grande (incontáveis) de consumidores infinitamente pequenos, mas também que o número de consumidores que apresentam descontinuidade em suas funções de demanda individuais ao mesmo vetor de preços seja contável.

③ V. Efetivamente, esse é o enunciado do primeiro teorema do bem-estar social.

④ Falso. Novamente, descordamos do gabarito. Se as preferências forem racionais, contínuas e localmente não saciáveis e os conjuntos de produção forem convexos, limitados acima e fechados, é certeza que todas as alocações Pareto-eficientes serão equilíbrios competitivos, conforme atesta o segundo teorema do bem-estar social. Porém as hipóteses assumidas na demonstração desse teorema são condições suficientes para demonstrar sua tese, mas não necessárias. Em outras palavras é possível que, mesmo que as preferências não sejam convexas, ainda assim, toda alocação eficiente seja uma alocação de equilíbrio desde que seja realizada a uma adequada redistribuição das dotações iniciais.

Questão 12

Robson Crusoé (A) e Sexta-Feira (B) têm preferências idênticas sobre cocos (X) e peixes (Y), representadas pela função utilidade $U(X,Y) = \ln X + Y$. A dotação de bens de Crusoé é $\left(w_x^A; w_y^A\right) = (5;10)$ e a de Sexta-Feira é $\left(w_x^B; w_y^B\right) = (15;5)$. Fixando o preço do coco em uma unidade ($p_x = \$1$), avalie as afirmações:

(0) Como a utilidade é quase linear, a quantidade de cocos demandada é fixa, não dependendo dos preços relativos.

(1) O preço de equilíbrio do peixe é $p_y = \$10$.

(2) No equilíbrio, a quantidade demandada líquida de Robson por cocos é igual a cinco unidades.

(3) Se o leiloeiro walrasiano anunciar $p_y = \$5$, haverá excesso de oferta de 15 peixes.

(4) Com o preço de desequilíbrio $p_y = 5$ a Lei de Walras é verificada, pois Robson não oferta nem demanda e Sexta-feira pretende vender e comprar \$10, de modo que a soma do valor dos excessos de demanda por cada bem se anula.

Solução

Para determinar o preço relativo de equilíbrio, encontremos inicialmente as funções de demanda pelos bens X e Y por parte dos Robson Crusoé e Sexta-Feira.

As condições de primeira ordem de maximização de utilidade de Robson Crusoé, assumindo-se, uma solução interior são

$$\begin{cases} |TMS_A| = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x X_A + p_y Y_A = p_x w_x^A + p_y w_y^A \end{cases}$$

nas quais, TMS_A é a taxa marginal de substituição de Robson Crusoé e X_A e Y_A são as quantidades que ele consome dos bens X e Y, respectivamente. Como as preferências são estritamente convexas, a condição de máximo de segunda ordem está garantida e, sempre que o sistema de equações acima tiver como solução X_A e Y_A positivos, essas soluções serão as quantidades demandas por Robson pelos dois bens. Pelo enunciado sabemos que $w_x^A = 5$, $w_y^A = 10$ e $p_x = 1$. Além disso,

$$|TMS_A| = \frac{\frac{\partial}{\partial X_A}(\ln X_A + Y_A)}{\frac{\partial}{\partial Y}(\ln X_A + Y_A)} = \frac{1}{X_A}.$$

Assim, o sistema de equações acima assume a forma

$$\begin{cases} \frac{1}{X_A} = \frac{1}{p_y} \\ X_A + p_y Y_A = 5 + 10p_y \end{cases}.$$

Resolvendo esse sistema, chegamos às funções de demanda de Robson Crusoé por coco e peixe:

$$X_A(p_y) = p_y \tag{19}$$

$$Y_A(p_y) = 9 + \frac{5}{p_y}. \tag{20}$$

Como as funções de demanda acima retornam valores positivos para qualquer valor positivo de p_y, não haverá solução de canto.

De modo semelhante, encontramos as funções de demanda de Sexta-Feira. As

$$\begin{cases} |TMS_B| = \frac{p_x}{p_y} \\ p_x X_B + p_y Y_B = p_x w_x^B + p_y w_y^A \end{cases}$$

nas quais, TMS_B é a taxa marginal de substituição de Sexta-Feira e X_B e Y_B são as quantidades que ele consome dos bens X e Y, respectivamente. Empregando os dados do enunciado, tais condições se transformam em

$$\begin{cases} \frac{1}{X_B} = \frac{1}{p_y} \\ X_B + p_y Y_B = 15 + 5p_y \end{cases}.$$

Resolvendo esse sistema de equações, encontramos as quantidades demandas dos dois bens por Sexta-Feira:

$$X_B(p_y) = p_y \tag{21}$$

$$Y_B(p_y) = 4 + \frac{15}{p_y}. \tag{22}$$

O preço p_y de equilíbrio é encontrado resolvendo a condição de igualdade entre oferta e demanda em qualquer um dos mercados, visto que, pela lei de Walras, isso também garante o equilíbrio no outro mercado. Assim, resolvamos a condição de equilíbrio no mercado de coco:

$$X_A(p_y) + X_B(p_y) = w_x^A + w_y^b \Rightarrow 2p_y = 5 + 15 \Rightarrow p_y^* = 10. \tag{23}$$

Em que p_y^* é o preço de equilíbrio. Substituindo esse valor nas funções de demanda, encontramos as quantidades demandadas no equilíbrio

$$X_A^* = 10 \tag{24}$$

$$Y_A^* = 9{,}5 \tag{25}$$

$$X_B^* = 10 \tag{26}$$

$$Y_B^* = 5{,}5 \tag{27}$$

⓪ F. Preferências quase lineares implicam que, para soluções interiores do problema de maximização de utilidade, a demanda pelo bem no qual as preferências não são lineares dependerá apenas dos preços relativos e não da renda (no caso, valor da dotação inical) do consumidor.

① V. Conforme (23), $p_y^* = 10$.

② V. De acordo com (24), a demanda bruta de Robson por coco é, no equilíbrio 10 unidades. Como ele tem uma dotação inicial $w_x^A = 5$, a demanda líquida será $X_A^* - w_x^A = 10 - 5 = 5$.

③ F. Usando (20) e (22), o excesso de demanda será

$$Y_A(5) + Y_B(5) - w_y^A - w_y^B = 9 + \frac{5}{5} + 4 + \frac{15}{5} - 10 - 5 = 2.$$

④ V. Empregando as funções de demanda (19) a (22)

$$\begin{aligned} X_A(5) - w_x^A &= 5 - 5 = 0; \\ Y_A(5) - w_y^A &= 10 - 10 = 0; \\ X_B(5) - w_x^B &= 5 - 15 = -10; \\ Y_B(5) - w_y^B &= 7 - 5 = 2. \end{aligned}$$

Assim, como $p_x = 1$ e $p_y = 5$, o valor do excesso de demanda de coco será $1 \times -10 = -10$ e o valor do excesso de demanda de peixe será $5 \times 2 = 10$. A soma desses valores é igual a zero.

Questão 13

Seja um jogo estritamente competitivo em um mercado com apenas duas empresas, em que a empresa 1 pode adotar uma entre quatro estratégias de vendas possíveis: A, B, C e D; e a empresa 2 também pode adotar uma entre quatro estratégias de vendas possíveis: R, S, T e U. A parcela de mercado da empresa 1 se encontra descrita na tabela abaixo, de acordo com a estratégia de venda que ela e a empresa 2 escolherem. Responda qual será a parcela de mercado da empresa 2 no ponto de sela, expressando o valor em percentagem.

Empresa 1	Empresa 2			
	R	S	T	U
A	10	20	15	30
B	40	30	50	55
C	35	25	20	40
D	25	15	35	60

Solução

70. O ponto de cela de um jogo de soma zero é o perfil de estratégias de *maxmin*/*minmax*. Em outras palavras, é o perfil de estratégias que constitui o equilíbrio de Nash desse jogo. No caso desse jogo, o equilíbro de Nash ocorre quando a Empresa 1 escolha a estratégia B e a empresa 2 escolhe a estratégia A. Nesse ponto, a participação de mercado da empresa A é 30% e, portanto, a participação da empresa B será de 70%.

Questão 14

Duas firmas produzem um bem com preço unitário constante $p = \$12$. A primeira, situada na margem de um rio, opera com função custo $c(x) = x^2$, sendo x a quantidade do bem produzida por ela. A outra firma, localizada pouco adiante no mesmo rio, produz a quantidade y do mesmo bem, com custo expresso por $c(y) = y^2 + \frac{1}{2}x^2$. O último componente dessa expressão representa a externalidade negativa gerada pela poluição do rio por parte da outra firma. Calcule a redução no número de unidades produzidas pela firma poluidora, caso ambas decidam explorar, com a fusão entre as firmas, os ganhos derivados da internalização da externalidade.

Solução

02. Caso não haja coordenação entre as duas empresas, a primeira delas deve escolher um produto que iguala seu custo marginal ao preço do produto, fazendo $2x = 12$, ou seja irá escolher uma quantidade $\hat{x} = 6$. Caso as duas empresas realizem uma fusão o lucro da nova empresa será

$$12(x+y) - \frac{3}{2}x^2 - y^2.$$

Para maximizar esse lucro, ele deve escolher um valor de x que satisfaça a condição de lucro máximo de primeira ordem, qual seja, de que a derivada parcial dessa funcão em relação a x seja igual a zero, isto é,

$$12 - 3x = 0 \Rightarrow x^* = 4.$$

Assim, após a fusão, a quantidade produzida pela empresa poluidora será reduzida de $\hat{x} = 6$ para $x^* = 4$, ou seja haverá uma redução de $\hat{x} - x^* = 2$ unidades.

Questão 15

Calcule a quantidade que a empresa seguidora produz em um equilíbrio de Stackelberg, em que a função de demanda do mercado é dada por $p = 122 - 0{,}5(q1 + q2)$, sendo p o preço de mercado, q_1 a quantidade produzida pela líder e q_2 a quantidade produzida pela seguidora, e as curvas de custo de líder e seguidora são, respectivamente,

$$C_1 = 2q_1 \text{ e } C_2 = 2q_2.$$

Solução

60. Trata-se de um modelo de Stakelberg com uma demanda linear $p = a - b(q_1 + q_2)$, em que $a = 122$ e $b = 0{,}5$ e custo marginal constante e igual para as duas empresas $c = 2$. Para esse modelo, a quantidade produzida pela empresa seguidora é

$$q_2 = \frac{a-c}{4b} = \frac{122-2}{2} = 60.$$

Observação: Se você esquecer o resultado para o modelo de Stackelberg com custo marginal constante e igual para as duas empresas e demanda linear, pode resolver o modelo para os dados apresentados. Primeiramente, calculamos a função de reação a empresa 2. Essa é dada pelo valor de q_2 que maximiza o lucro dessa empresa dada a quantidade q_1 produzida pela empresa líder. O lucro da empresa 2 é

$$p(q_1+q_2)q_2 - C_2(q_2) = \left[122 - \frac{1}{2}(q_1+q_2)\right]q_2 - 2q_2 = \left(120 - \frac{q_1}{2}\right)q_2 - \frac{q_2^2}{2}.$$

Derivando em relação a q_2 e igualando a zero, obtemos a condição de lucro máximo de primeira ordem:

$$q_2(q_1) = 120 - \frac{q_1}{2}. \tag{28}$$

A segundo derivada da função objetivo da empresa seguidora em relação a q_2 é igual a -1, o que garante que a solução acima é realmente uma solução de lucro máximo para essa empresa.

A empresa líder, antecipando a função de reação da empresa seguidora, deve levar em conta, que, qualquer que seja a quantidade q_1 que ela escolha produzir, a quantidade total produzida pelas duas empresas será

$$q = q_1 + q_2(q_1) = q_1 + 120 - \frac{q_1}{2} = 120 + \frac{q_1}{2}.$$

Assim, o preço do produto será

$$p = 122 - \frac{1}{2}q = 122 - \frac{q_1}{2},$$

e o lucro da empresa líder será

$$\left(122 - \frac{q_1}{2}\right)q_1 - 2q_1.$$

A empresa líder deve escolher q_1 de modo a maximizar seu lucro. Pela condição de máximo de primeira ordem, tal valor deve ser tal que a derivada da função acima em relação a q_1 seja igual a zero, isto é,

$$122 - q_1 - 2 = 0 \Rightarrow q_1 = 120.$$

Substituindo esse valor em (28), obtemos a quantidade a ser produzida pela empresa seguidora:

$$q_2 = 60.$$

Referências

Varian, Hall R. 2012. *Microeconomia – princípios básios.* Tradução da 8ª edição. Elsevier.