RESOLUÇÃO DO EXAME ANPEC DE MICROECONOMIA PARA 2008

ROBERTO GUENA DE OLIVEIRA

Questão 1

Considere uma função de utilidade Cobb-Douglas $U = q_1^\alpha q_2^{1-\alpha}$. Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ A demanda hicksiana pelo bem 1 tem a forma $q_1 = \overline{U}\left[p_1^\rho + p_2^\rho\right]^{1/\rho}$, em que $\rho = 0,75$.

① A sensibilidade da demanda hicksiana do bem 1 em relação ao preço do bem 2 é igual à sensibilidade da demanda hicksiana do bem 2 ao preço do bem 1.

② A demanda marshalliana pelo bem 1 tem a forma $q_1 = Ap_2^{1-\alpha}p_1^{\alpha-1}W$, em que A é uma função de α e em que W é a renda do consumidor.

③ O efeito-renda para esta função é dado por $(-\alpha^2 W)/p_1^2$.

④ Para esta função de utilidade, o efeito renda é igual ao efeito substituição.

Solução

⓪ Falso. Não precisamos fazer contas para resolver esse item. Basta ver que a função de demanda sugerida é crescente em relação a p_1. Como a demanda hicksiana ou compensada de um bem é sempre não crescente em relação ao seu preço, concluímos que essa não pode ser uma função de demanda compensada.

① Verdadeiro com ressalva. Notando por $h_i(p_1, p_2, u)$ a função de demanda hicksiana do bem i ($i = 1, 2$) e por $e(p_1, p_2, u)$ a função de dispêndio em função dos preços p_1 e p_2 dos bens 1 e 2, respectivamente, e do nível de utilidade u, sabemos, pelo lema de Shephard que

$$\frac{\partial e(p_1, p_2, u)}{\partial p_i} = h_i(p_1, p_2, u) \qquad i = 1, 2$$

Isso implica, pelo teorema de Young,

$$\frac{\partial h_1(p_1, p_2, u)}{\partial p_2} = \frac{\partial^2 e(p_1, p_2, u)}{\partial p_1 \partial p_2} = \frac{\partial h_2(p_1, p_2, u)}{\partial p_1}$$

O termo sensibilidade pode ser empregado tanto para designar a derivada de uma função quanto sua elasticidade. Se interpretarmos "sensibilidade da demanda hicksiana do bem 1 (2) em relação ao preço do bem 2 (1)" como a derivada dessa demanda em relação ao preço do bem 2 (1), então concluímos que a afirmação é verdadeira.

(2) Falso. O mais fácil é lembrar que, se uma função de utilidade tem a forma Cobb-Douglas $U(q_1, q_2) = q_1^a q_2^b$, a função de demanda pelo bem 1 será

$$q_1 = \frac{a}{a+b}\frac{w}{p_1}.$$

No presente caso, $a = \alpha$ e $b = 1 - \alpha$. Portanto, a função de demanda pelo bem 1 é

$$q_1 = \alpha\frac{w}{p_1}.$$

Se você não lembrasse a fórmula da função de demanda marshalliana (recomendo fortemente que se lembre), ainda assim você poderia resolver esse item sem muitas contas. Basta lembrar que toda função de demanda marshalliana é homogênea de grau zero, isto é, se $q_1(p_1, p_2, w)$ é a função de demanda marshalliana pelo bem 1 na qual w é a renda do consumidor, $q_1(\kappa p_1, \kappa p_2, \kappa w) = q_1(p_1, p_2, w)$. Mas essa propriedade não se verifica na pretensa função de demanda apresentada no enunciado ($q_1(p_1, p_2, w) = Ap_2^{1-\alpha}p_1^{\alpha-1}w$) pois

$$q_1(\kappa p_1, \kappa p_2, \kappa w) = q_1 A(\kappa p_2)^{1-\alpha}(\kappa p_1)^{\alpha-1}\kappa w = \kappa A p_2^{1-\alpha}p_1^{\alpha-1}w \neq q_1(p_1, p_2, w)$$

(3) Verdadeiro. A equação de Slutsky nos diz que

$$\frac{\partial q_1(p_1, p_2, w)}{\partial p_1} = \frac{\partial h_1(p_1, p_2, w)}{\partial p_1} - q_1(p_1, p_2, w)\frac{\partial q_1(p_1, p_2, w)}{\partial m}$$

sendo que $h_1(p_1, p_2, w)$ e a função de demanda compensada ou hicksiana pelo bem 1. $\frac{\partial h_1(p_1,p_2,w)}{\partial p_1}$ é o chamado efeito susbstituição e $-q_1(p_1, p_2, w)\frac{\partial q_1(p_1,p_2,w)}{\partial m}$ é o efeito renda. Como no nosso caso a função de demanda pelo bem 1 é $q_1(p_1, p_2, w) = a^{w}/_{p_1}$, o efeito substituição será dado por

$$-q_1(p_1, p_2, w)\frac{\partial q_1(p_1, p_2, w)}{\partial m} = -\alpha\frac{w}{p_1}\left(\frac{\alpha}{p_1}\right) = -\frac{\alpha^2 w}{p_1^2}$$

(4) Falso. Para calcular o efeito substituição em função dos preços e da renda podemos usar a equação de Slutsky obtendo

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_1} = \frac{\partial q_1}{\partial p_1} + q_1\frac{\partial q_1}{\partial w} = -\alpha\frac{w}{p_1^2} + \frac{\alpha^2 w}{p_1^2} = \frac{w\alpha(\alpha-1)}{p_1^2}$$

Esse resultado é diferente do efeito susbstituição calculado no item anterior ($= {-\alpha^2 w}/{p_1^2}$).

Questão 2

Julgue as seguintes afirmações:

(0) Um indivíduo consome apenas dois produtos, X e Y, e possui curvas de indiferença sobre estes produtos bem comportadas (isto é, estritamente convexas e estritamente monotônicas). Se ele é indiferente entre as cestas $(1, 3)$ e $(3, 1)$, então a cesta $(2, 2)$ deve ser estritamente preferida a qualquer uma das outras.

(1) Um indivíduo, com renda de 12 reais, tendo que escolher combinações dos bens (X, Y), comprou a cesta $(4, 8)$, quando o preço dos dois bens era de 1 real. Quando o preço do primeiro bem caiu para 50 centavos e o do segundo

subiu para 4 reais, ele comprou a cesta $(8, 2)$. Somente com esta informação, não podemos saber se ele está melhor na segunda situação.

② Suponha que um indivíduo, tendo que escolher combinações dos bens (X, Y), descobre que, após uma redução no preço do bem X e um aumento no preço do bem Y, ainda consegue, gastando toda a sua renda, comprar a mesma cesta de antes. Então, ele está em melhor situação.

③ Suponha que, em resposta a um aumento no preço do bem X, um consumidor continua adquirindo a mesma quantidade do bem. Então esse bem deve ser um bem inferior.

④ A curva de Engel mostra a relação entre preço e quantidade demandada.

Solução

⓪ Verdadeiro. Se as preferências são estritamente convexas, então o consumidor prefere a cesta de bens que constitui uma média entre duas cestas de bens indiferentes entre si a qualquer uma dessas duas cestas de bens.

① Falso. Aos preços iniciais, a cesta de bens $(8, 2)$, que foi escolhida aos preços finais, fazia parte do conjunto de restrição orçamentária, pois seu valor era $1 \times 8 + 1 \times 2 = 10$, inferior à renda do consumidor. (A cesta de bens escolhida nas condições iniciais revelou-se preferida à cesta de bens escolhida aos preços finais). Desse modo, aos preços iniciais, a escolha ótima do consumidor era ao menos tão boa quanto a escolha que fez aos preços finais. Concluímos que, aos preços finais, o consumidor não pode estar melhor do que estava aos preços inicais.

② Falso. Podemos apenas afirmar que o consumidor não pode estar pior do que na situação incial, pois ele ainda é capaz de consumir, caso queira, a cesta de bens inicialmente demandada. Não podemos afirmar todavia, que necessariamente ele ficará em situação melhor após a mudança nos preços. Por exemplo, caso o consumidor considere os dois bens complementos perfeitos, após a mudança nos preços, ele continuará consumindo a mesma cesta de bens que consumia inicialmente e portanto, não ficará nem melhor nem pior do que na situação incial.

③ Falso. Se o preço p de um bem aumenta, e todos os outros argumentos da função de demanda por esse bem são mantidos constantes, o efeito final sobre o sua demanda x é dado pela soma do efeito substituição mais o efeito renda. O efeito substituição será necessariamente não positivo (a lei da demanda vale para a demanda compensada) e o efeito renda será positivo caso se trate de um bem inferior e não positivo, caso contrário. Assim, há duas situações nas quais o aumento no preço de um bem implica na manutenção do consumo desse bem por parte de um consumidor. Na primeira delas o efeito substituição é negativo e o efeito renda é positivo (tratando-se, portanto, de um bem inferior) e tem o mesmo valor absoluto que o efeito susbstituição, de tal sorte que os dois efeitos se anulam. Na segunda situação, tanto o efeito substituição quanto o efeito renda são nulos. Isso ocorre, por exemplo, quanto a quantidade inicialmente demandada do bem em questão é nula (você seria capaz de pensar um outro exemplo?).

④ Falso. A curva de Engel mostra a relação entre *renda* e quantidade demanda.

Questão 3

Suponha que há dois bens. O primeiro bem é infinitamente divisível, ou seja, pode ser consumido em qualquer quantidade $x \geq 0$, e o segundo é um bem indivisível, podendo ser consumido apenas nas quantidades $y = 0$ ou $y = 1$. O preço do bem divisível é $p = 10$ e o do bem indivisível é $q = 30$. O consumidor tem renda $M = 60$ e sua função utilidade é definida por $u(x, 0) = x/2$ e $u(x, 1) = 2x - 4$. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ A quantidade do bem divisível que deixa o consumidor indiferente entre consumir ou não o bem indivisível é $x_0 = 4/3$.

① A demanda marshalliana é $(x^*, y^*) = (6, 0)$.

② Suponha que o preço do bem divisível cai para $p' = 6$. Então o bem divisível, para essa específica variação de preço (ou seja, $\Delta p = -4$), apresenta caráter de bem de Giffen, isto é, $\Delta x/\Delta p > 0$, em que Δx é a variação na quantidade demandada do bem divisível decorrente da variação de preço.

③ Suponha que o preço do bem divisível ainda é $p = 10$. Se a renda do consumidor sobe para $M' = 70$, então a demanda marshalliana é $(x^{**}, y^{**}) = (4, 0)$.

④ Para qualquer variação de renda ΔM, tal que $|\Delta M| > 20/3$, o bem indivisível apresenta caráter de bem normal.

Solução

⓪ Falso. A quantidade x_0 do bem divisível que deixa o consumidor indiferente entre consumir ou não bem indivisível é aquela para a qual a sua função de utilidade não é afetada pelo consumo do bem indivisível, isto é, x_0 deve ser tal que

$$\frac{x_0}{2} = 2x_0 - 4 \Rightarrow x_0 = \frac{8}{3}.$$

① Verdadeiro. Ao decidir se deve adquirir ou não o bem indivisível, o consumidor deve comparar a utilidade que obtém caso destine toda sua renda à aquisição do bem divisível, consumindo uma quantidade $x = M/p$ deste bem com a utilidade que pode obter caso adquira o bem indivisível e use o restante de sua renda com a aquisição do bem divisível ficando com $x = (M - q)/p$ unidades deste. A utilidade que ele deriva no primeiro caso é

$$\frac{{}^{M}/_{p}}{2} = \frac{M}{2p}.$$

No segundo caso, sua utilidade será

$$2\frac{M-q}{p}-4.$$

A condição para que nosso consumidor adquira uma unidade do bem indivisível é, portanto,

$$2\frac{M-q}{p}-4 \geq \frac{M}{2p} \quad \text{ou, simplificando,} \quad M \geq 4\frac{2p+q}{3}. \tag{1}$$

Como temos $M = 60$, $p = 10$ e $q = 30$, o lado direito da desigualdade acima é $^{200}/_{3} > {}^{180}/_{3} = M$. Portanto, o consumidor deverá optar por consumir apenas o bem divisível na quantidade $^{M}/_{p} = 6$.

② Vedadeiro. Caso o preço do bem divisível caia para $p' = 6$ a condição (1) acima passa a ser válida, pois teremos

$$M = \frac{180}{3} > \frac{164}{3} = 4\frac{2p'+q}{3}.$$

Assim, o consumidor deverá optar por adquirir o bem indivisível, passando a comprar $(M-q)/p' = 30/6 = 5$ unidades do bem divisível. Consequentemente, a quantidade demandada desse bem diminui de 6 para 5 unidades em resposta a uma redução em seu preço de $p = 10$ para $p' = 6$.

③ Falso. Nesse novo cenário, a condição (1) também é atendida pois $M' = {}^{210}/_{3} > {}^{200}/_{3} = 4^{(2p+q)}/_{3}$. Assim, o consumidor irá adquirir o bem indivisível, restando apenas $M' - q = 70 - 30 = 40$ para a compra do bem divisível, o que garante a aquisição de $^{40}/_{p} = {}^{40}/_{10} = 4$ unidades desse bem. O enunciado está errado por afirmar que a quantidade a ser demandada do bem indivisível será nula.

④ Verdadeiro, embora ambíguo. Existe uma cesta ambiguidade acerca do uso do termo "bem normal". Para alguns autores, um bem normal é um bem cuja quantiade demandada aumenta quando a renda aumenta. Outros consideram bens normais, todos os bens cujas quantidades demandadas não diminuem quando a renda aumenta. Pela condição (1), conluímos que o consumo do bem indivisível não pode diminuir como resposta a qualquer variação positiva na renda do consumidor nem tampouco aumentar em resposta a qualquer vairação negativa nessa renda. Desse modo, se considerarmos como "bem normal" um bem cuja demanda não responde com sinais inversos a variação na renda, o bem indivisível será um bem normal para qualquer ΔM e, em particular, para $|\Delta M| > {}^{20}/_{3}$.

Questão 4

Seja $Q = K^{\alpha}L^{1-\alpha}$ uma função de produção Cobb-Douglas. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ A demanda condicional pelo fator trabalho é $L^* = Q$.

① Supondo que a quantidade produzida seja de 3 unidades, a remuneração do trabalho igual a 1, a remuneração do capital igual a 1 e que $\alpha = 0,5$, temos que a quantidade de trabalho demandada é igual a 3.

② No longo prazo, a função custo associada a esta função de produção é do tipo ESC (Elasticidade de Substituição Constante), sendo que a elasticidade de substituição entre os fatores é $0,25$.

③ Supondo os mesmos dados do item ①, temos que o custo total de produção é 6 (seis).

④ Esta função de produção, no curto-prazo, supondo que o capital seja fixo, possui um custo marginal decrescente em relação à quantidade de capital.

Solução

Observação: assumiremos que $0 < \alpha < 1$ pois o enunciado afirma que se trata de uma função Cobb-Douglas, de tal sorte que podemos induzir que o expoentes do fatares de produção são positivos.

⓪ Falso. Desde que as curvas de isoquantas sejam convexas em relação à origem e o problema de minimização de custos não implique uma solução de canto, função de demanda condicionada é obtida resolvendo o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} |TMST| = \dfrac{r}{w} \\ f(K,L) = Q \end{cases}$$

No qual $TMST$ é a taxa marginal de susbstituição técnica, r e w são, respectivamente, os preços do capital e do trabalho e $f(K,L)$ é a função de produção. A primeira equação dá a condição de tangência entra a linha de isocusto e a curva de isoquanta. A segunda equação descreve a condição de produção mínima igual a Q. No caso do presente exercício, o sistema de equações acima assume a forma

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha}{1-\alpha}\dfrac{L}{K} = \dfrac{r}{w} \\ K^{\alpha}L^{1-\alpha} = Q \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema de equações para L e K, obtemos as seguintes funções de demanda condicionadas:

$$L^* = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{r}{w}\right)^{\alpha} Q \quad \text{e} \quad K^* = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w}{r}\right)^{1-\alpha} Q$$

① Verdadeiro. Basta substituir α por $1/2$, w e r por 1 e Q por 3 na função de demanda condicionada que acabamos de derivar para obtermos

$$L^* = \left(\frac{1-1/2}{1/2}\frac{1}{1}\right)^{1/2} 3 = 3$$

② Falso. Por se tratar de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, sabemos que ela apresenta uma elasticidade de substituição constante igual a 1 e não igual a $0,25$ como afirma o enunciado.

(3) Verdadeiro. Já vimos que a demanda condicionada do trabalho será $L^* = 3$. Obtemos K^*, subsituindo α, Q, r e w pelos valores informados no item (1), ficando com

$$K^* = \left(\frac{1/2}{1 - 1/2}\frac{w}{r}\right)^{1-1/2} 3 = 3$$

Assim, o custo total de produção será dado portanto

$$r\,K^* + w\,L^* = 1 \times 3 + 1 \times 3 = 6$$

(4) Verdadeiro. Se o capital é fixo e igual a $\overline{K}$, para se produzir Q unidades de produto é necessário empregar uma quantidade de trabalho L^{**} tal que

$$\overline{K}^{\alpha}\, L^{**1-\alpha} = Q \Rightarrow L^{**} = \frac{Q^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\overline{K}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}.$$

Assim, o custo de produção de curto prazo será

$$C^{**}(Q, K, w, r) = w\frac{Q^{\frac{1}{1-\alpha}}}{\overline{K}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} + r\overline{K}$$

e o custo marginal será

$$CMg = \frac{\partial C^{**}}{\partial Q} = \frac{w}{1-\alpha}\left(\frac{Q}{\overline{K}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}.$$

Como $\alpha, 1-\alpha > 0$, concluímos que o custo marginal de produção é decrescente em relação a $\overline{K}$.

Questão 5

Em um certo mercado, a demanda inversa é dada por $P = 100 - Q$, em que P é o preço do produto e Q a quantidade total demandada. Suponha que o efeito-renda é nulo. A oferta do bem é dada por $P = Q$. Julgue as afirmativas a seguir:

(0) No equilíbrio, o excedente total é $ET = 1.250$.

(1) Suponha que o governo cria um imposto de $t = 20$ por cada unidade comercializada. Então o preço pago pelos demandantes é $P^d = 60$ e o preço recebido pelos ofertantes é $P^s = 40$.

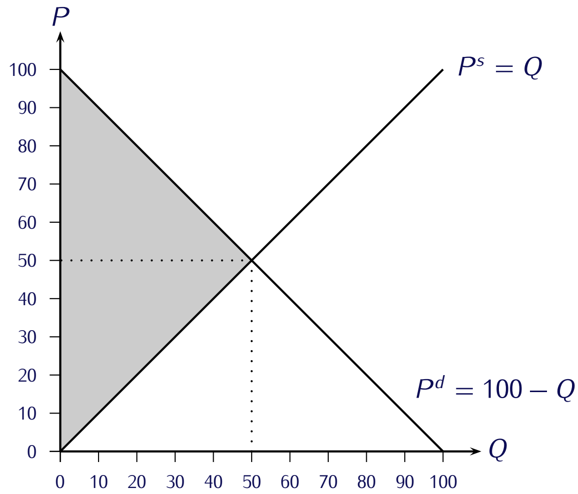
(2) Considere ainda a incidência do imposto de $t = 20$ por cada unidade comercializada. Então, no equilíbrio, a arrecadação tributária do governo é $T = 1.000$.

(3) A incidência do imposto de $t = 20$ por cada unidade comercializada implica uma perda de bem-estar (isto é, um deadweight loss ou, ainda, a área do triângulo de Harberger) igual a $DWL = 100$.

(4) Se, em vez do imposto, o governo cria um subsídio de $s = 20$ por cada unidade comercializada, então haverá um ganho de bem-estar dado por $G = 100$.

Solução

⓪ Falso. O excedente total é dado pela área abaixo da curva de demanda e acima da curva de oferta, colorida em cinza na figura:

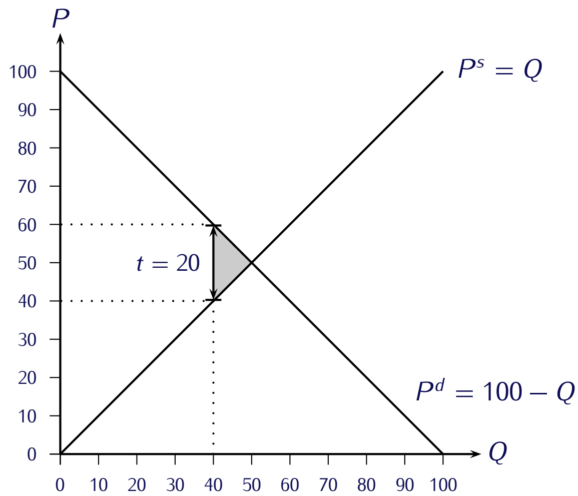


Essa área é igual a $^{(100\times50)}/_{2} = 2.500$

① Verdadeiro. Com a introdução do imposto, o equilíbrio será obtido quando a diferença entre o preço de demanda e o preço de oferta for igual ao valor do imposto: $P^d - P^s = t$, ou seja, $100 - Q - Q = 20 \Rightarrow Q = 40$. Assim, o preço de demanda de equilíbrio será $P^d = 100 - 40 = 60$ e o preço de oferta será $P^s = 40$.

② Falso. A arrecadação tributária será dada pelo produto da multiplicação entre a quantidade de equilíbrio 40 e o imposto por unidade $t = 20$, ou seja $40\times20 = 800$.

③ Verdadeiro. O *deadweight loss* é a área do triângulo marcado na figura abaixo, igual a $(20 \times 10) \div 2 = 100$:



④ Falso. A introdução do subsídio implica uma perda de bem estar, visto que o total de subsídios pagos é superior ao ganho auferido por produtores e consumidores.

Questão 6

Considere uma economia de troca pura com dois bens e dois agentes, A e B. O agentes A e B possuem a mesma utilidade $u(x, y) = \sqrt{x\, y}$. Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ Se a dotação inicial de A é $e_A = (4, 1)$ e a de B é $e_B = (16, 4)$, então a alocação formada pelas cestas $f_A = (4, 1)$ (para o agente A) e $f_B = (16, 3)$ (para o agente B) é Pareto- eficiente.

① Se a dotação inicial de A é $e_A = (4, 1)$ e a de B é $e_B = (16, 4)$, então a curva de contrato no plano $x - y$ é dada pela função $y = \sqrt{x} - 1$.

② Se a dotação inicial de A é $e_A = (4, 2)$ e a de B é $e_B = (2, 4)$, então, no equilíbrio walrasiano, os preços relativos são iguais à unidade.

③ Se a dotação inicial de A é $e_A = (4, 2)$ e a de B é $e_B = (2, 4)$, então a alocação de equilíbrio walrasiano é dada pelas cestas $g_A = (3, 3)$ (para o agente A) e $g_B = (3, 3)$ (para o agente B).

④ Se a dotação inicial de A é $e_A = (2, 2)$ e a de B é $e_B = (6, 6)$, então a alocação de equilíbrio walrasiano é dada pelas cestas $h_A = (4, 4)$ (para o agente A) e $h_B = (4, 4)$ (para o agente B).

Solução

As quatro questões serão resolvidas caso encontremos o equilíbiro walrasiano e determinemos a curva de contrato dessa economia. Comecemos com a última tarefa.

Sejam x_A e x_B e y_A e y_B as quantidades consumidas dos bens x e y pelos consumidores A e B, respectivamente. A taxa marginal de substituição do consumidor A é $TMS_A = -\frac{y_A}{x_A}$ e a taxa marginal de substituição do consumidor B é $TMS_B = -\frac{y_B}{x_B}$. Sejam e_x e e_y as dotações totais dos bens x e y nessa economia. Uma alocação eficiente deve satisfazer a duas condições:

(1) A alocação deve ser factível e sem desperdício: $x_A + x_B = e_x$ e $y_A + y_b = e_y$
(2) Desde que a alocação não seja uma alocação de canto (sabemos que não será porque as preferências são Cobb-Douglas), as taxas marginais de substituição dos dois consumidores devem ser iguais:

$$\frac{y_a}{x_a} = \frac{y_b}{x_b}$$

Da primeira condição, obtemos $x_B = e_x - x_A$ e $y_B = e_y - y_A$. Substituindo na segunda condição, ficamos com

$$\frac{y_A}{x_A} = \frac{e_y - y_A}{e_x - x_A} \Rightarrow x_a\, e_y \cancel{- x_A\, y_A} = y_A\, e_x \cancel{- x_A\, y_A} \Rightarrow \frac{y_A}{x_A} = \frac{e_y}{e_x}.$$

Assim, o conjunto de Pareto (ou a curva de contrato) será caracterizado pela equação

$$y_A = \frac{e_y}{e_x} x_A \tag{2}$$

cujo gráfico é uma linha reta com inclinação dada pela razão entre as dotações iniciais dos bens y e x nessa economia que une o vértice inferior esquerdo ao vértice superior direito da caixa de Edgeworth.

Para encontrarmos o equilíbrio walrasiano, basta encontrarmos a condição de equilíbrio em um mercado. Como as funções utilidade são do tipo Cobb-Douglas, sabemos que as funções de demanda pelo bem x serão

$$x_B = \frac{v_A}{2p} = \frac{p\, e_A^x + e_y^A}{2p} \quad \text{e} \quad x_B = \frac{v_B}{2p} = \frac{p\, e_B^x + e_B^y}{2p}$$

nas quais p é o preço do bem x em relação ao preço do bem y, $v_A = p\, e_A^x + e_A^y$ é o valor da dotação inicial (e_A^x, e_A^y) do consumidor A e $v_B = p\, e_B^x + e_B^y$ é o valor da dotação inicial (e_B^x, e_B^y) do consumidor B. No equilíbrio, essas demandas somadas devem igualar-se à dotação total do bem x, $e_A^x + e_B^x$:

$$\frac{p\, e_A^x + e_y^A}{2p} + \frac{p\, e_B^x + e_B^y}{2p} = e_A^x + e_B^x$$

Resolvendo para p, encontramos o preço relativo de equilíbrio

$$p = \frac{e_A^y + e_B^y}{e_A^x + e_B^x} = \frac{e_y}{e_x}.$$

Note que o preço de equilíbrio que encontramos é igual à taxa marginal de substituição sobre a curva de contrato. Esse resultado era esperado porque, pelo primeiro teorema do bem estar social, a alocação de equilíbrio deve estar sobre a curva de contrato e porque, em equilíbrio, os consumidores igualam suas taxas marginais de susbstiuição ao preço relativo.

Substituindo essa valor de p nas funções de demanda pelo bem x e observando que as funções de demanda pelo bem y são

$$y_B = \frac{v_A}{2} = \frac{p\, e_A^x + e_y^A}{2} \quad \text{e} \quad y_B = \frac{v_B}{2} = \frac{p\, e_B^x + e_B^y}{2}$$

Chegamos à seguinte alocação de equilíbrio:

$$\begin{array}{ll} x_A = \frac{e_A^x}{2} + \frac{e_x}{e_y}\frac{e_A^y}{2} & y_A = \frac{e_y}{e_x}\frac{e_A^x}{2} + \frac{e_A^y}{2} \\ x_B = \frac{e_B^x}{2} + \frac{e_x}{e_y}\frac{e_B^y}{2} & y_B = \frac{e_y}{e_x}\frac{e_B^x}{2} + \frac{e_B^y}{2} \end{array} \tag{3}$$

Podemos agora responder todos os itens do exercício:

0. Falso. Vimos que em uma alocação eficiente a razão entre o consumo do bem y e o consumo do bem x deve ser a mesma para os dois consumidores. Mas isso não ocorre na alocação f_A, f_B, visto que essa razão é igual a $1/4$ para o consumidor A e igual a $3/16$ para o consumidor B.

1. Falso. Essa expressão não corresponde à expressão (2) que derivamos para a curva de contrato.

2. Verdadeiro. Vimos que o preço relativo será $p = \frac{e_A^y + e_B^y}{e_A^x + e_B^x}$. No caso, temos $e_A^x = 4$, $e_A^y = 2$, $e_B^x = 2$, $e_B^y = 4$, de tal sorte que o preço relativo de equilíbrio será $p = \frac{4+2}{2+4} = 1$.

③ Verdadeiro. Basta substituir $e_A^x = 4$, $e_A^y = 2$, $e_B^x = 2$, $e_B^y = 4$ em (3) para obter esse resultado.

④ Falso. Se substituirmos $e_A^x = 2$, $e_A^y = 2$, $e_B^x = 6$, $e_B^y = 6$ em (3), notaremos que o equilíbrio geral walrasiano é obtido já na alocação inicial.

Questão 7

Considere dois sujeitos, X e Y, cuja satisfação com o consumo de um bem depende não apenas do quanto o próprio indivíduo consome, mas o quanto o outro indivíduo consome também. A utilidade do indivíduo X é dada por $U_X = Q_X - Q_Y^2$. Da mesma forma, a utilidade do indivíduo Y é dada por $U_Y = Q_Y - Q_X^2$, em que Q_X e Q_Y são as quantidades consumidas do bem pelos consumidores X e Y, respectivamente. Suponha que existam quatro unidades do produto, para serem distribuídas entre o indivíduo X e o indivíduo Y. Julgue as seguintes afirmações:

⓪ Se os dois indivíduos consumirem metade da quantidade disponível, teremos um ótimo de Pareto.

① Se, por acidente, três unidades do produto se perdem e o restante é dividido igualmente, então há um melhoramento de Pareto.

② Para que a soma das utilidades fosse maximizada com uma distribuição igual dos bens, o montante do produto que deveria ser descartado é zero.

③ Se fosse possível descartar um pouco do produto, e dividir o restante, eles deveriam descartar uma unidade para maximizar as suas utilidades.

④ Esta é uma situação em que existem externalidades positivas no consumo.

Solução

⓪ Ambíguo – o gabartio dá verdadeiro. A resposta do gabarito só estará correta se considerarmos que não seja factível consumir menos do que o total disponível do bem. Nesse caso, qualquer distribuição das 4 unidades desse bem entre os dois consumidores será Pareto eficiente. Porém, se supusermos, como é usual, que seja possível deixar de consumir parte da dotação inicial de um bem sem que com isso se incorra em qualquer tipo de custo, ou seja, caso adotemos a hipótese de livre descarte, a alocação de consumo na qual cada consumidor consome duas unidades do bem deixará de ser Pareto eficiente. Isso porque existirão outras alocações factíveis (sob essa hipótese) que lhe são Pareto superiores. Por exemplo, a alocação na qual o consumo do bem é igual a zero para os dois consumidores geraria um nível de utilidade também igual a zero para esses consumidores, nível esse superior ao nível de utilidade igual a -2 obtido quando cada consumidor consome duas unidades do bem.

① Verdadeiro. Caso, como resultado da divisão de uma unidade do bem entre os dois consumidores, cada indivíduo consumisse apenas $1/2$ unidade do bem, a utilidade de cada consumidor seria igual a $1/4$, superior à utilidade de -2

obtida quando cada indivíduo consome duas unidades do bem. Os dois indivíduos ficariam em situação melhor, o que configuraria uma melhoria paretiana.

(2) Falso. Com a distribuição igual dos bens, teremos $Q_X = Q_Y$ e, portanto $U_x + U_Y = 2Q_X - 2Q_X^2$. A condição de máximo para essa soma é $2 - 4Q_x = 0$, o que implca $Q_X = 1/2$ e, como $Q_X = Q_Y$, $Q_X + Q_Y = 1$. Então, o montante do produto que deveria ser descartado é de três unidades.

(3) Falso. Acabamos de ver que eles deveriam descartar três unidades ao todo, isto é uma unidade e meia por consumidor.

(4) Falso. Esse é um caso de externalidades *negativas* no consumo, pois o consumo do bem por parte de um dos indivíduos reduz a utilidade do outro indivíduo.

Questão 8

Um indivíduo possui a seguinte função utilidade $U = 1 - (1/W)$, em que W é o valor presente líquido da sua renda futura. Neste momento, ele está contemplando duas opções de carreira profissional. A primeira opção dará a ele uma renda certa de $W = 5$. A outra alternativa dará $W = 400$, com 1% de chance, e $W = 4$, com 99% de chance. Assim sendo, responda às seguintes questões:

(0) O coeficiente de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt é $1/W$.

(1) É maior a utilidade esperada da segunda opção.

(2) Suponha que exista uma forma pela qual o indivíduo saiba exatamente se conseguirá obter $W = 400$ ou $W = 4$ se escolher a segunda alternativa. O maior valor que o indivíduo estaria disposto a pagar por esta informação é 1.

(3) O equivalente certo (ou equivalente de certeza) da segunda alternativa é $4,5$.

(4) A aversão relativa ao risco deste indivíduo diminui no caso em que ele possua $W = 400$ se comparada ao caso em que ele possua $W = 5$.

Solução

(0) Falso. O coeficiente de aversão absoluta ao risco de Arrow-Pratt é dado pela expressão $-U''/U'$ que, no caso desse exerício é $2/w$.

(1) Falso. Basta observar que o valor esperado da segunda opção é $0,01 \times 400 + 0,99 \times 4 < 0,01 \times 400 + 1 \times 4 = 4,4$. Esse valor é inferior à renda que o indivíduo obtém na primeira opção. Como o indivíduo é averso ao risco (o coeficiente de aversão ao risco calculado acima é positivo) ele jamais irá preferir uma opção de risco que dê um valor esperado inferior ao de uma opção segura. Portanto, a utilidade esperada da segunda opção não pode ser maior do que a da primeira opção.

(2) Falso. Se o indivíduo pagar p pela informação, então caso ele descubra que a segunda opção dará $W = 400$, ele optará por essa opção, ficando com

uma renda de $400 - p$. Caso contrário, ele escolherá a primeira opção e ficará com uma renda de $5 - p$. Assim, *ex ante*, pagar p por essa informação significa escolher uma situação de risco na qual o indivíduo recebe $5 - p$ com probabilidade de 99% e $400 - p$ com probabilidade de 1%. Se $p = 1$, ao comprar a informação, o indivíduo assumirá uma posição de risco que paga 4 com 99% de chance e 399 com 1% de chance, posicão essa que é ainda pior do que a situação 2 e que, assim, nunca será assumida.

③ Falso. O equivalente certo (ou certeza ou seguro) da segunda opção é necessariamente menor do que seu valor esperado, visto que o consumidor é averso ao risco. Como esse valor esperado é de $4,4$, o equivalente certo não pode ser igual a $4,5$.

④ Falso. O coeficiente de aversão relativa ao risco é $-w\frac{U''}{U'}$. No caso da função de utilidade desse exercício, ele é igual, portanto, a $w\frac{2}{w} = 2$. Assim, a aversão relativa ao risco desse indivíduo é constante e não pode ser afetada por variações em W.

Observação. Os itens ① a ③ desse exercício são bons exemplos de que, por vezes, podemos usar nossos conhecimentos para evitar fazer contas trabalhosas. Se você fosse calcular a utilidade esperada da segunda opção (para responder o item ①), o valor máximo que o indivíduo estaria disposto a pagar para conseguir a informação (item ②) e o equivalente certo da segunda opção (para responder o item ③), certamente perderia valiosos minutos.

Questão 9

Considere uma lagoa em que é possível pescar. Suponha que o preço do peixe é 1 e que $f(n)$ é a quantidade total de peixes pescados, em que n é o número de barcos de pesca na lagoa. Suponha que a função $f(n)$ está sujeita a rendimentos decrescentes. Suponha também que, para pescar, é necessário apenas adquirir um barco e equipamento que possuem custo constante igual a $c > 0$. Com base nessas informações, julgue as afirmativas abaixo:

⓪ Se a lagoa for um recurso comum, ou seja, se qualquer um puder entrar e pescar, então haverá n^* barcos, de tal sorte que $f(n^*)/n^* = c$, ou seja, cada pescador obterá uma receita de pesca igual ao custo.

① Se a lagoa for propriedade privada, seu proprietário utilizará n^{**} barcos de pesca, de tal modo que $f'(n^{**}) = c$, em que f' é a derivada de f.

② Trata-se de uma situação em que cada barco gera externalidades negativas para os demais.

③ Se a lagoa for um recurso comum, a criação de um direito de propriedade privada sobre ela levará a uma produção eficiente de peixes.

④ O caráter de recurso comum gera uma pesca excessiva de peixes do ponto de vista social.

Solução

⓪ Verdadeiro. Enquanto o volume de pesca por barco for superior ao necessário para cobrir o custo do barco, haverá estímulo para a entrada de novos barcos, visto que, para cada proprietário de barco, trata-se de uma atividade com lucro econômico puro.

① Verdadeiro. No casso de propridade privada, o proprietário maximizará seu lucro ao igualar a produtividade marginal dos barcos $f'(n)$ ao custo marginal de manutenção dos mesmos c.

② Verdadeiro, uma vez que a função de produção $f(n)$ está sujeita e rendimentos decrescentes, cada novo barco contribuirá para reduzir a produtividade média dos barcos existentes. Com isso se um pescador troxer um novo barco para a lagoa, ele imporá uma redução na produtividade média dos barcos dos outros pescadores. Essa redução é uma externalidade negativa.

③ Verdadeiro. A condição de exploração eficiente da lagoa, implica a maximização do valor líquido da atividade pesqueira. Este valor é dado por $f(n) - cn$. Caso seja definido um direito de propriedade privada sobre essa lagoa, seu proprietário considerará esse valor como seu lucro e, escolherá operar com o número de barcos que torna esse valor máximo.

④ Verdadeiro. Havendo rendimentos decrescentes o valor de n para o qual $f(n)/n = c$ é superior ao valor ótimo de n para o qual $f'(n) = c$.

Questão 10

Um monopolista produz um certo bem de acordo com uma tecnologia para a qual o custo marginal de produção é constante e igual a 4. Existem N consumidores idênticos e de tal sorte que a demanda inversa agregada por esse bem é dada por $P = 10 - Q$, em que P é o preço e Q a quantidade total demandada. Julgue as seguintes afirmativas:

⓪ Se o monopolista aplica a regra de *mark-up* como regra de preço, então o preço de monopólio é $P_m = 7$ e a quantidade produzida é $Q_m = 3$.

① A perda de bem-estar (ou *deadweight loss*) decorrente do uso da regra de mark-up pelo monopolista é $DWL = 9$.

② Suponha que em vez da regra de *mark-up*, o monopolista adota uma tarifa bipartite (*two-part tariff*), segundo a qual ele cobra, de cada consumidor, uma tarifa de entrada igual a $t = 18/N$ e depois cobra o custo marginal por cada unidade ofertada. Então o monopolista produzirá a quantidade socialmente eficiente.

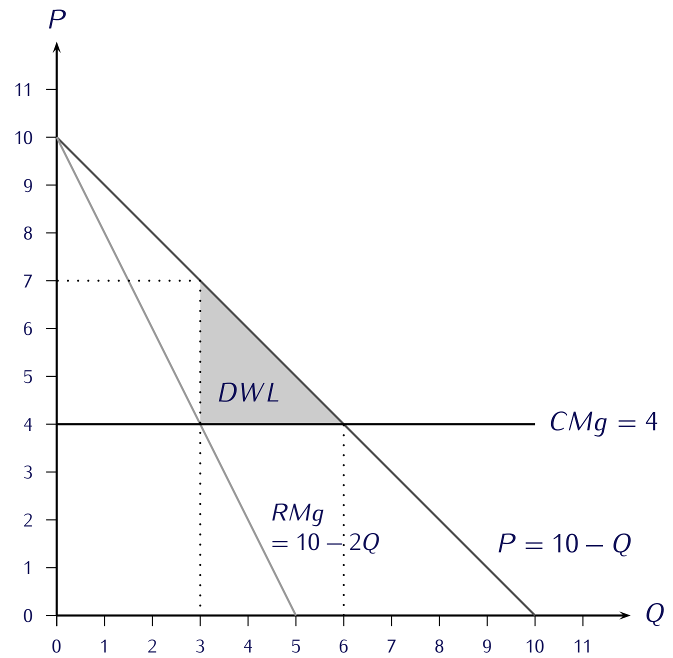
③ Adotando uma tarifa bipartite, o monopolista jamais poderá obter um lucro maior do que aquele obtido mediante a regra de *mark-up*.

④ Se o monopolista pratica discriminação perfeita de preços, então seu lucro privado coincidirá com o excedente social.

Solução

⓪ Verdadeiro. Entende-se aqui a regra do *markup* como a regra que preconiza que o preço de demanda p dever ser tal que $p = \frac{CMg}{1-1/|\epsilon|}$, o que equivale a igualar receita e custo na margem. A receita marginal é $10 - 2Q$. Igualando essa receita marginal ao custo marginal constante e igual a 4, encontramos $Q = 3$ e $P = 10 - Q = 7$.

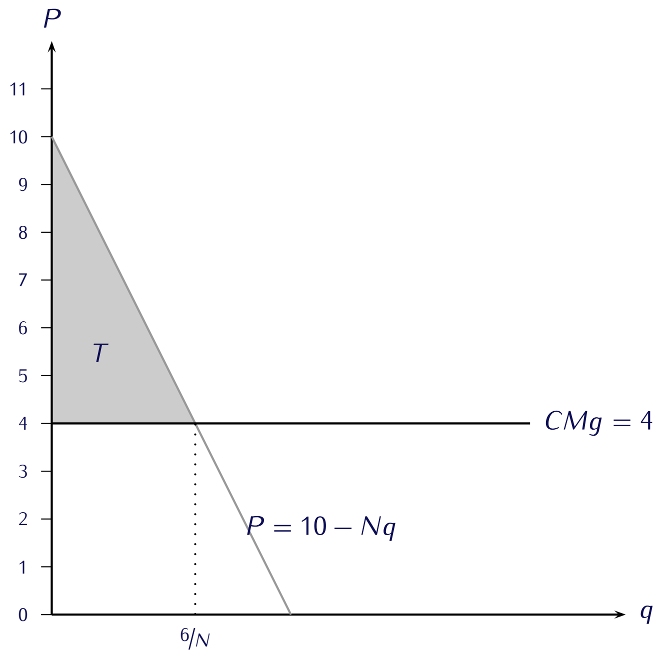
① Falso. A perda de peso morto do monopólio é dada pela área abaixo da curva de demanda e acima de sua curva de custo marginal calculada entre a quantidade efeitivamente produzida pelo monopolista e a quantidade de produção eficiente (que iguala preço de demanda ao custo marginal de produção). No caso do presente exercício, esta é a área cinza do gráfico abaixo:



Portanto, $DWL = \frac{3 \times 3}{2} = 4,5$

② Verdadeiro. Seja q_i a quantidade demandada pelo consumidor i para $i = 1, 2, \ldots, N$. Se todos os consumidores são idênticos, então $q_1 = q_2 = \cdots = q_N = q$, $Q = \sum q_i = Nq$, e a função de demnada de um consumidor individual pode ser expressa por $P = 10 - Nq$. Se o monopolista cobrar um preço igual ao custo marginal $P = 4$, então a quantidade demandada por cada consumidor será $(4 = 10 - Nq \Rightarrow)$ $q = 6/N$.

A maior tarifa de acesso que o monopolista poderá cobrar será dada pelo execedente que o consumidor auferiria caso se defrontasse com esse preço e não pagasse tarifa de acesso. Este é dado pela área T da figura que se segue, sendo $T = (3 \times 6)/2 = \frac{18}{N}$. Ao fazer isso, o monopolista não apenas produz a quantidade eficiente, isto é a quantidade para a qual o preço de demanda é igual ao custo marginal, como também consegue capturar todo exedente social gerado.



③ Falso, conforme podemos verificar com os dados do presente exercício. Caso o monopolista opere de acordo com a regra do *markup*, venderá 3 unidades a um preço igual a 7 obtendo o lucro $\pi^* = 3\times 7 - 3\times 4 = 9$. Caso ele pratique a tarifa em duas partes do item anterior, obterá um lucro de $^{18}/_{N}$ por consumidor e, portanto, um lucro total igual a $N \times {}^{18}/_{M} = 18$.

④ Veradeiro. A discriminação perfeita de preços consiste exatamente na criação de um estrutura de preços específica para cada consumidor tal que a) todos os consumidores são induzidos a consumir a quantidade eficiente do bem e b) todo excedente gerado é apropriado pelo monopolista.

Questão 11

Considere o jogo simultâneo na forma estratégica abaixo e julgue as afirmativas a seguir:

		Jogador 2	
		Estratégia A	Estratégia B
Jogador 1	Estratégia A	2,1	0,0
	Estratégia B	0,0	1,2

⓪ Trata-se de um jogo seqüencial.

① Há apenas um equilíbrio de Nash, formado pelo par de estratégias (A,A).

② A estratégia A é estritamente dominante para o jogador 2.

③ O jogo acima é do tipo “dilema dos prisioneiros”.

(4) O jogo acima é do tipo "batalha dos sexos".

Solução

(0) Falso. Por se tratar de um jogo simultâneo, não pode ser um jogo sequencial.

(1) Falso. Os pares de estratégias (A,A) e (B,B) constituem dois equilíbrios de Nash. Há ainda um terceiro equilíbrio de Nash em estratégias mistas.

(2) Falso. Uma estratégia é dita estritamente dominante quando ela é a melhor resposta para qualquer estratégia adotada pelo outro jogador. A estratégia A é a melhor resposta do jogador 2 caso o jogador 1 escolha a estratégia A, porém, caso este escolha estratégia B, a melhor resposta do jogador 2 também seria escolher a estratégia B.

(3) Falso. Um jogo do tipo dilema dos prisioneiros é caracterizado por a) os dois jogadores terem estratégias dominantes e b) o único equilíbrio em estratégias dominantes é Pareto inferior a um outro resultado do jogo que não é equilíbrio do mesmo. Nesse jogo temos: ausência de estratégias dominantes e dois equilíbrios de Nash eficientes no sentido de Paretos.

(4) Verdadeiro. Esse jogo é estruturalmente igual ao jogo "batalha dos sexos" que vimos em sala de aula.

Questão 12

		Jogador 2: coopera	Jogador 2: não coopera
Jogador 1	coopera	1,1	-1,2
	não coopera	2,-1	0,0

O jogo acima é repetido infinitas vezes. Seja δ^* o menor fator de desconto intertemporal que permite implementar a lista de estratégias Pareto-eficientes como equilíbrio perfeito de subjogo, em que a não-cooperação é punida com o equilíbrio de Nash Pareto- dominado para sempre. Calcule $100 \times \delta^*$ (isto é, cem vezes δ^*).

Solução

O menor fator de desconto intertemporal que permite implementar a estratégia *trigger* descrita no exercício é aquele que deixa cada jogador indiferente entre não cooperar indefinidamente e cooperar indefinidamente (supondo que o outro jogador cooperará na primeira rodada). O ganho de cooperar indefinidamente é

$$1 + \delta + \delta^2 + \delta^3 \cdots = \frac{1}{1-\delta}$$

O ganho de não cooperar indefinidamente consiste apenas no ganho imediato de 2 na primeira rodada, visto que após isso, o outro jogador irá punir o primeiro jogador optando por nunca mais cooperar. Assim, o nosso δ^* deve ser tal que

$$\frac{1}{1-\delta^*} = 2 \Rightarrow \delta^* = \frac{1}{2}.$$

Assim, $100 \times \delta^* = 50$

Questão 13

Considere uma indústria com 35 firmas, todas com a mesma função de custo dada por $c(q_i) = 2q_i$, em que q_i é a produção da firma i ($i = 1, \ldots, 35$). Defina $Q = \sum_{i=1}^{3} 5q_i$. A demanda de mercado é dada por $p(Q) = 362 - 2Q$. Supondo que as firmas se comportam como no modelo de Cournot e dado que elas são idênticas, cada firma produzirá a mesma quantidade q^*. Determine q^*.

Solução

O lucro da empresa i é dado por

$$\pi_i = p(Q)q_i - 2q_i = \left[362 - 2\left(q_i + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{35} q_j\right)\right] q_i - 2q_i$$

No equilíbrio de Cournot, essa empresa deve escolher q_i de modo a maximizar seu lucro dadas as quantidades produzidas pelas outras empresas. A condição de máximo de primeira ordem é

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0 \Rightarrow 360 - 4q_i - 2\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{35} q_j = 0$$

No equilíbrio de Cournot, essa expressão deve ser válida para todo $i = 1, 2, \ldots, 35$. Assumindo agora, que, no equilíbrio, para quaisquer $i, j = 1, 2, \ldots, 25$ $q_i = q_j = q^*$, obtemos

$$360 - 4q^* - 2 \times 34\, q^* = 0 \Rightarrow q^* = 5.$$

Questão 14

Suponha que existem dois agentes e que existe um bem público e um bem privado, ambos disponíveis em quantidades contínuas. A provisão do bem público é dada por $G = g_1 + g_2$, em que g_i é a contribuição do agente i (para $i = 1, 2$) para a provisão do bem público. A utilidade do agente 1 é $u1(G, x_1) = 3\sqrt{G} + x_1$ e a do agente 2 é $u2(G, x_2) = 5\sqrt{G} + x_2$, em que xi é o consumo do bem privado pelo agente i (em que $i = 1, 2$). Determine o nível G^* de provisão eficiente do bem público.

Solução

Para resolver esse exercício, devemos supor que as contribuições g_1 e g_2 são medidas em unidades do bem privado, de tal sorte que o custo marginal de provisão do bem público será igual a 1 unidade do bem privado. A condição de provisão ótima do bem público é que a soma dos valores absolutos das taxas marginais de substituição (medindo-se o bem publico no eixo horizontal) seja igual ao custo marginal de provisão do bem público medido em termos de unidades do bem privado. As taxas marginais de substituição dos agentes 1 e 2 são, respectivamente

$$|TMS_1| = \frac{3}{2\sqrt{G}} \quad \text{e} \quad |TMS_2| = \frac{5}{2\sqrt{G}}.$$

Desse modo, G^* deve ser tal queira

$$\frac{3}{2\sqrt{G^*}} + \frac{5}{2\sqrt{G^*}} = 1 \Rightarrow \frac{8}{2\sqrt{G^*}} = 2 \Rightarrow G^* = 16$$

Questão 15

O Sr. Principal (doravante P) possui um pedaço de terra e deseja contratar o Sr. Agente (doravante A) para plantar batatas em sua propriedade. A produção de batatas é dada pela função $y = 8\sqrt{x}$, em que x é a quantidade de esforço despendida por A na plantação. Suponha que o preço do produto é igual a 1, de modo que y também mede o valor do produto. Ao exercer o nível de esforço x, A incorre em um custo dado por $c(x) = \frac{1}{4}x^2$. O contrato entre os dois é o de aluguel, ou seja, A paga a P uma quantia fixa R e fica com o excedente $s = y - R$. A utilidade de A é $u(s, x) = s - c(x)$. O problema de P é maximizar seu lucro $\pi = y - s$, dadas as restrições de participação e de incentivo de A. Calcule o valor ótimo do aluguel, R^*.

Solução

O enunciado não deixa muito claro qual é a restrição de participação do agente. Assumiremos que esta restrição seja $u(s, x) \geq 0$, isto é, que caso o agente rejeite a proposta de trabalhar para o principal, ele não terá acesso a qualquer fonte de ganho alternativa.

Se o agente escolher trabalhar para o principal, sua utilidade será dada por $u(s, x) = s - c(x) = 8\sqrt{x} - R - \frac{1}{4}x^2$. Ele deverá escolher um valor x^* para x que maximize essa utilidade. A condição de máximo de primeira ordem é

$$\frac{4}{\sqrt{x}} = \frac{x}{2} \Rightarrow x^{3/2} = 8 \Rightarrow x^* = 4.$$

Assim, o produto obtido será

$$y^* = 8\sqrt{x^*} = 16.$$

Como o lucro do principal é $\pi = y - s = R$, para que esse lucro seja máximo, ele deve escolher o maior valor de R compatível com um nível de utilidade não negativa para o agente:

$$8\sqrt{x^*} - R - \frac{x^{*2}}{4} = 0 \Rightarrow 8\sqrt{4} - R - \frac{4^2}{4} = 0 \Rightarrow R = 12$$