Teoria do Consumidor: Demanda

Roberto Guena de Oliveira

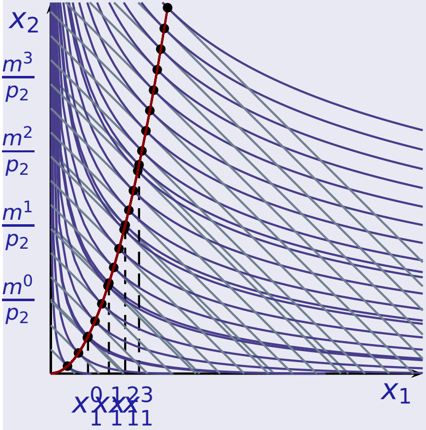
16 de maio de 2015

Sumário

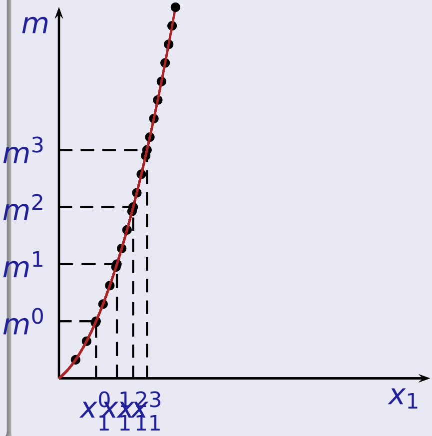
Sumário

Curva de renda consumo e curva de Engel

Curva renda consumo



Curva de Engel



Elasticidade renda da demanda – definições

Elasticidade renda da demanda no ponto

$$\epsilon_{i,m} = \frac{\partial x_i(p_1, p_2, m)}{\partial m} \frac{m}{x_i(p_1, p_2, m)}$$

Elasticidade renda da demanda no arco

$$\epsilon_{i,m}(p_1, p_2, m) = \frac{x_i(p_1, p_2, m + \Delta m) - x_i(p_1, p_2, m)}{\Delta m} \frac{\bar{m}}{\bar{x}_i}$$

Na qual

$$\bar{x} = \frac{x_i(p_1, p_2, m + \Delta m) + x_i(p_1, p_2, m)}{2} \text{ e } \bar{m} = m + \frac{\Delta m}{2}$$

Exemplo: Demanda Cobb-Douglas

$$x_1 = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1}$$

$$\epsilon_{1m} = \frac{a}{a+b}\frac{1}{p_1}\frac{m}{\frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1}} = 1$$

Exemplo: Elasticidade renda constante

$$x_i = \alpha\, m^{\kappa}$$

$$\epsilon_{im} = \alpha\, \kappa\, m^{\kappa - 1} \frac{m}{\alpha\, m^{\kappa}} = \kappa$$

Exemplo: Utilidade quase linear em x_2

$$U(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$$

Condição de 1ª ordem

$$\frac{1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_1 = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\epsilon_{im} = 0 \frac{m}{p_2/p_1} = 0$$

Interpretação

Elasticidade no ponto

$$\frac{d}{dm}\frac{p_i x_i}{m} = \frac{p_i x_i}{m^2}(\epsilon_{im} - 1)$$

Participação do bem 1 no total de gastos aumenta, não se altera ou diminue conforme ϵ_{1m} seja maior, igual ou menor do que 1, respectivamente.

Elasticidade no arco

$$\frac{\Delta \frac{p_i x_i}{m}}{\Delta m} = \frac{p_i \bar{x}_i}{\bar{m}^2 - \frac{\Delta m^2}{4}}(\epsilon_{im} - 1)$$

Classificação da demanda de acordo com sua elasticidade renda

0 1 ϵ_{im}

Bens normais $\epsilon_{im} \geq 0$

Bens inferiores
$\epsilon_{im} < 0$

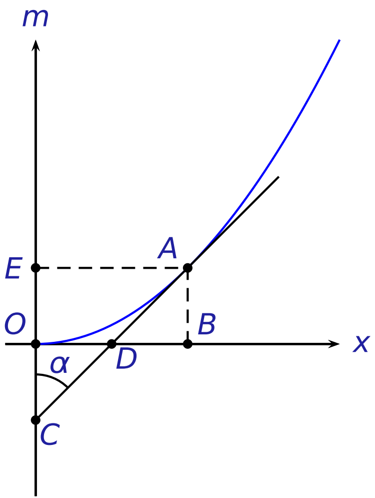
Bens essenciais
$0 \leq \epsilon_{im} \leq 1$

Bens de luxo
$\epsilon_{im} > 1$

$s_i = \frac{p_i x_i}{m}$ varia em direção contrária à da renda

s_i varia na mesma direção da renda

Elasticidade — Interpretação gráfica



Elasticidade no ponto A:

$$\epsilon = \text{tg}\alpha \frac{\overline{OE}}{\overline{OB}}$$

$$\epsilon = \frac{\overline{DB}}{\overline{AB}} \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}}$$

$$\epsilon = \frac{\overline{DB}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$$

Elasticidade e logaritmos

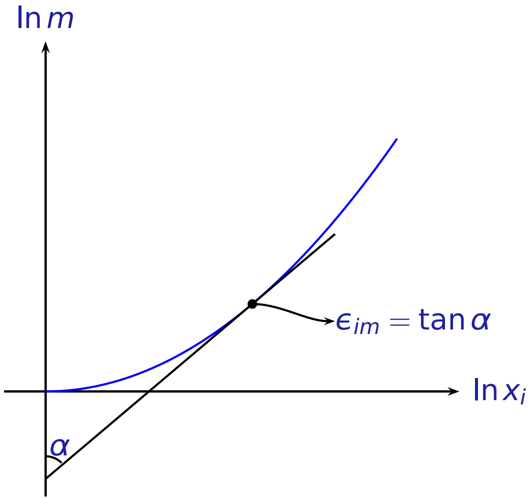
Definamos $\xi = \ln x_i(p_1, p_2, m)$ e $\mu = \ln m$, ou inversamente, $m = e^{\mu}$. Então, ficamos com

$$\xi = \ln x_i(p_1, p_2, e^{\mu})$$

e, portanto,

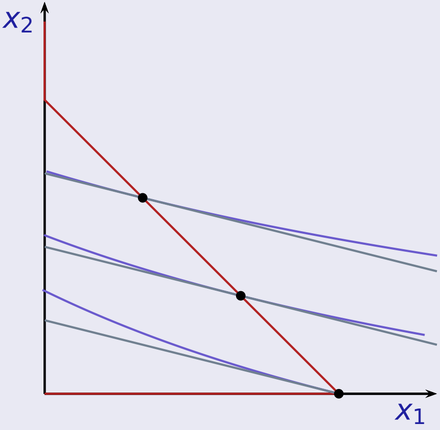
$$\begin{aligned}
\frac{d\xi}{d\mu} &= \frac{d}{d\mu}\left[\ln x_i(p_1, p_2, e^{\mu})\right] \\
&= \frac{1}{x_i(p_1, p_2, e^{\mu})}\frac{\partial}{\partial m}\left[x_i(p_1, p_2, m)\right] e^{\mu} \\
&= \frac{\partial}{\partial m}\left[x_i(p_1, p_2, m)\right] \times \frac{m}{x_i(p_1, p_2, m)} = \epsilon_{im}
\end{aligned}$$

Elasticidade e logaritmos

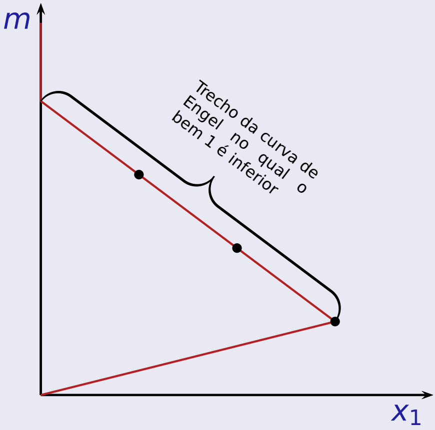


Um bem inferior

Renda consumo

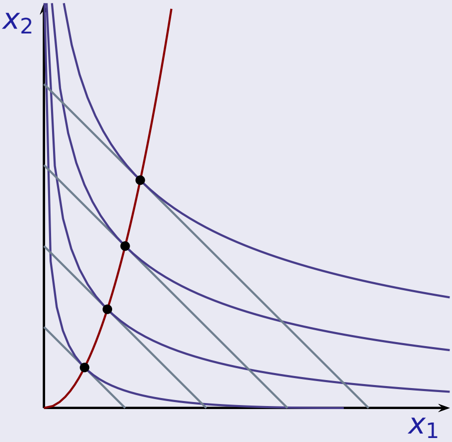


Curva de Engel

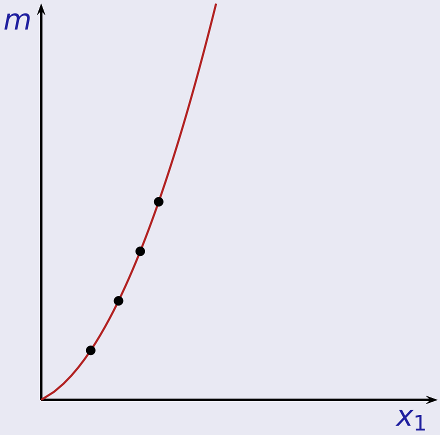


Um bem necessário

Renda consumo

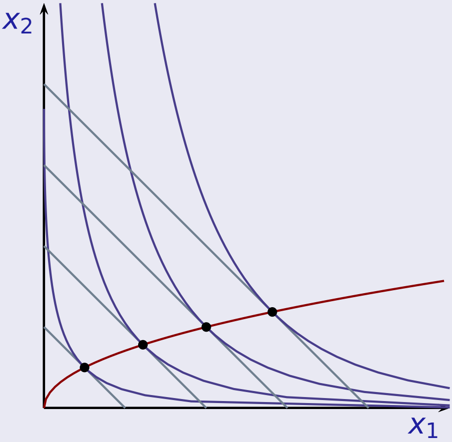


Curva de Engel

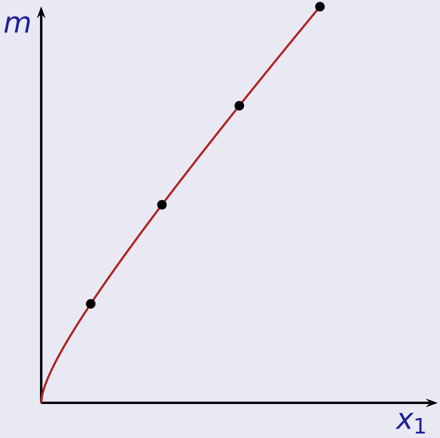


Um bem de luxo

Renda consumo



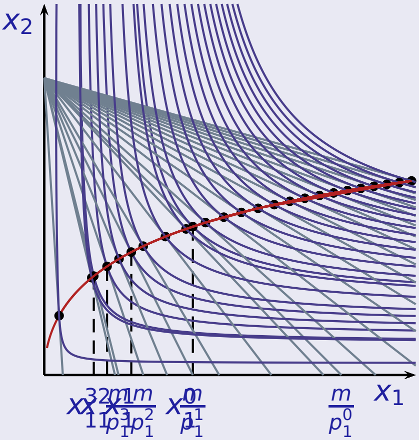
Curva de Engel



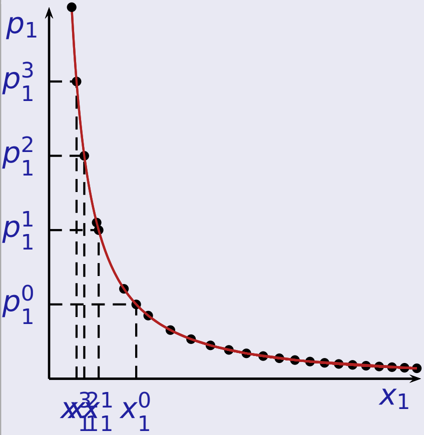
Sumário

Curvas preço-consumo e curva de demanda

Curva preço consumo



Curva de demanda



Elasticidade preço

Elasticidade preço da demanda no ponto

$$\epsilon_i = \frac{\partial x_i(p_1, p_2, m)}{\partial p_i} \frac{p_i}{x_i(p_1, p_2, m)} \quad i = 1, 2$$

Elasticidade preço da demanda no arco

$$\epsilon_1(p_1, p_2, m) = \frac{x_1(p_1 + \Delta p_1, p_2, m) - x_1(p_1, p_2, m)}{\Delta p_1} \frac{\bar{p}_1}{\bar{x}_1}$$

Interpretação

Elasticidade preço da demanda no ponto

$$\frac{d}{dp_i}[p_i x_i(p_1, p_2, m)] = x_i(p_1, p_2, m)(1 + \epsilon_i)$$

Elasticidade preço da demanda no arco

$$\frac{\Delta(p_i x_i)}{\Delta p_i} = \bar{x}_i(1 + \epsilon_i)$$

Exemplo: demanda linear

$$x_i(p_i) = a - bp_i; \quad a, b > 0$$

$$\epsilon_i = -b\frac{p_i}{a - bp_i}$$

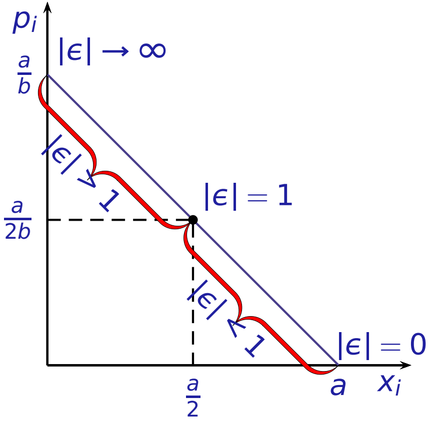
$$p_i = 0 \qquad \Rightarrow |\epsilon_i| = 0$$

$$0 < p_i < \frac{a}{2b} \qquad \Rightarrow |\epsilon_i| < 1$$

$$p_i = \frac{a}{2b} \qquad \Rightarrow |\epsilon_i| = 1$$

$$\frac{a}{2b} < p_i < \frac{a}{b} \qquad \Rightarrow |\epsilon_i| > 1$$

$$\lim_{p \to a/b^+} |\epsilon_i| = \infty$$



Mais dois exemplos

Demanda Cobb-Douglas

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1}$$

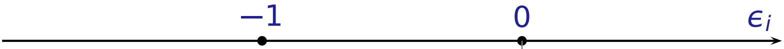
$$\epsilon_1 = -\frac{a}{a+b}\frac{m}{{p_1}^2}\frac{p_1}{\frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1}} = -1$$

Elasticidade preço constante

$$x_i(p_i) = \alpha\, {p_1}^{\varepsilon}$$

$$\epsilon_i = \varepsilon\, \alpha\, {p_1}^{\varepsilon-1}\frac{p_1}{\alpha\, {p_1}^{\varepsilon}} = \varepsilon$$

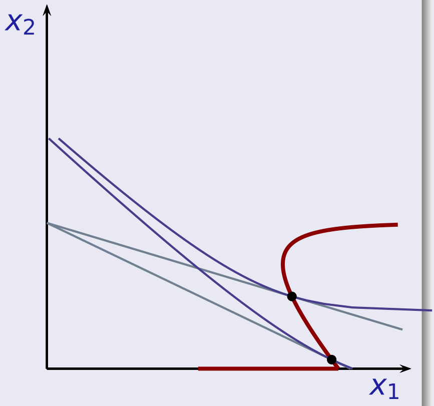
Classificação da demanda de um bem de acordo com sua elasticidade preço



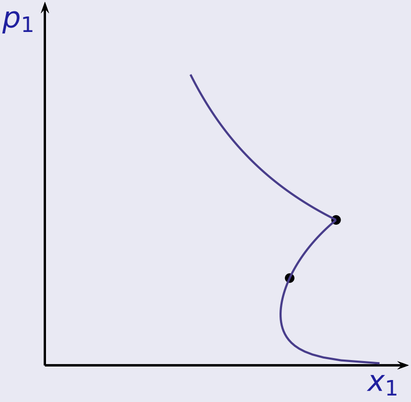
Bem ordinário $\epsilon_i < 0$		Bens de Giffen $\epsilon_i > 0$
Demanda elástica $\epsilon_i < -1$	Demanda inelástica $-1 \leq \epsilon_i \leq 0$	
$p_i x_i$ varia em direção contrária a p_i	$p_i x_i$ varia na mesma direção de p_i	

Bens de Giffen

Curva preço consumo



Curva de demanda



Elasticidade preço cruzada

Elasticidade preço cruzada no ponto

$$\epsilon_{1,2} = \frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_2} \frac{p_2}{x_1(p_1, p_2, m)}$$

Elasticidade preço cruzada no arco

$$\epsilon_{1,2} = \frac{x_1(p_1, p_2 + \Delta p_2, m) - x_1(p_1, p_2, m)}{\Delta p_2} \frac{\bar{p}_2}{\bar{x}_1}$$

Classificação dos bens de acordo com a elasticidade preço cruzada

$\epsilon_{ij} > 0$	Bem i é substituto do bem j
$\epsilon_{ij} = 0$	Bens i e j são independentes
$\epsilon_{ij} < 0$	Bem i é complemento do bem j

Exemplo: Bens independentes

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1}$$

$$\epsilon_{1,2} = 0$$

Exemplo: Bens substitutos

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{p_2 m}{p_1^2 + p_1 p_2}$$

$$\epsilon_{1,2} = \frac{p_1}{p_1 + p_2}$$

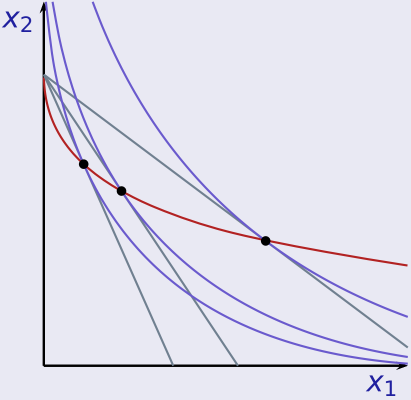
Exemplo: Bens complementares

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1 + \sqrt{p_1 p_2}}$$

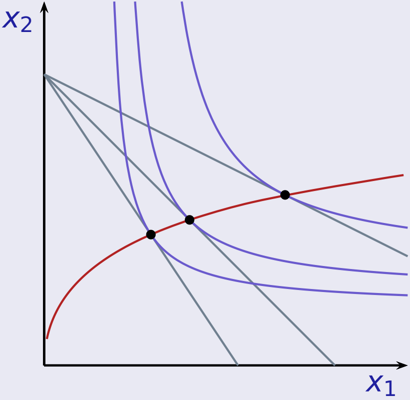
$$\epsilon_{1\,2} = -\frac{\sqrt{p_2}}{2(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})}$$

Bens substitutos e bens complementares

Bens substitutos



Bens complementares



Elasticidades e homogeneidade de grau zero

Para quaisquer $\alpha > 0$, $p_1^0, p_2^0, m^0 \geq 0$, temos

$$x_1(\alpha p_1^0, \alpha p_2^0, \alpha m^0) = x_1(p_1^0, p_2^0, m^0).$$

Diferenciando com relação a α obtemos

$$p_1 \frac{\partial x_1(\alpha p_1^0, \alpha p_2^0, \alpha m)}{\partial p_1} + p_2 \frac{\partial x_1(\alpha p_1^0, \alpha p_2^0, \alpha m^0)}{\partial p_2} + m \frac{\partial x_1(\alpha p_1^0, \alpha p_2^0, \alpha m^0)}{\partial m} = 0$$

Calculando essa igualdade para $\alpha = 1$ e dividindo os dois lados por $x_1(p_1^0, p_2^0, m^0)$ obtemos

$$\epsilon_{1,1} + \epsilon_{1,2} + \epsilon_{1,m} = 0$$

Agregação de Engel

Assumindo qualquer hipótese de não saciedade local, temos, para quaisquer valores positivos de p_1, p_2 e m,

$$p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m) = m$$

Diferenciando essa igualdade em relação a m, obtemos

$$p_1 \frac{\partial x_1}{\partial m} + p_2 \frac{\partial x_2}{\partial m} = 1$$
$$\frac{p_1 x_1}{m} \frac{m}{x_1} \frac{\partial x_1}{\partial m} + \frac{p_2 x_2}{m} \frac{m}{x_2} \frac{\partial x_2}{\partial m} = 1$$

$$s_1 \epsilon_{1,m} + s_2 \epsilon_{2,m} = 1$$

Agregação de Cournot

$$p_1 x_1(p_1, p_2, m) + p_2 x_2(p_1, p_2, m) = m$$

Diferenciando essa identidade em relação a p_1, vem

$$x_1 + p_1 \frac{\partial x_1}{\partial p_1} + p_2 \frac{\partial x_2}{\partial p_1} = 0$$

$$\frac{p_1 x_1}{m} + \frac{p_1}{m} \frac{\partial x_1}{\partial p_1} p_1 + \frac{p_2}{m} \frac{\partial x_2}{\partial p_1} p_1 = 0$$

$$\frac{p_1 x_1}{m} + \frac{p_1 x_1}{m} \frac{\partial x_1}{\partial p_1} \frac{p_1}{x_1} + \frac{p_2 x_2}{m} \frac{\partial x_2}{\partial p_1} \frac{p_1}{x_2} = 0$$

$$s_1 \epsilon_{1,1} + s_2 \epsilon_{2,1} = -s_1$$

Questão 1 – ANPEC 2011

Com relação ao comportamento dos gastos do conumidor, pode-se afirmar que:

0. Um consumidor com função de utilidade $U(X,Y) = X^4 Y$ gastará \$20 de cada renda \$100 na aquisição do bem Y. V
1. No proceso de maximização da utilidade, o valor do Multiplicador de Lagrange equivale à utilidade marginal da renda. V
2. Considerando uma função de utilidade $U = \min\{X, Y\}$, a Curva de Engel do bem 1 (X) é linear e crescente, com inclinação dada pelo preço correspondente (p_x). F

Questão 1 – ANPEC 2011 (continuação)

Com relação ao comportamento dos gastos do conumidor, pode-se afirmar que:

0. No caso da função de utilidade $U(X, Y) = -\frac{X^{-2}}{2} - \frac{Y^{-2}}{2}$, as preferências do consumidor não permitem a agregação de demandas individuais para a definição da demanda do mercado (isso é, refletem uma função utilidade não homotética). F
1. Pedro consome dois bens, x e y, cujos preços são $p_x = \$4$ e $p_y = \$2$, respectivamente, tem $100 de rendimento e a sua função utilidade é $U(X, Y) = XY$. Então, para Pedro, a Curva de Engel tem a expressão (r representa um rendimento genérico) $X(r) = 0,125r$. V

Questão 3 – ANPEC 2010

Com relação à classificação dos bens (em normal, de luxo, necessário, inferior, comum e de Giffen) e às demandas por esses bens, julgue as questões a seguir:

0. Se um bem é normal, então ele não pode ser um bem de Giffen; V
1. Se um bem é de Giffen, então ele deve ser um bem inferior; V
2. Suponha que existam apenas dois bens, cujas demandas são denotadas por x e y. Se x apresenta elasticidade-renda unitária e o consumidor gasta uma fração positiva de sua renda em cada bem, então y também apresenta elasticidade-renda unitária; V

Questão 3 – ANPEC 2010 (continuação)

Com relação à classificação dos bens (em normal, de luxo, necessário, inferior, comum e de Giffen) e às demandas por esses bens, julgue as questões a seguir:

3. Suponha que existam apenas dois bens, 1 e 2. Suponha ainda que o bem 1 é um bem comum e que a sua demanda é elástica relativamente ao seu próprio preço. Se o bem 1 é um complementar bruto do bem 2, então o bem 1 é um bem normal necessário; F
4. Suponha que existam apenas dois bens, 1 e 2. Suponha ainda que o consumidor gasta metade de sua renda em cada bem e que o bem 1 é um bem normal de luxo, com elasticidade-renda estritamente maior do que 2. Então o bem 2 deve ser um bem inferior. V

Questão 3 – ANPEC 2009

Suponha que há dois bens. O primeiro bem é infinitamente divisível, ou seja, pode ser consumido em qualquer quantidade $x \geq 0$, e o segundo é um bem indivisível, podendo ser consumido apenas nas quantidades $y = 0$ ou $y = 1$. O preço do bem divisível é $p = 10$ e o do bem indivisível é $q = 30$. O consumidor tem renda $M = 60$ e sua função utilidade é definida por $u(x, 0) = x/2$ e $u(x, 1) = 2x - 4$. Julgue as afirmativas a seguir:

0. A quantidade do bem divisível que deixa o consumidor indiferente entre consumir ou não o bem indivisível é $x_0 = 4/3$. F
1. A demanda marshalliana é $(x^*, y^*) = (6, 0)$. V

Questão 3 – ANPEC 2009

Continuação

2. Suponha que o preço do bem divisível cai para $p' = 6$. Então o bem divisível, para essa específica variação de preço (ou seja, $\Delta p = -4$), apresenta caráter de bem de Giffen, isto é, $\Delta x / \Delta p > 0$, em que Δx é a variação na quantidade demandada do bem divisível decorrente da variação de preço. V
3. Suponha que o preço do bem divisível ainda é $p = 10$. Se a renda do consumidor sobe para $M' = 70$, então a demanda marshalliana é $(x**, y**) = (4, 0)$. F
4. Para qualquer variação de renda ΔM, tal que $|\Delta M| > 20/3$, o bem indivisível apresenta caráter de bem normal. V