

Bem Estar Social

Roberto Guena

USP

30 de agosto de 2014

Sumário

- 1 Bem Estar Social com utilidades cardinais
- 2 O teorema de Arrow
- 3 Justiça
- 4 Exercícios

A função de bem estar social

Sejam:

- n indivíduos com funções cardinais comparáveis.
- \mathbf{x}_i a cesta de consumo do indivíduo i , $i = 1, 2, \dots, n$.
- $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ a alocação de consumo da economia.
- $u_i(\mathbf{x})$ a função utilidade do consumidor i .

Uma **função de bem-estar social** $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$ é uma função que ordena as possíveis distribuições de utilidade entre os indivíduos atribuindo valores maiores às distribuições mais desejáveis do ponto de vista social, seja lá o que isso signifique. Suporemos que $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$ é **não decrescente** em relação a u_1, u_2, \dots, u_n

Exemplos

A função de bem-estar social benthamita

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \sum_{i=1}^n u_i$$

A função de bem-estar social rawsiana

$$W(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

Função de bem-estar social individualista ou de Bergson-Samuelson

Pressupõe que cada indivíduo esteja preocupado apenas com seu consumo:

$$W(u_1(\mathbf{x}_1), u_2(\mathbf{x}_2), \dots, u_n(\mathbf{x}_n))$$

Possibilidades de utilidade e escolha social ótima

Conjunto de possibilidades de utilidade

É o conjunto dos vetores de utilidade (u_1, u_2, \dots, u_n) associados a cada alocação **factível** da economia.

Fronteira de possibilidades de utilidade

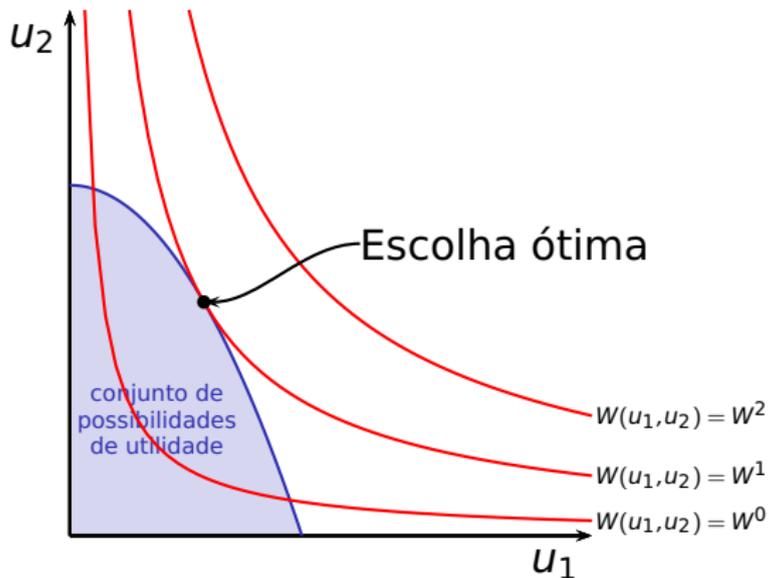
É o conjunto dos vetores de utilidade (u_1, u_2, \dots, u_n) associados a cada alocação **eficiente** da economia.

Escolha social ótima

É a alocação econômica correspondente à distribuição de utilidade u_1, u_2, \dots, u_n que maximiza $W(u_1, u_2, \dots, u_n)$ dada a restrição de que u_1, u_2, \dots, u_n deve pertencer ao conjunto de possibilidades de utilidade.

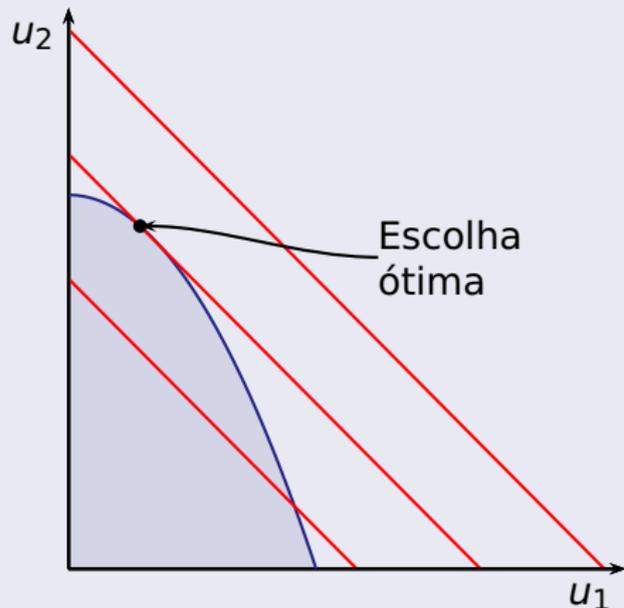
Escolha social ótima

O caso de uma função de bem-estar social individualista e de dois consumidores

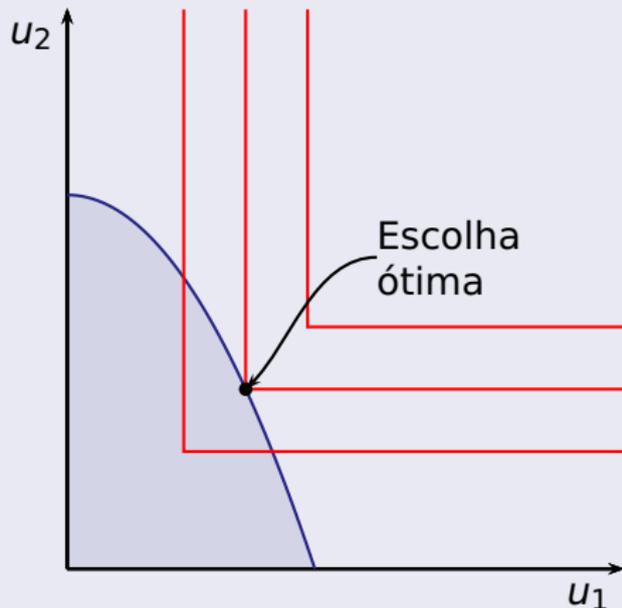


Efeito da função de bem-estar social

FBES Benthamita



FBES Rawsiana



Teorema de Arrow

Colocação do problema

É possível agregar de modo razoável as preferências individuais em uma preferência social sem que seja necessário recorrer à idéia de cardinalidade das funções de utilidade individuais?

Propriedades desejadas da preferência social

- Racionalidade** Se as preferências individuais são completas e transitivas, então o mesmo deve ocorrer com a preferência social.
- Critério de Pareto** Se todos preferem a alternativa \mathbf{x} à alternativa \mathbf{y} , então a preferência social deve considerar a alternativa \mathbf{x} superior à alternativa \mathbf{y} .
- Independência das alternativas irrelevantes** A forma como as preferências sociais classificam \mathbf{x} e \mathbf{y} deve depender apenas de como os indivíduos classificam \mathbf{x} e \mathbf{y} e não de como eles classificam outras alternativas.

Exemplo: o paradoxo de Condorcet

Suponha que haja três alternativas de escolha social \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} a serem escolhidas por votos duas a duas e três indivíduos, A , B e C com as seguintes preferências:

Indivíduo A : $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Indivíduo B : $\mathbf{y} \succ_B \mathbf{z} \succ_B \mathbf{x}$

Indivíduo C : $\mathbf{z} \succ_C \mathbf{x} \succ_C \mathbf{y}$

Votação das alternativas

\mathbf{x} vs. \mathbf{y} : dois votos para \mathbf{x} e um voto para \mathbf{y} . $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$

\mathbf{y} vs. \mathbf{z} : dois votos para \mathbf{y} e um voto para \mathbf{z} . $\mathbf{y} \succ \mathbf{z}$

\mathbf{x} vs. \mathbf{z} : dois votos para \mathbf{z} e um voto para \mathbf{x} . $\mathbf{z} \succ \mathbf{x}$

Exemplo: A contagem de Borda

Imagine o seguinte sistema de escolha de alternativas:

- 1 Cada eleitor atribui o número 1 à sua alternativa preferida, o número dois a sua segunda alternativa preferida e assim, sucessivamente.
- 2 Os números que os eleitores atribuíram a cada alternativa são somados e, entre duas alternativas, a que é considerada preferida é a que obteve menor soma.

Contagem de Borda e dependência das alternativas irrelevantes

Cenário 1

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{y} \succ_A \mathbf{z}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{x}$

Somadas:	\mathbf{y}	\mathbf{x}	\mathbf{z}
	3	4	5

Ord.: $\mathbf{y} \succ_S \mathbf{x} \succ_S \mathbf{z}$

Cenário 2

Ind. A: $\mathbf{x} \succ_A \mathbf{z} \succ_A \mathbf{y}$

Ind. B: $\mathbf{y} \succ_A \mathbf{x} \succ_A \mathbf{z}$

Somadas:	\mathbf{x}	\mathbf{y}	\mathbf{z}
	3	4	5

Ord.: $\mathbf{x} \succ_S \mathbf{y} \succ_S \mathbf{z}$

Concluimos que, adotando-se a contagem do Borda, a alternativa \mathbf{z} afeta o modo como as alternativas \mathbf{x} e \mathbf{y} são comparadas.

O teorema de Arrow

Se um critério de escolha social satisfaz a propriedade de racionalidade, atende ao critério de Pareto e à independência das alternativas irrelevantes quaisquer que sejam as alternativas de escolha e as preferências racionais individuais, então esse critério é uma **ditadura**, isto é, a classificação social das alternativas deve coincidir com a classificação dessas alternativas por um único indivíduo.

Restrição de domínio

Se as alternativas podem ser ordenadas linearmente de tal sorte que cada indivíduo tenha uma alternativa preferida e considere outras alternativas tanto piores quanto mais distantes dessa alternativa mais preferida, então a votação por maioria atende aos critérios de Arrow e a alternativa escolhida será a preferida pelo eleitor mediano.

Inveja e alocações eqüitativas

Definições

- Uma alocação é dita **eqüitativa** caso ela seja tal que nenhum agente prefira a cesta de consumo de qualquer outro agente à sua.
- Se uma alocação é eqüitativa e eficiente, dizemos que ela é justa.

Um resultado interessante

Qualquer alocação que seja obtida por mecanismo de mercado concorrencial a partir de uma situação inicial na qual todos os indivíduos possuem a mesma dotação inicial é uma alocação justa, isto é eqüitativa e eficiente.

Questão 09, ANPEC 2013

Um pai deseja realizar uma divisão justa de uma pizza com 8 pedaços idênticos entre seus dois filhos. O filho mais novo (1) tem uma função de utilidade por pizza definida por $U_1 = 2\sqrt{x_1}$, e o outro filho (2) tem uma função de preferência por pizza levemente diferente, dada por $U_2 = \sqrt{x_2}$, em que x_i ($i = 1, 2$) representa a quantidade de pedaços de pizza para o filho 1 e 2, respectivamente. Podemos sustentar que:

- 0 Um pai utilitarista escolheria dividir a pizza da seguinte forma: $x_1 = 1,6$ e $x_2 = 6,4$. V
- 1 Um pai que segue os critérios de justiça de John Rawls usaria uma espécie de “véu da ignorância”, no qual os filhos optariam por uma escolha de pedaços de pizza que maximizasse o valor esperado de suas utilidades. F

Questão 09, ANPEC 2013

Um pai deseja realizar uma divisão justa de uma pizza com 8 pedaços idênticos entre seus dois filhos. O filho mais novo (1) tem uma função de utilidade por pizza definida por $U_1 = 2\sqrt{x_1}$, e o outro filho (2) tem uma função de preferência por pizza levemente diferente, dada por $U_2 = \sqrt{x_2}$, em que x_i ($i = 1, 2$) representa a quantidade de pedaços de pizza para o filho 1 e 2, respectivamente. Podemos sustentar que:

- 2 Uma pai igualitário e benevolente distribuiria os pedaços de pizza de tal forma que cada filho obtivesse $x_1 = x_2$. ✓
- 3 Uma alocação eficiente dos pedaços de pizza seria aquela que iguala a taxa marginal de substituição dos dois filhos.
F
- 4 Os dois filhos são avessos ao risco. ✓

Questão 04, ANPEC 2011

Sobre a teoria do bem-estar em condições de Equilíbrio Geral, é correto afirmar que:

- 0 A localização dos agentes na fronteira das possibilidades de utilidade encontra-se condicionada pelos pesos atribuídos aos mesmos na função de bem-estar social. **V**
- 1 O Teorema da Impossibilidade de Arrow postula que as preferências sociais não são transitivas. **F**
- 2 Se os ingressos para uma competição são disponibilizados de graça para alunos da rede pública, mas estes alunos estão impedidos de revendê-los, então a alocação de recursos gerada é Pareto-eficiente. **F**

Questão 04, ANPEC 2011

continuação

Sobre a teoria do bem-estar em condições de Equilíbrio Geral, é correto afirmar que:

- 3) Qualquer distribuição desejada de bem-estar entre indivíduos numa economia pode ser alcançada de forma eficiente através do mecanismo de preço, se as dotações iniciais estiverem sobre a curva de contrato e forem ajustadas adequadamente. F
- 4) Suponha que 200 atacadistas operam como price-takers num mercado em que existem três bens (A, B e C), com as seguintes dotações: 1) 100 atacadistas possuem 10 unidades do bem A cada; 2) 50 atacadistas possuem 5 unidades do bem B cada; 3) 50 atacadistas possuem 3 unidades do bem C cada. Se a função utilidade dos atacadistas é dada por $X_A^{1/2} X_B^{1/4} X_C^{1/4}$ então no equilíbrio $P_B = 2P_A$ e $P_C = P_A/4$. F

Questão 08, ANPEC 2010

Julgue as afirmações abaixo de acordo com o modelo de equilíbrio geral com trocas simples:

- 0 A lei de Walras afirma que o valor da demanda excedente agregada é zero para todos os preços; V
- 1 Em um sistema de equilíbrio geral de trocas simples, são determinados os preços relativos e absolutos; F
- 2 Considere uma economia de troca pura com dois agentes e dois bens, em que o agente A tem utilidade $u_A(x, y) = x^{2/3}y^{1/3}$ e dotação inicial $\omega_A = (4, 8)$, o agente B tem utilidade $u_B(x, y) = x^{1/3}y^{2/3}$ e dotação inicial $\omega_B = (8, 4)$ e em que x e y denotam quantidades dos bens. Então é justa a alocação que dá ao agente A a cesta $f_A = (6, 6)$ e ao agente B a cesta $f_B = (6, 6)$; F

Questão 08, ANPEC 2010

Julgue as afirmações abaixo de acordo com o modelo de equilíbrio geral com trocas simples:

- 3 O pressuposto de demanda excedente agregada contínua não depende da condição de que os consumidores sejam pequenos em relação ao tamanho do mercado; **A**
- 4 Considere a mesma economia do item 2. Então a alocação que dá ao agente A a cesta $\phi_A = (12, 12)$ e ao agente B a cesta $\phi_B = (0, 0)$ é Pareto-eficiente. **V**