REC 3600 — Finanças 1 — primeira prova

Roberto Guena de Oliveira

Setembro de 2014

Nome Gabarito nº usp:

1. Em um mundo com apenas duas datas, uma investidora dispõe de R$60 no ano corrente e pode fazer o li investimento no valor de R$30 que gerará uma receita de R$56,25 no próximo período. Sabendo que o valor presente líquido desse investimento é de R$20, podemos afirmar que:

   a) A taxa de juros é de 12% ( )
   b) Se a investidora consumir apenas R$20 no período corrente, poderá consumir R$67,50 no período futuro (x)
   c) Caso a investidora queira consumir mais do que R$30, ela não deve realizar o investimento ( )
   d) O valor futuro da renda inicial da investidora é R$66 ( )
   e) Independentemente de qual seja a taxa de juros, o investimento deve ser realizado ( )

2. Se a taxa de juros cotada anual para títulos sem coupon, com capitalização anual e vencimento em um ano é de 21%, então a taxa de juros cotada anual para títulos sem coupon com capitalização semestral e vencimento em um ano é de:

   a) 10,5% ( )
   b) 22% ( )
   c) 20% (x)
   d) 10% ( )
   e) 21% ( )

3. Considere um título sem risco que paga coupon anual de 10% sobre um valor de face de R$100, com vencimento em 10 anos. Sabendo que a taxa de juros com capitalização contínua é cotada em 10% ao ano, esse título deverá ser vendido a

   a) $10\frac{e^{-0,1}-e^{-1,1}}{1-e^{-0,1}}+100e^{-1}$ (x)
   b) 110. ( )

c) $10\frac{e^{-0,1}-e^{-1}}{1-e^{-0,1}}+100\,e^{-1}$ ( )

d) $(90-100\times -e)\,\frac{1-e^{-0,1}}{1-e^{-1}}$ ( )

e) 82.

4. Considere um título sem risco cujo valor de face é de R$120,00 e o vencimento é daqui a dez anos. Sabendo que o preço desse título é também igual R$120,00, que a taxa de juros efetiva é de 10% ao ano e que esse título paga coupons anuais, então o valor de cada coupon é de:

   a) R$10,00 ( )
   b) R$11,00 ( )
   c) R$12,00 (x)
   d) R$12,50 ( )
   e) R$11,50 ( )

5. A e B são títulos sem risco que pagam o mesmo coupon. À taxa de juros atual, o preço de A é igual ao preço de B. Sabendo que o prazo de maturação de A é maior do que o de B, é correto afirmar que:

   a) Os preços de A e B permanecerão iguais independentemente da taxa de juros de mercado ( )
   b) O valor de face de A é maior do que o valor de face de B ( )
   c) Uma elevação na taxa de juros fará com que o preço de A fique superior ao preço de B. ( )
   d) Do ponto de vista financeiro, o título A é mais atraente que o título B. ( )
   e) Uma redução na taxa de juros fará com que o preço de A seja superior ao preço de B. (x)

6. Considere os seguintes problemas potenciais para instrumentos alternativos ao valor presente líquido como critério de decisão para realização de investimentos:

   i) Necessita de um critério arbitrário para separar investimentos indesejáveis de investimentos desejáveis;
   ii) Ignora a distribuição dos fluxos de caixa no tempo;
   iii) Quando usado para comparar projetos mutualmente excludentes, não leva em consideração a magnitude de cada projeto;
   iv) Baseia-se em indicadores contábeis e não em indicadores financeiros.
   v) Não considera todos os fluxos de caixa gerados pelo projeto.

   Anote quais dos problemas citados acima se aplicam a cada um dos critérios abaixo:

a) Tempo de *payback* $i,\ ii,\ iii,\ v$

b) Tempo de *payback* descontado $i,\ iii,\ v$

c) Taxa interna de retorno (TIR) iii

d) Retorno contábil médio $i,\ ii,\ iv$

e) Índice de rentabilidade iii

7. À taxa de juros efetiva de 13% ao ano, a ação de uma empresa é vendida a R$10,00. Os dividendos pagos por essa ação crescem 3% a cada ano. Nessas condições podemos afirmar que o valor dos dividendos recebidos por ação no primeiro ano será de:

   a) R$1,20 ( )
   b) R$1,05 ( )
   c) R$1,00 (x)
   d) R$1,10 ( )
   e) R$1,15 ( )

8. Ao final de um ano uma empresa deverá pagar R$10 de dividendos por ação. A taxa de desconto considerada pelos seus acionistas é de 8% ao ano. Prevê-se que os dividendos pagos deverão diminuir em 2% a cada ano. Nessas condições o valor da ação é:

   a) R$200 ( )
   b) R$100 (x)
   c) R$110 ( )
   d) R$90 ( )
   e) R$105 ( )

9. Títulos sem coupon com vencimento em um ano pagam taxa de juros de 9% ao ano. Títulos sem coupon com vencimento em dois anos pagam taxa de juros de 10% ao ano. Então a taxa de juros a termo entre o ano 1 e o ano 2 é

   a) 10,5% a.a. ( )
   b) $1{,}21/1{,}09 - 1$ (x)
   c) $(0{,}21 + 0{,}9)/2$ ( )
   d) $\sqrt{1{,}1 \times 1{,}09} - 1$ ( )
   e) 10% ( )

10. Com relação à taxa de juros a termo entre os anos 1 e 2, $f_{1,2}$, e sua relação com a taxa de juros à vista no ano 1 para empréstimo de um ano (com vencimento no ano 2) esperada pelos agentes, $\tilde{r}_{1,2}$, podemos afirmar que:

a) Necessariamente, devemos verificar $\tilde{r}_{1,2} = f_{1,2}$ ( )

b) Se os agentes forem capazes de prever com perfeição, no ano 0, $\tilde{r}_{1,2}$, então $\tilde{r}_{1,2} > f_{1,2}$ ( )

c) $f_{i,2}$ independe de $\tilde{r}_{1,2}$.

d) $f_{1,2} = \sqrt{1+\tilde{r}_{1,2}} - 1$ ( )

e) Caso a hipótese de preferência pela liquidez seja verdadeira, $f_{1,2}$ deve ser maior do que o valor de $\tilde{r}_{1,2}$ esperado pelos agentes na data 0. (x)

Explicações

1. Se o valor presente líquido do investimento é R$20, então devemos ter

$$\frac{56{,}25}{1+r} - 30 = 20 \Rightarrow r = \frac{56{,}25}{50} - 1 = 0{,}125.$$

Desse modo, a taxa de juros é de 12,5%. A essa taxa de juros, se a investidora fizer o investimento e optar por consumir R$20 no período corrente poderá, além de fazer o investimento no valor de R$30, emprestar mais R$10, e obter no período futuro, R$67,50 correspondentes aos R$56,25 obtidos com o investimento mais os $(10 \times (1 + 0{,}125) =)$ R$11,25 obtidos como pagamento pelo empréstimo realizados.

2. Se o título com capitalização anual paga juros de 21% em um ano, a taxa de juros efetiva de um um título com capitalização semestral também deve ser de 21%. Assim, sendo r a taxa de juros anual cotada desse título, devemos ter

$$\left(1+\frac{r}{2}\right)^2 = 1 + 0{,}21 \Rightarrow 1 + \frac{r}{2} = 1{,}1 \Rightarrow r = 20\%.$$

3. Tendo em vista que cada coupon deverá pagar R$10 (10% de R$100), o valor presente do pagamento de um coupon em um ano t qualquer, com $1 \leq t \leq 10$, é, de acordo com a fórmula do valor presente para capitalização contínua

$$10\,\mathrm{e}^{0{,}1t}.$$

Assim, o valor presente dos pagamentos do coupon será

$$\begin{aligned} V = {} & 10\,\mathrm{e}^{-0{,}1} + 10\,\mathrm{e}^{-0{,}2} + 10\,\mathrm{e}^{-0{,}3} + 10\,\mathrm{e}^{-0{,}4} + 10\,\mathrm{e}^{-0{,}5} + 10\,\mathrm{e}^{-0{,}6} \\ & + 10\,\mathrm{e}^{-0{,}7} + 10\,\mathrm{e}^{-0{,}8} + 10\,\mathrm{e}^{-0{,}9} + 10\,\mathrm{e}^{-1} + 100\,\mathrm{e}^{-1}, \end{aligned}$$

em que $100\mathrm{e}^{-t}$ é o valor presente do pagamento do valor de face do título ao final do décimo ano. Essa expressão pode ser reescrita como

$$V = 10\left(\sum_{t=1}^{10} \mathrm{e}^{-0{,}1t}\right) + 100\,\mathrm{e}^{-1}.$$

O termo entre parênteses é a somatória dos dez primeiros termos de uma progressão geométrica com razão $e^{-0,1}$. Assim, usando a fórmula da somas dos termos de uma progressão geométrica, obtemos finalmente,

$$V = 10\frac{\mathrm{e}^{-0,1} - \mathrm{e}^{-1,1}}{1 - \mathrm{e}^{-0,1}} + 100\,\mathrm{e}^{-1}.$$

4. Se o preço do título é igual a seu valor de face, então a taxa do coupon deve ser igual à taxa de juros. Para ver isso, lembre que o valor presente de um título com coupon C, valor de face F e prazo de maturação T à taxa de juros r é dado por

$$V = C\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^T}\right] + \frac{F}{(1+r)^T}.$$

Caso o título seja vendido a seu valor de face, deveremos ter $V = F$, e, portanto,

$$F = C\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^T}\right] + \frac{F}{(1+r)^T}.$$

Resolvendo para C, obtemos

$$C = F\frac{1 - \frac{1}{(1+r)^T}}{\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^T}} = rF.$$

No exercício é informado que o título tem preço de R\$120, igual ao seu valor de face. Como a taxa de juros é de 10%, o valor do coupon deverá ser igual a 10% de R\$120, ou seja R\$12,00.

5. Sejam, r_0 a taxa de juros corrente à qual os dois títulos são negociados ao mesmo preço, C o valor do coupon pago pelos dois títulos, F_A e F_B os valores de face dos títulos A e B, respectivamente e τ e T os prazos até o vencimento dos títulos A e B, respectivamente. Para qualquer taxa de juros (não necessariamente igual a r_0) os dois títulos serão negociados aos preços correspondentes aos valores presentes de seus pagamentos, V_A, para o título A e V_B para o título B dados por

$$V_A = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+r)^T} + \cdots + \frac{C}{(1+r)^\tau} + \frac{F_A}{(1+r)^\tau}$$

e

$$V_B = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+r)^T} + \frac{F_B}{(1+r)^T}.$$

Assim, a diverença entre o preço do título A e o preço do título B será dada por

$$\begin{aligned}V_A - V_B &= \frac{C}{(1+r)^{T+1}} + \cdots + \frac{C}{(1+r)^{\tau}} + \frac{F_A}{(1+r)^{\tau}} - \frac{F_B}{(1+r)^{T}} \\ &= \frac{1}{(1+r)^T}\left[\frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+r)^{\tau-T}} + \frac{F_A}{(1+r)^{\tau-T}} - F_B\right].\end{aligned}$$

O termo entre colchetes é claramente decrescente em r. Assim, como quando $r = r_0$, $V_A = V_B$, para $0 \leq r < r_0$, deveremos ter $V_A > V_B$, e, para $r > r_0$, $V_A < V_B$, o que indica que, assumindo uma taxa de juros inicial r_0, um aumento na taxa de juros para qualquer valor acima de r_0 fará com que o preço do título A seja inferior ao preço do título B e uma redução na taxa de juros fará com que A seja precificado em um nível superior a B.

Ademais, como quando $r = r_0$, $V_A - V_B = 0$, o que implica, usando a expressão acima,

$$\frac{C}{1+r_0} + \frac{C}{(1+r_0)^2} + \cdots + \frac{C}{(1+r_0)^{\tau-T}} + \frac{F_A}{(1+r_0)^{\tau-T}} - F_B = 0,$$

ou,

$$C\left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0(1+r_0)^{\tau-T}}\right] + \frac{F_A}{(1+r_0)^{\tau-T}} = F_B.$$

Seja c_A a taxa de coupon do título A de tal sorte que $C = c_A F_A$. Então a igualdade acima pode ser rescrita como

$$F_B = c_A F_A\left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0(1+r_0)^{\tau-T}}\right] + \frac{F_A}{(1+r_0)^{\tau-T}} = F_A\left[\frac{c_A}{r_0} - \frac{1-\frac{c_A}{r_0}}{(1+r_0)^{\tau-T}}\right].$$

Assim, quando $c_A = r_0$, isto é, caso a taxa do coupon do título A seja igual à taxa de juros r_0, o valor de face dos dois títulos deve ser o mesmo e, como o lado direito da expressão acima é estritamente crescente em $c_A \geq 0$, caso $c_A < r$ o valor de face de A será maior que o valor de face de B e, caso $c_A > r$ o valor de face de A será maior que o valor de face de B.

Assim, o item a) é falso porque os preços dos títulos A e B só são iguais quando $r = r_0$. O item b) também é falso pois a relação entre o valor de face de A e B depende da taxa do coupon de A. O item c é falso, pois, caso a taxa de juros seja elevada para um nível acima de r_0, o título A passará a ter um preço inferior ao do título B. O item d é evidentemente falso, pois os preços de mercado dos títulos são aqueles que os tornam igualmente atraentes para os investidores. O item e) é verdadeiro, pois, conforme vimos, um redução na taxa de juros para níveis abaixo de r_0 fará com que o preço do título A seja superior ao preço do título B.

6. a) O critério de tempo de *payback* necessita de uma definição arbitrária de qual é o tempo máximo de *payback* de um projeto. Esse critério também ignora a distribuição temporal dos fluxos de caixa antes do período de *payback*. Ao compararmos dois projetos de acordo com seu tempo de *payback*, é possível que aquele projeto que oferece tempo de *payback* mais curto não seja o que gere o maior valor presente líquido, entre outras coisas, porque seu tamanho pode ser reduzido. Finalmente, o tempo de *payback* é um indicador que ignora completamente os fluxos de caixa que ocorrem após o momento em que os fluxos de caixa acumulados deixem ser ser negativos.

   b) O critério do tempo de payback descontado possui todas as características do critério de tempo de *payback*, simples, exceto pelo fato de que este leva em consideração a distribuição temporal dos fluxos de caixa até o período de *paybak*.

   c) Dos problemas citados, o único que se aplica à TIR é o fato de que esta é inútil quando se trata da comparação de dois ou mais projetos alternativos com escalas diferentes.

   d) O retorno contábil médio é um indicador contábil e não financeiro, seu uso depende do estabelecimento arbitrário de um retorno contábil médio mínimo. Além disso, por não descontar retornos contábeis a serem obtidos no futuro ele ignora a distribuição dos fluxos de caixa no tempo.

   e) Entre os problemas apontados, o único que se aplica ao índice de rentabilidade é que este não pode ser usado na comparação de dois projetos excludentes, visto que ele não leva em consideração as magnitudes desses projetos.

7. Para resolver esse exercício podemos aplicar diretamente a fórmula de valoração de uma ação com crescimento constante de dividendos. Se r é a taxa de desconto, g é a taxa de crescimento dos dividendos e D é o valor do dividendo a ser pago ao final de um ano, o preço da ação será dado por
$$V = \frac{D}{r-g}.$$
No presente exercício, $D = 10$, $r = 13\%$ e $g = 3\%$. Assim, o preço da ação será
$$V = \frac{10}{0{,}13-0{,}03} = \text{R\$}100.$$

8. Trata-se agora de um caso em que o crescimento do dividendo pago é negativo, $g = -2\%$. Dados $r = 8\%$ e $D = 10$, usando novamente a fórmula do valor de uma ação com dividendos crescentes a uma taxa constante, obtemos
$$V = \frac{10}{0{,}08-(-0{,}02)} = 100.$$

9. Se um título sem coupon com vencimento em t_0 paga taxa de juros r_0 e um título sem coupon com vencimento em $t_1 > t_0$ paga taxa de juros r_1, então a taxa de juros a termo entre t_0 e t_1 é

$$f_{0,1} = \left[\frac{(1+r_1)^{t_1}}{(1+r_0)^{t_0}}\right]^{\frac{1}{t_1-t_0}} - 1.$$

No presente caso, $t_0 = 1$, $t_1 = 2$, $r_0 = 0{,}09$ e $r_1 = 0{,}1$. Assim, a taxa de juros a termo entre o ano 1 e o ano 2 será dada por

$$\left[\frac{(1+0{,}1)^2}{(1+0{,}09)^1}\right]^{\frac{1}{2-1}} - 1 = \frac{1{,}21}{1{,}09} - 1$$

10. Conforme vimos em sala de aula, caso os agentes fossem capazes de prever com exatidão a taxa de juros a termo que vigerá entre os anos 1 e 2, então a taxa de juros a termo entre esses dois anos deveria ser igual a essa taxa prevista. Porém, caso essa previsão não seja perfeita, em virtude de uma eventual aversão ao risco por parte dos agentes, a taxa de juros a termo pode ser diferente da taxa de juros à vista esperada entre os anos 1 e 2. Se os agentes privilegiarem obter valores garantidos no ano 2, a taxa de juros a termo deverá ser inferior à taxa de juros à vista esperada entre os anos 1 e 2. Ao contrário, se os agentes privilegiarem a obtenção de um valor certo no ano 1 (hipótese da preferência pela liquidez) a taxa de juros a termo deverá ser maior que a taxa de juros à vista prevista entre os anos 1 e 2. A única alternativa condizente com essas observações é a alternativa e).

Fórmulas

- Soma dos termos de uma progressão geométrica:

$$\sum_{t=1}^{T} a^t = \frac{a - a^{T+1}}{1-a}.$$

- Valor presente de um título com vencimento em t anos sem coupon com valor de face F, taxa de juros cotada em r ao ano e capitalização contínua:

$$VP = F \times \mathrm{e}^{-rt}.$$

- Valor presente de uma anuidade com T pagamentos no valor C e taxa de juros anual efetiva igual a r:

$$VP = C\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^T}\right]$$