

valor presente líquido

Roberto Guena de Oliveira

23 de agosto de 2015

alocação intertemporal do consumo

w_0 renda do consumidor no ano 0;

w_1 renda do consumidor no ano 1;

c_0 renda do consumidor no ano 0;

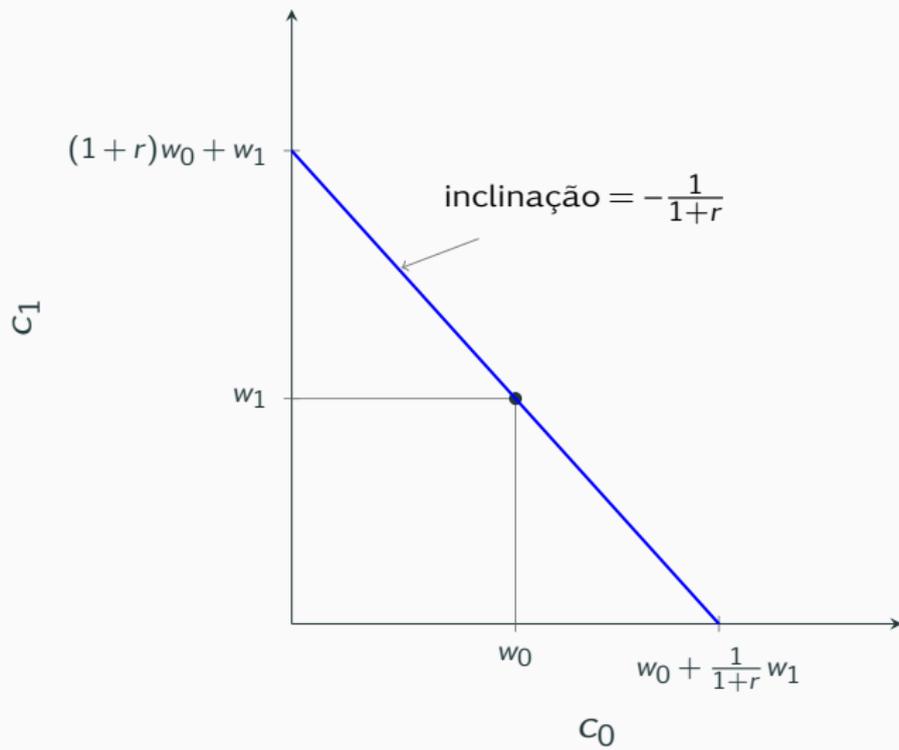
c_1 renda do consumidor no ano 1;

r taxa de juros (igual para credores e devedores).

Possibilidades de consumo

$$c_0 + \frac{1}{1+r} c_1 = w_0 + \frac{1}{1+r} w_1.$$

ilustração gráfica



avaliação de uma alternativa de investimento

- Custo do investimento = k ;

avaliação de uma alternativa de investimento

- Custo do investimento = k ;
- valor do investimento em um ano = v ;

avaliação de uma alternativa de investimento

- Custo do investimento = k ;
- valor do investimento em um ano = v ;
- recursos disponíveis no ano 0 quando consumidor realiza o investimento = $w_0 - k$;

avaliação de uma alternativa de investimento

- Custo do investimento = k ;
- valor do investimento em um ano = v ;
- recursos disponíveis no ano 0 quando consumidor realiza o investimento = $w_0 - k$;
- recursos disponíveis no ano 0 quando consumidor realiza o investimento = $w_1 + v$;

avaliação de uma alternativa de investimento (continuação)

Possibilidades de consumo antes do investimento:

$$c_0 + \frac{1}{1+r} c_1 = w_0 + \frac{1}{1+r} w_1.$$

avaliação de uma alternativa de investimento (continuação)

Possibilidades de consumo antes do investimento:

$$c_0 + \frac{1}{1+r}c_1 = w_0 + \frac{1}{1+r}w_1.$$

Possibilidades de consumo após o investimento:

$$c_0 + \frac{1}{1+r}c_1 = w_0 + \frac{1}{1+r}w_1 + \frac{1}{1+r}v - k.$$

avaliação de uma alternativa de investimento (continuação)

Possibilidades de consumo antes do investimento:

$$c_0 + \frac{1}{1+r}c_1 = w_0 + \frac{1}{1+r}w_1.$$

Possibilidades de consumo após o investimento:

$$c_0 + \frac{1}{1+r}c_1 = w_0 + \frac{1}{1+r}w_1 + \frac{1}{1+r}v - k.$$

Condição para que o investimento seja vantajoso:

$$\frac{1}{1+r}v - k > 0.$$

ilustração gráfica: caso em que o investimento vale a pena

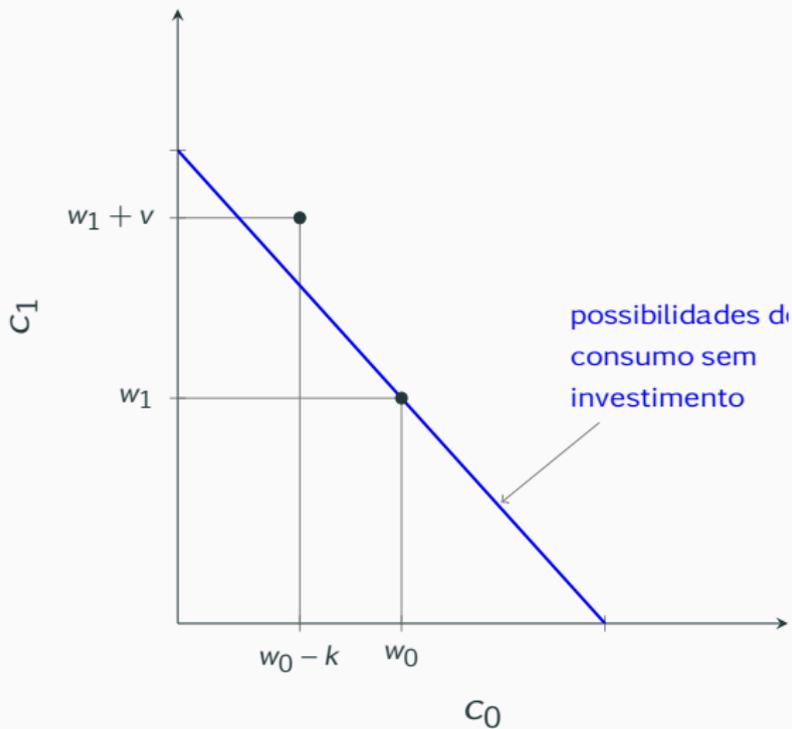


ilustração gráfica: caso em que o investimento vale a pena

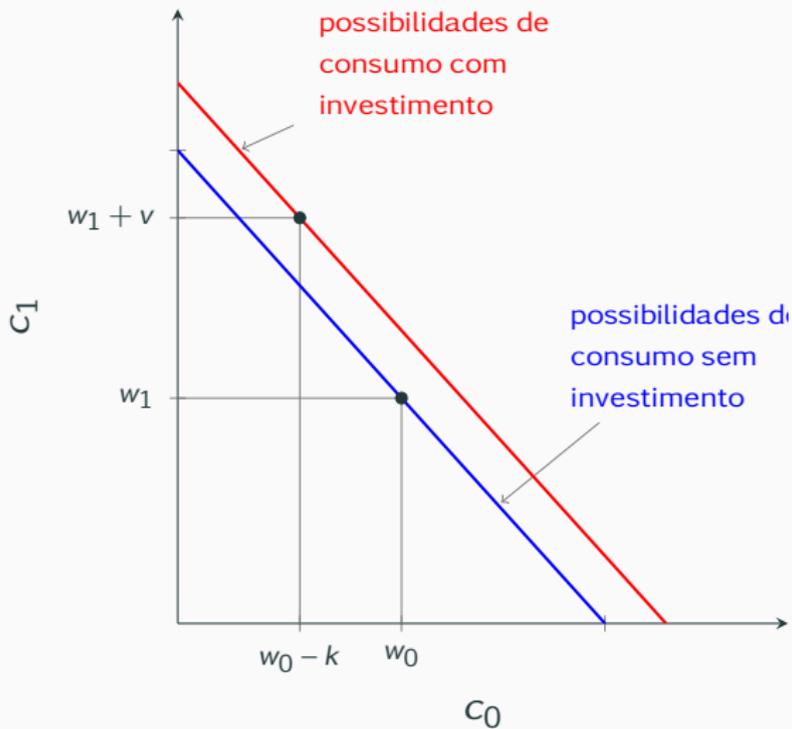


ilustração gráfica: caso em que o investimento vale a pena

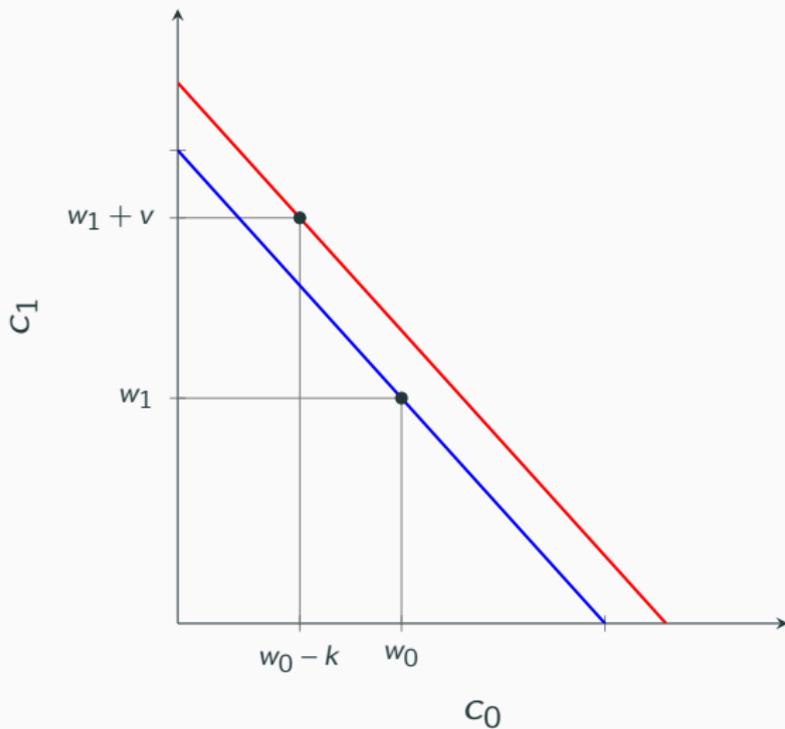


ilustração gráfica: caso em que o investimento vale a pena

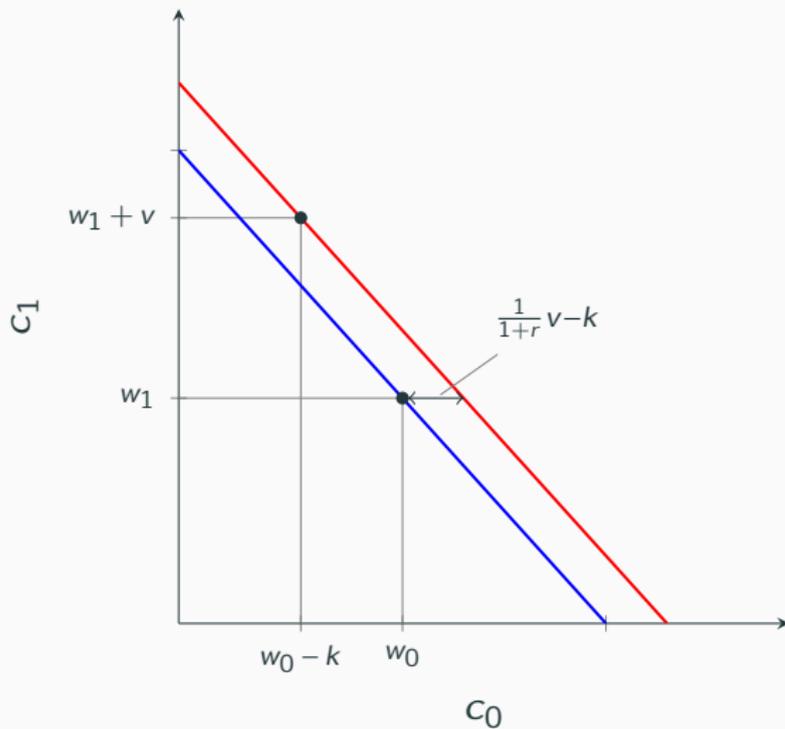


ilustração gráfica: caso em que o investimento vale a pena

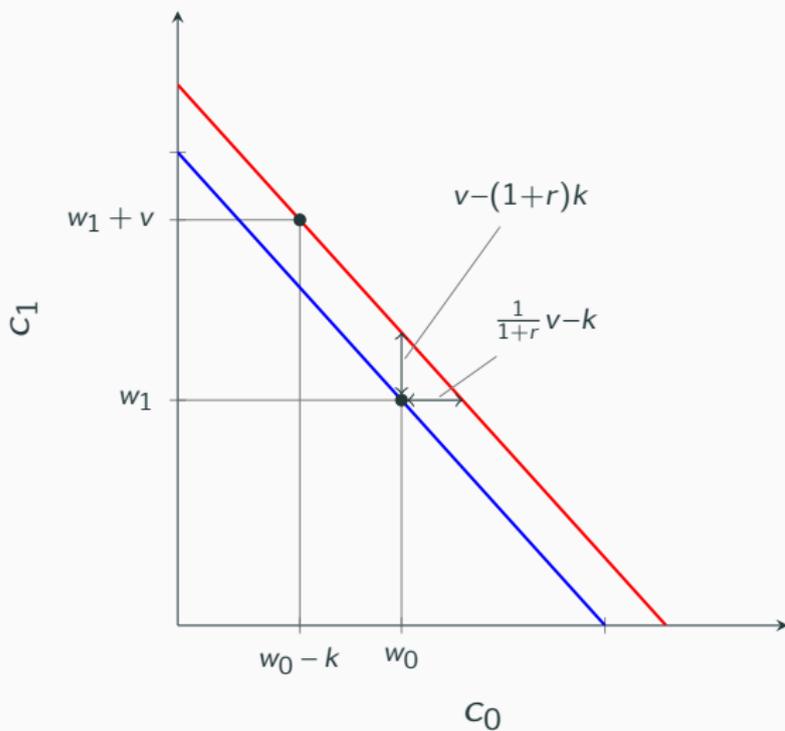


ilustração gráfica: caso em que o investimento não vale a pena

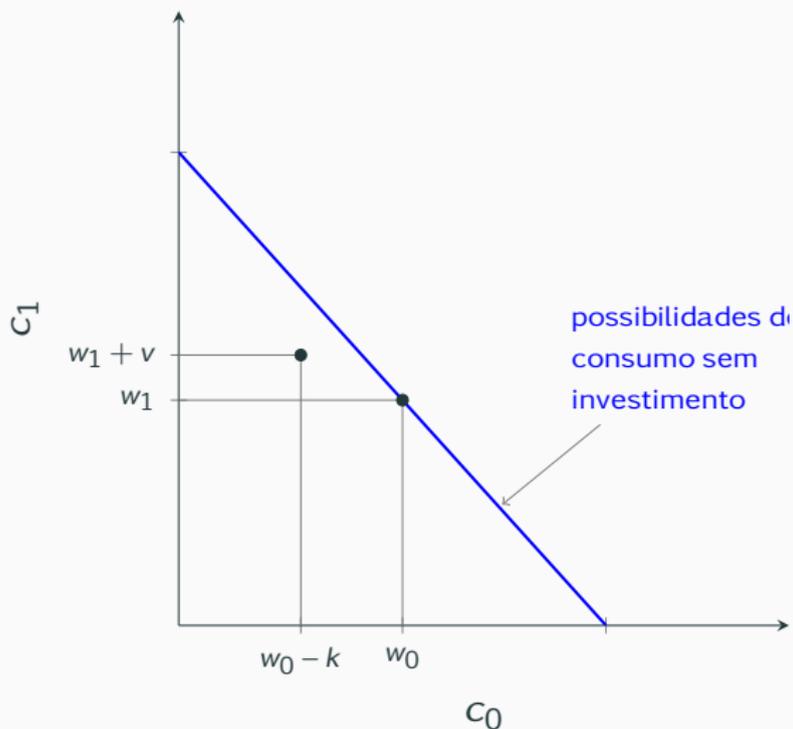
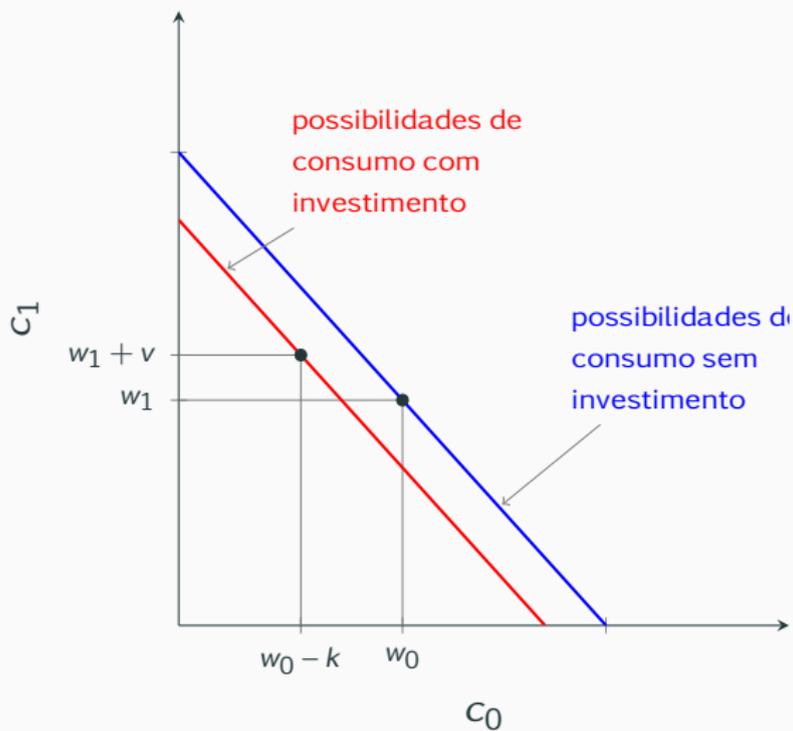


ilustração gráfica: caso em que o investimento não vale a pena



regra do valor presente líquido

Valor presente líquido (VPL)

O *valor presente líquido* de um projeto é a variação na renda do consumidor no período 0 que o deixaria tão bem quanto realizando o projeto. No nosso exemplo,

$$VPL = \frac{v}{1+r} - k.$$

regra do valor presente líquido

Valor presente líquido (VPL)

O *valor presente líquido* de um projeto é a variação na renda do consumidor no período 0 que o deixaria tão bem quanto realizando o projeto. No nosso exemplo,

$$VPL = \frac{v}{1+r} - k.$$

Regra para decisão acerca de um projeto

Caso a taxa de juros para tomar empréstimos seja igual à taxa de juros para ceder empréstimos, qualquer investimentos com $VPL > 0$ deve ser realizado.

uma empresa como um projeto: exemplo

- Os acionistas precisam de R\$25 mil para dar início a uma empresa;

uma empresa como um projeto: exemplo

- Os acionistas precisam de R\$25 mil para dar início a uma empresa;
- A taxa de juros é de 10% ao ano;

uma empresa como um projeto: exemplo

- Os acionistas precisam de R\$25 mil para dar início a uma empresa;
- A taxa de juros é de 10% ao ano;
- Existe um projeto de investimento que fará com que, em um ano, a empresa gere um caixa de R\$33 mil;

uma empresa como um projeto: exemplo

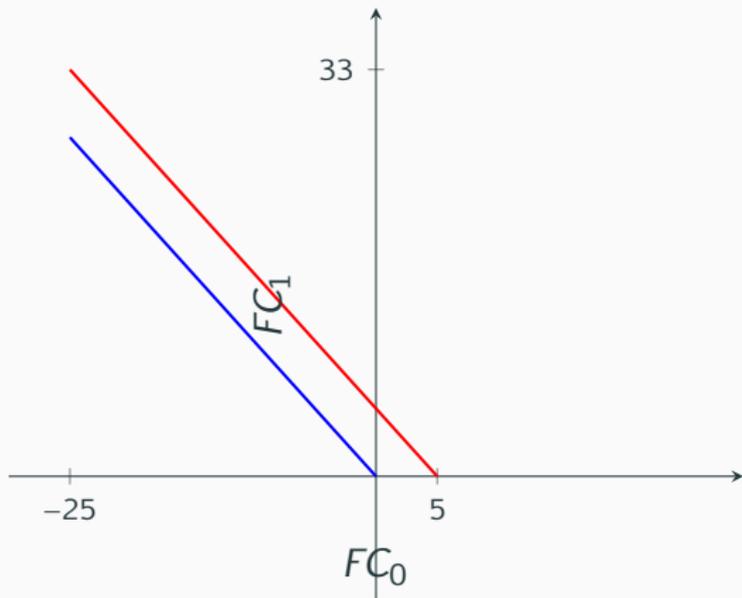
- Os acionistas precisam de R\$25 mil para dar início a uma empresa;
- A taxa de juros é de 10% ao ano;
- Existe um projeto de investimento que fará com que, em um ano, a empresa gere um caixa de R\$33 mil;
- Então, o valor presente líquido da empresa para os acionistas é

$$VPL = \frac{33}{1 + 0,1} - 25 = 5.$$

uma empresa como um projeto



uma empresa como um projeto



efeito de uma diferença entre a taxa de juros para o devedor e a taxa de juros para o credor.

r é a taxa de juros recebida pelo credor.

efeito de uma diferença entre a taxa de juros para o devedor e a taxa de juros para o credor.

r é a taxa de juros recebida pelo credor.

i é a taxa de juros paga pelo devedor.

efeito de uma diferença entre a taxa de juros para o devedor e a taxa de juros para o credor.

r é a taxa de juros recebida pelo credor.

i é a taxa de juros paga pelo devedor.

w_0 renda no ano 0.

efeito de uma diferença entre a taxa de juros para o devedor e a taxa de juros para o credor.

r é a taxa de juros recebida pelo credor.

i é a taxa de juros paga pelo devedor.

w_0 renda no ano 0.

c_1 consumo no ano 1.

efeito de uma diferença entre a taxa de juros para o devedor e a taxa de juros para o credor.

r é a taxa de juros recebida pelo credor.

i é a taxa de juros paga pelo devedor.

w_0 renda no ano 0.

c_1 consumo no ano 1.

c_0 consumo no ano 0.

efeito de uma diferença entre a taxa de juros para o devedor e a taxa de juros para o credor.

r é a taxa de juros recebida pelo credor.

i é a taxa de juros paga pelo devedor.

w_0 renda no ano 0.

c_1 consumo no ano 1.

c_0 consumo no ano 0.

w_1 renda no ano 1.

efeito de uma diferença entre a taxa de juros para o devedor e a taxa de juros para o credor.

r é a taxa de juros recebida pelo credor.

i é a taxa de juros paga pelo devedor.

w_0 renda no ano 0.

c_1 consumo no ano 1.

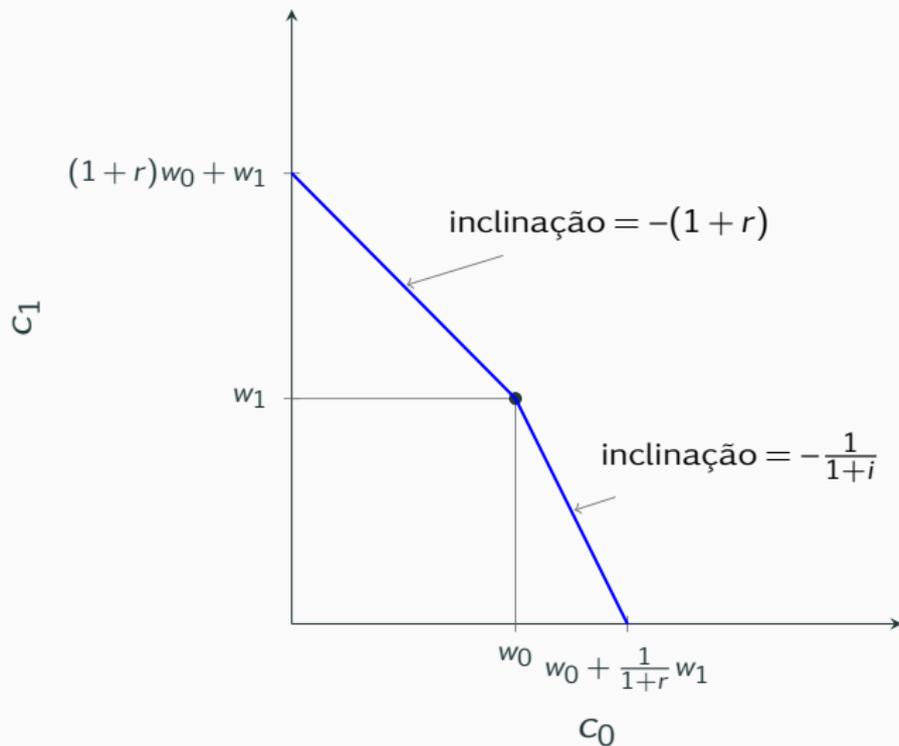
c_0 consumo no ano 0.

w_1 renda no ano 1.

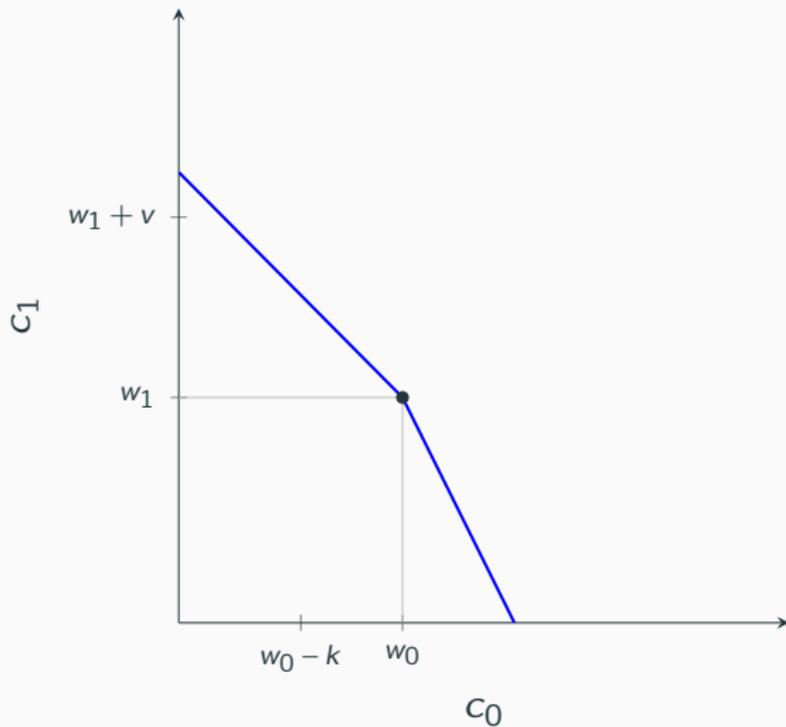
Possibilidades de consumo:

$$\begin{cases} c_0 + \frac{c_1}{1+r} = w_0 + \frac{w_1}{1+r} & \text{caso } c_0 \leq w_0 \\ c_0 + \frac{c_1}{1+i} = w_0 + \frac{w_1}{1+i} & \text{caso } c_0 \geq w_0 \end{cases}$$

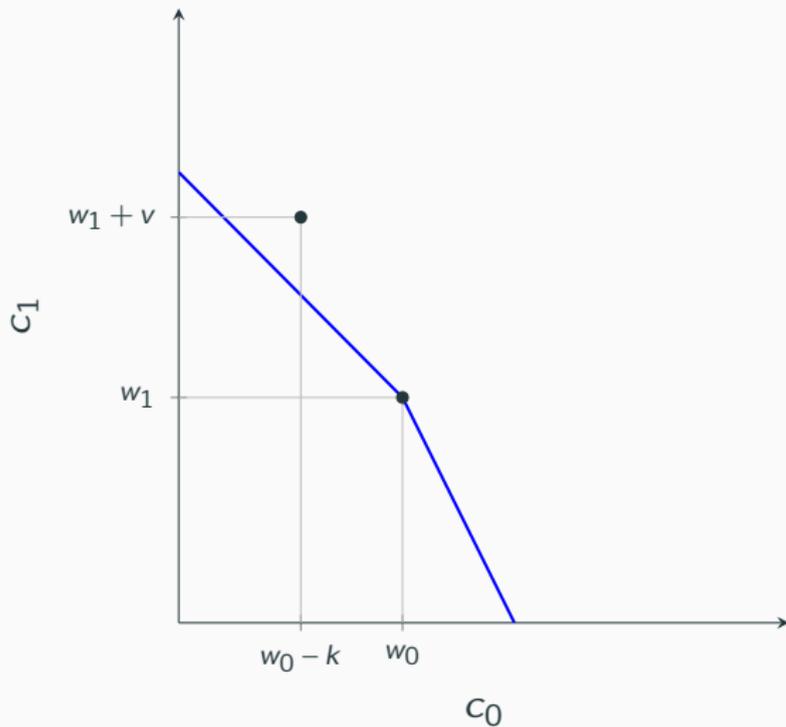
ilustração gráfica



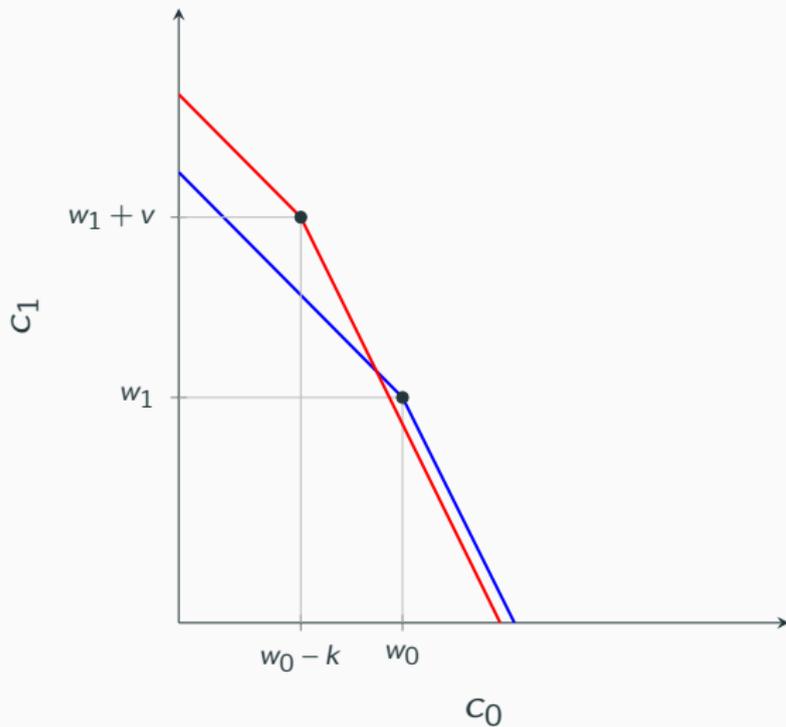
decisão de investimento



decisão de investimento



decisão de investimento



multiplos períodos

capitalização

Se r é a taxa de juros cobrada pelo empréstimo de um ano, então,

- Se alguém empresta um valor k no ano 0, no ano 1 receberá $k(1 + r)$.

capitalização

Se r é a taxa de juros cobrada pelo empréstimo de um ano, então,

- Se alguém empresta um valor k no ano 0, no ano 1 receberá $k(1 + r)$.
- Se essa pessoa empresta esse valor recebido no ano 1, no ano 2 receberá $k(1 + r)(1 + r) = k(1 + r)^2$.

capitalização

Se r é a taxa de juros cobrada pelo empréstimo de um ano, então,

- Se alguém empresta um valor k no ano 0, no ano 1 receberá $k(1 + r)$.
- Se essa pessoa empresta esse valor recebido no ano 1, no ano 2 receberá $k(1 + r)(1 + r) = k(1 + r)^2$.
- Se ela empresta esse valor por mais um ano, ao final do terceiro ano, receberá $k(1 + r)^3$.

capitalização

Se r é a taxa de juros cobrada pelo empréstimo de um ano, então,

- Se alguém empresta um valor k no ano 0, no ano 1 receberá $k(1 + r)$.
- Se essa pessoa empresta esse valor recebido no ano 1, no ano 2 receberá $k(1 + r)(1 + r) = k(1 + r)^2$.
- Se ela empresta esse valor por mais um ano, ao final do terceiro ano, receberá $k(1 + r)^3$.
- Se ela continuar a fazer isso até o ano t , obterá, nesse ano, $k(1 + r)^t$.

capitalização

Se r é a taxa de juros cobrada pelo empréstimo de um ano, então,

- Se alguém empresta um valor k no ano 0, no ano 1 receberá $k(1 + r)$.
- Se essa pessoa empresta esse valor recebido no ano 1, no ano 2 receberá $k(1 + r)(1 + r) = k(1 + r)^2$.
- Se ela empresta esse valor por mais um ano, ao final do terceiro ano, receberá $k(1 + r)^3$.
- Se ela continuar a fazer isso até o ano t , obterá, nesse ano, $k(1 + r)^t$.
- Ao final de cada ano, os juros recebidos no ano anterior são transformados em capital de um novo empréstimo (capitalizados) e passam a render, eles mesmos, juros.

relação entre juros de empréstimos com prazos diferentes:

Se a taxa de juros de empréstimos anuais é constante e igual a r , qual deve ser o juro por R\$ emprestado para um empréstimo de t anos?

relação entre juros de empréstimos com prazos diferentes — exemplo:

Suponha que para cada R\$ emprestado no ano zero o mercado pague, no ano 2 $v > (1 + r)^2$. Nesse caso, é possível fazer dinheiro no ano 2 da seguinte maneira:

- No ano 0 contraímos um empréstimo de R\$1 pelo prazo de 1 ano e emprestamos esse valor pelo prazo de 2 anos;

relação entre juros de empréstimos com prazos diferentes — exemplo:

Suponha que para cada R\$ emprestado no ano zero o mercado pague, no ano 2 $v > (1 + r)^2$. Nesse caso, é possível fazer dinheiro no ano 2 da seguinte maneira:

- No ano 0 contraímos um empréstimo de R\$1 pelo prazo de 1 ano e emprestamos esse valor pelo prazo de 2 anos;
- No ano 1 contraímos um empréstimo de $1 + r$ reais, os quais usamos integralmente para pagar o empréstimo anterior.

relação entre juros de empréstimos com prazos diferentes — exemplo:

Suponha que para cada R\$ emprestado no ano zero o mercado pague, no ano 2 $v > (1 + r)^2$. Nesse caso, é possível fazer dinheiro no ano 2 da seguinte maneira:

- No ano 0 contraímos um empréstimo de R\$1 pelo prazo de 1 ano e emprestamos esse valor pelo prazo de 2 anos;
- No ano 1 contraímos um empréstimo de $1 + r$ reais, os quais usamos integralmente para pagar o empréstimo anterior.
- No ano 2 recebemos o valor v devido por nosso devedor. Com parte desse valor, $(1 + r)^2$, pagamos o que devemos do empréstimo contraído no ano 1. O restante, $v - (1 + r)^2$ é ganho líquido.

relação entre juros de empréstimos com prazos diferentes — exemplo:

Suponha que para cada R\$ emprestado no ano zero o mercado pague, no ano 2 $v < (1 + r)^2$. Nesse caso, é possível fazer dinheiro no ano 2 da seguinte maneira:

- No ano 0, contraímos um empréstimo de R\$1 pelo prazo de 2 anos e emprestamos esse valor pelo prazo de 1 ano;

relação entre juros de empréstimos com prazos diferentes — exemplo:

Suponha que para cada R\$ emprestado no ano zero o mercado pague, no ano 2 $v < (1 + r)^2$. Nesse caso, é possível fazer dinheiro no ano 2 da seguinte maneira:

- No ano 0, contraímos um empréstimo de R\$1 pelo prazo de 2 anos e emprestamos esse valor pelo prazo de 1 ano;
- No ano 1, recebemos $1 + r$ reais advindos do valor emprestado no ano anterior e emprestamos por mais um ano.

relação entre juros de empréstimos com prazos diferentes — exemplo:

Suponha que para cada R\$ emprestado no ano zero o mercado pague, no ano 2 $v < (1 + r)^2$. Nesse caso, é possível fazer dinheiro no ano 2 da seguinte maneira:

- No ano 0, contraímos um empréstimo de R\$1 pelo prazo de 2 anos e emprestamos esse valor pelo prazo de 1 ano;
- No ano 1, recebemos $1 + r$ reais advindos do valor emprestado no ano anterior e emprestamos por mais um ano.
- Como pagamento desse empréstimo, recebemos, no ano 2 $(1 + r)^2$ reais com os quais pagamos o valor v do empréstimo obtido no ano 0, ficando com um ganho líquido de $(1 + r)^2 - v$.

relação entre juros de empréstimos com prazos diferentes — conclusão:

Se a taxa de juros anual é constante e igual a r , então

1. O valor cobrado por R\$ emprestado pelo período de 2 anos deverá ser de $(1 + r)^2$ reais;

relação entre juros de empréstimos com prazos diferentes — conclusão:

Se a taxa de juros anual é constante e igual a r , então

1. O valor cobrado por R\$ emprestado pelo período de 2 anos deverá ser de $(1 + r)^2$ reais;
2. de um modo mais geral, o valor cobrado por R\$ emprestado no período de t anos deverá ser igual a $(1 + r)^t$ reais.

relação entre juros de empréstimos com prazos diferentes — conclusão:

Se a taxa de juros anual é constante e igual a r , então

1. O valor cobrado por R\$ emprestado pelo período de 2 anos deverá ser de $(1 + r)^2$ reais;
2. de um modo mais geral, o valor cobrado por R\$ emprestado no período de t anos deverá ser igual a $(1 + r)^t$ reais.
3. Dizemos que um empréstimo de t anos que cobra $(1 + r)^t$ reais por real emprestado tem taxa de juros anuais compostos igual a r . Esse empréstimo paga tanto quanto o credor obteria se fizesse t empréstimos anuais sucessivos à taxa de juros r .

juros compostos exemplo 1:

Maria contraiu um empréstimo de R\$1000,00 com uma taxa de juros compostos de 10% ao ano a ser pago integralmente ao final de cinco anos. Quanto Maria deverá pagar nessa data?

juros compostos exemplo 1:

Maria contraiu um empréstimo de R\$1000,00 com uma taxa de juros compostos de 10% ao ano a ser pago integralmente ao final de cinco anos. Quanto Maria deverá pagar nessa data? Resposta:

$$1000 \times (1,1)^5 = \text{R}\$1276,28$$

juros compostos exemplo 2:

João contraiu um empréstimo no valor de R\$1000,00, que deverá ser liquidado em pagamento único daqui a três anos no valor de R\$1225,041. Qual a taxa anual de juros compostos desse empréstimo?

juros compostos exemplo 2:

João contraiu um empréstimo no valor de R\$1000,00, que deverá ser liquidado em pagamento único daqui a três anos no valor de R\$1225,041. Qual a taxa anual de juros compostos desse empréstimo?

Resposta:

$$1000 \times (1 + r)^3 = 1225,041$$

juros compostos exemplo 2:

João contraiu um empréstimo no valor de R\$1000,00, que deverá ser liquidado em pagamento único daqui a três anos no valor de R\$1225,041. Qual a taxa anual de juros compostos desse empréstimo?

Resposta:

$$1000 \times (1 + r)^3 = 1225,041 \Rightarrow 1 + r = \sqrt[3]{1,225041}$$

juros compostos exemplo 2:

João contraiu um empréstimo no valor de R\$1000,00, que deverá ser liquidado em pagamento único daqui a três anos no valor de R\$1225,041. Qual a taxa anual de juros compostos desse empréstimo?

Resposta:

$$1000 \times (1 + r)^3 = 1225,041 \Rightarrow 1 + r = \sqrt[3]{1,225041}$$

$$1 + r = 1,07$$

juros compostos exemplo 2:

João contraiu um empréstimo no valor de R\$1000,00, que deverá ser liquidado em pagamento único daqui a três anos no valor de R\$1225,041. Qual a taxa anual de juros compostos desse empréstimo?

Resposta:

$$1000 \times (1 + r)^3 = 1225,041 \Rightarrow 1 + r = \sqrt[3]{1,225041}$$

$$1 + r = 1,07 \Rightarrow r = 7\%.$$

valor futuro.

Definição

O *valor futuro*, no período T , de uma determinada quantia de dinheiro k disponível no período $t < T$, calculado à taxa de juros r , é o valor que essa quantia atingirá caso seja emprestada à taxa de juros r até o período t :

$$VF = k(1 + r)^{T-t}.$$

valor futuro.

Definição

O *valor futuro*, no período T , de uma determinada quantia de dinheiro k disponível no período $t < T$, calculado à taxa de juros r , é o valor que essa quantia atingirá caso seja emprestada à taxa de juros r até o período t :

$$VF = k(1 + r)^{T-t}.$$

Exemplo

O valor futuro de R\$1000 disponíveis no período zero, calculado para o período 2, à taxa de juros de 10% é

$$VF = 1000 \times (1 + 0,1)^2 = \text{R}\$1210.$$

Definição

O *valor presente*, à taxa de juros r , de uma determinada quantia de dinheiro v disponível no período t é o valor que, aplicado no período 0 à taxa de juros r gera, no período t , o valor futuro v :

$$VP(1+r)^t = v \Rightarrow VP = \frac{v}{(1+r)^t}$$

valor presente

Definição

O *valor presente*, à taxa de juros r , de uma determinada quantia de dinheiro v disponível no período t é o valor que, aplicado no período 0 à taxa de juros r gera, no período t , o valor futuro v :

$$VP(1+r)^t = v \Rightarrow VP = \frac{v}{(1+r)^t}$$

Exemplo

O valor presente de R\$1210 disponíveis daqui a dois anos, considerando-se uma taxa de juros de 10% a.a. é

$$VP = \frac{1210}{(1+0,1)^2} = \text{R\$}1000.$$

valor presente líquido

Definição

O *valor presente líquido* de um fluxo de caixa C_0, C_1, \dots, C_T é a soma dos valores presentes de cada um de seus componentes:

$$VPL = C_0 + \frac{C_1}{(1+r)} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C_T}{(1+r)^T} = \sum_{t=0}^T \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

valor presente líquido

Definição

O *valor presente líquido* de um fluxo de caixa C_0, C_1, \dots, C_T é a soma dos valores presentes de cada um de seus componentes:

$$VPL = C_0 + \frac{C_1}{(1+r)} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C_T}{(1+r)^T} = \sum_{t=0}^T \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

Exemplo

Se a taxa de juros é de 10% ao ano, o valor presente líquido de um projeto que prevê uma saída de caixa inicial de R\$100 seguida de uma entrada de caixa de R\$60 ao final de um ano e outra entrada de caixa de R\$65 ao final de dois anos é

$$VPL = -100 + \frac{60}{1,1} + \frac{65}{1,1^2} = 8,264463.$$

anuidades

Qual o valor presente de um fluxo de caixa que paga, por T anos, o valor C ao final de cada ano?

anuidades

Qual o valor presente de um fluxo de caixa que paga, por T anos, o valor C ao final de cada ano?

$$VP = C \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^T} \right].$$

anuidades

Qual o valor presente de um fluxo de caixa que paga, por T anos, o valor C ao final de cada ano?

$$VP = C \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^T} \right].$$

Qual é o valor futuro (no ano T) desse mesmo fluxo de caixa?

anuidades

Qual o valor presente de um fluxo de caixa que paga, por T anos, o valor C ao final de cada ano?

$$VP = C \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^T} \right].$$

Qual é o valor futuro (no ano T) desse mesmo fluxo de caixa?

$$VF = C \frac{(1+r)^T - 1}{r}$$

exemplo

Seu filho acaba de nascer. A cada aniversário dele, você pretende depositar um determinado valor em uma aplicação que rende 10% ao ano. Quando ele fizer 18 anos, você espera obter o suficiente para pagar sua faculdade que você imagina que deve custar R\$30 000 por ano por quatro anos. Quanto você deve depositar a cada aniversário de seu filho.

anuidades com pagamentos crescentes

Qual o valor presente de um fluxo de caixa com pagamento inicial C e fluxos anuais com crescimento a uma taxa anual g ?

$$VP = C \frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+r}\right)^T}{r-g}.$$

perpetuidades

Qual o valor presente de um fluxo de caixa que paga, até o final dos tempos, anualmente o valor C ?

Qual o valor presente de um fluxo de caixa que paga, até o final dos tempos, anualmente o valor C ?

$$VP = \frac{C}{r}.$$

perpetuidades crescentes

Qual o valor presente de um título que paga daqui a um ano o valor C e a cada ano seguinte o valor do ano anterior acrescido de uma taxa $g < r$?

perpetuidades crescentes

Qual o valor presente de um título que paga daqui a um ano o valor C e a cada ano seguinte o valor do ano anterior acrescido de uma taxa $g < r$?

$$VP = \frac{C}{r - g}$$

extensões

período de capitalização

- Se um empréstimo de t anos paga tanto quanto o credor obteria caso fizesse t empréstimos anuais sucessivos com a taxa de juros anual r , dizemos que esse empréstimo apresenta taxa de juros compostos *com capitalização anual* iguais a r .

período de capitalização

- Se um empréstimo de t anos paga tanto quanto o credor obteria caso fizesse t empréstimos anuais sucessivos com a taxa de juros anual r , dizemos que esse empréstimo apresenta taxa de juros compostos *com capitalização anual* iguais a r .
- Se um empréstimo de t anos paga tanto quanto o credor obteria caso fizesse $12 \times t$ empréstimos mensais sucessivos com a taxa de juros mensal r , dizemos que esse empréstimo apresenta taxa de juros compostos *com capitalização mensal* iguais a r .

diferentes formas de expressar uma taxa de juros: exemplos

- $r = \frac{1\%}{\text{mês}}$

diferentes formas de expressar uma taxa de juros: exemplos

- $r = \frac{1\%}{\text{mês}} = \frac{1\%}{\text{ano}/12}$

diferentes formas de expressar uma taxa de juros: exemplos

- $r = \frac{1\%}{\text{mês}} = \frac{1\%}{\text{ano}/12} = \frac{12\%}{\text{ano}}$
- $r = \frac{6\%}{\text{ano}}$

diferentes formas de expressar uma taxa de juros: exemplos

- $r = \frac{1\%}{\text{mês}} = \frac{1\%}{\text{ano}/12} = \frac{12\%}{\text{ano}}$
- $r = \frac{6\%}{\text{ano}} = \frac{6\%}{12 \text{ meses}}$

diferentes formas de expressar uma taxa de juros: exemplos

- $r = \frac{1\%}{\text{mês}} = \frac{1\%}{\text{ano}/12} = \frac{12\%}{\text{ano}}$
- $r = \frac{6\%}{\text{ano}} = \frac{6\%}{12 \text{ meses}} = \frac{0,5\%}{\text{mês}}$
- A unidade de tempo na qual a taxa de juros é expressa não necessariamente coincide com a periodicidade de capitalização dos juros.

exemplo.

Qual será a rentabilidade anual de um empréstimo de R\$100 que cobra uma taxa de juros de 6% ao ano com capitalização mensal?

$$VF = 100 \times \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12} = 106,167781.$$

Portanto a rentabilidade anual é de 6,167781%. No nosso exemplo, dizemos que 6% é a taxa de juros cotada do empréstimo e que 6,167781% é a taxa de juros anual efetiva ou a rentabilidade efetiva (ou, do ponto de vista do devedor, taxa de custo efetivo) do empréstimo.

taxa efetiva: fórmula

Um investimento de um ano do valor C com m capitalizações (m é a frequência de composição) e taxa de juros expressa em anos igual a r gera uma riqueza ao final de um ano igual a

$$C \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m .$$

A rentabilidade anual efetiva desse investimento é, portanto,

$$\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1.$$

exemplo: relação entre frequência de composição e taxa anual efetiva para uma taxa de juros cotada de 12% a.a.

Tipo de Composição	Frequência de composição	Taxa anual efetiva de juros
Anual	1	0,12

exemplo: relação entre frequência de composição e taxa anual efetiva para uma taxa de juros cotada de 12% a.a.

Tipo de Composição	Frequência de composição	Taxa anual efetiva de juros
Anual	1	0,12
Semestral	2	0,1236

exemplo: relação entre frequência de composição e taxa anual efetiva para uma taxa de juros cotada de 12% a.a.

Tipo de Composição	Frequência de composição	Taxa anual efetiva de juros
Anual	1	0,12
Semestral	2	0,1236
Quadrimestral	3	0,124864

exemplo: relação entre frequência de composição e taxa anual efetiva para uma taxa de juros cotada de 12% a.a.

Tipo de Composição	Frequência de composição	Taxa anual efetiva de juros
Anual	1	0,12
Semestral	2	0,1236
Quadrimestral	3	0,124864
Trimestral	4	0,125509

exemplo: relação entre frequência de composição e taxa anual efetiva para uma taxa de juros cotada de 12% a.a.

Tipo de Composição	Frequência de composição	Taxa anual efetiva de juros
Anual	1	0,12
Semestral	2	0,1236
Quadrimestral	3	0,124864
Trimestral	4	0,125509
Bimestral	6	0,126162

exemplo: relação entre frequência de composição e taxa anual efetiva para uma taxa de juros cotada de 12% a.a.

Tipo de Composição	Frequência de composição	Taxa anual efetiva de juros
Anual	1	0,12
Semestral	2	0,1236
Quadrimestral	3	0,124864
Trimestral	4	0,125509
Bimestral	6	0,126162
Mensal	12	0,126825

exemplo: relação entre frequência de composição e taxa anual efetiva para uma taxa de juros cotada de 12% a.a.

Tipo de Composição	Frequência de composição	Taxa anual efetiva de juros
Anual	1	0,12
Semestral	2	0,1236
Quadrimestral	3	0,124864
Trimestral	4	0,125509
Bimestral	6	0,126162
Mensal	12	0,126825
Diária	365	0,127475

composição por vários anos.

Se a taxa de juros anual cotada é r e a frequência de composição é m , ao emprestar o valor C por T anos, obtém-se, ao final desses anos um valor igual a

$$C \times \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mT} .$$

exemplo:

Quanto se obtém ao final de 10 anos de um investimento inicial de R\$100 com taxa de juros cotada a 10% ao ano com capitalização mensal?

exemplo:

Quanto se obtém ao final de 10 anos de um investimento inicial de R\$100 com taxa de juros cotada a 10% ao ano com capitalização mensal?

$$100 \times \left(1 + \frac{0,10}{12}\right)^{10 \times 12} = 270,704149.$$

capitalização contínua

À medida em que a frequência de capitalização aumenta o valor devido ao final de um empréstimo de valor C com taxa de juros cotada r e prazo T se aproxima cada vez mais de

$$C \times \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{m \times T} = Ce^{rT}$$

em que e é um número real conhecido como *constante de Euler* cujo valor aproximado é 2,718282.

exemplo

Qual o valor presente de um título que paga R\$1000 daqui a 4 anos considerando-se uma taxa de juros de 8% ao ano com capitalização contínua?

Qual o valor presente de um título que paga R\$1000 daqui a 4 anos considerando-se uma taxa de juros de 8% ao ano com capitalização contínua?

$$VP \times e^{0,08 \times 4} = 1000$$

exemplo

Qual o valor presente de um título que paga R\$1000 daqui a 4 anos considerando-se uma taxa de juros de 8% ao ano com capitalização contínua?

$$VP \times e^{0,08 \times 4} = 1000 \Rightarrow VP = \frac{1000}{e^{0,32}} \approx 1377,127764$$

exemplo:

Um título comprado pelo valor de R\$1000 deverá pagar R\$1210 em dois anos. Determine a taxa de juros desse título pressupondo:

1. Capitalização anual.

exemplo:

Um título comprado pelo valor de R\$1000 deverá pagar R\$1210 em dois anos. Determine a taxa de juros desse título pressupondo:

1. Capitalização anual.
2. Capitalização semestral.

exemplo:

Um título comprado pelo valor de R\$1000 deverá pagar R\$1210 em dois anos. Determine a taxa de juros desse título pressupondo:

1. Capitalização anual.
2. Capitalização semestral.
3. Capitalização trimestral.

exemplo:

Um título comprado pelo valor de R\$1000 deverá pagar R\$1210 em dois anos. Determine a taxa de juros desse título pressupondo:

1. Capitalização anual.
2. Capitalização semestral.
3. Capitalização trimestral.
4. Capitalização mensal.

exemplo:

Um título comprado pelo valor de R\$1000 deverá pagar R\$1210 em dois anos. Determine a taxa de juros desse título pressupondo:

1. Capitalização anual.
2. Capitalização semestral.
3. Capitalização trimestral.
4. Capitalização mensal.
5. Capitalização contínua.