Teoria do Consumidor: Equilíbrio e demanda

Roberto Guena de Oliveira

4 de Outubro de 2022

Estrutura geral da aula

Parte 1: Restrição orçamentária

Parte 2: Equilíbrio

Parte 3: Demanda

Parte I

Restrição orçamentária

Restrição orçamentária

Homogeneidade de grau zero da restrição orçamentária

Restrição orçamentária

Homogeneidade de grau zero da restrição orçamentária

Notação:

$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_L)$: elemento genérico de $\mathbb{X}$;

$\mathbf{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_L)$: vetor de preços;

m: renda da consumidora;

Restrição orçamentária

O valor da cesta de bens escolhida não pode ultrapassar a renda monetária:

$$p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_Lx_L \leq m,$$

ou

$$\sum_{i=1}^{L} p_i x_i \leq m,$$

ou ainda,

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \leq m.$$

Conjunto e linha de restrição orçamentária

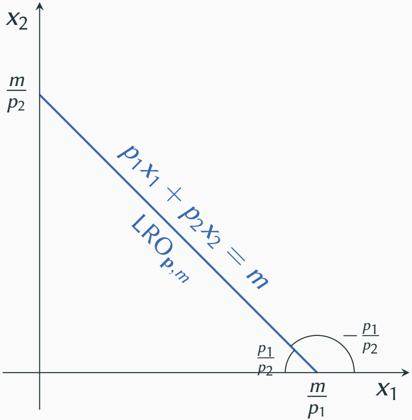
Conjunto de restrição orçamentária (*B*)
é o conjunto das cestas de bens compatíveis com a restrição orçamentária:

$$\mathrm{B}_{\mathbf{p},\mathrm{m}} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{X} : \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \leq m\}.$$

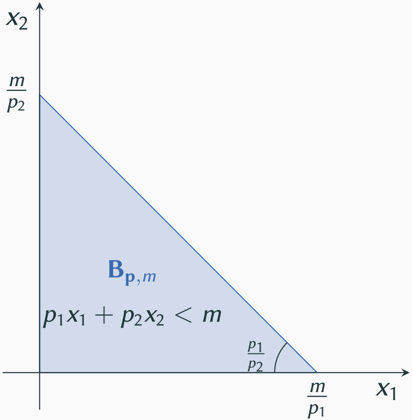
Linha de restrição orçamentária (LRO)
É o conjunto das cestas de bens que atendem a restrição orçamentária com igualdade:

$$\mathrm{LRO}_{\mathbf{p},m} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{X} : \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} = m\}.$$

LRO: representação gráfica para $\mathbb{X} = \mathbb{R}^2_+$

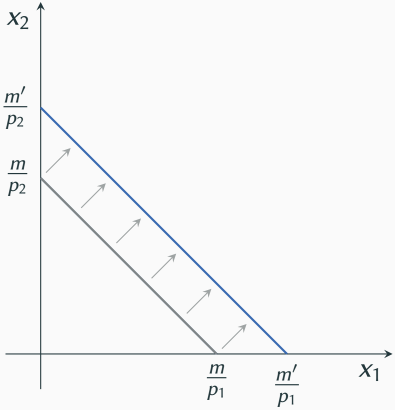


$B_{\mathbf{p},m}$: representação gráfica para $\mathbb{X} = \mathbb{R}^2_+$

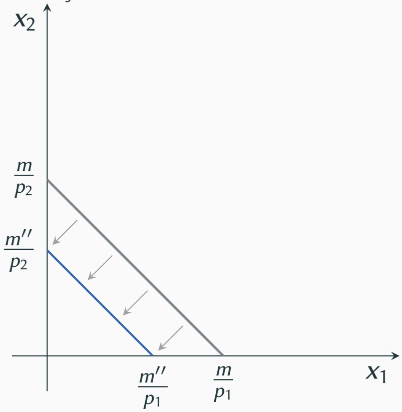


LRO: efeito de variações na renda

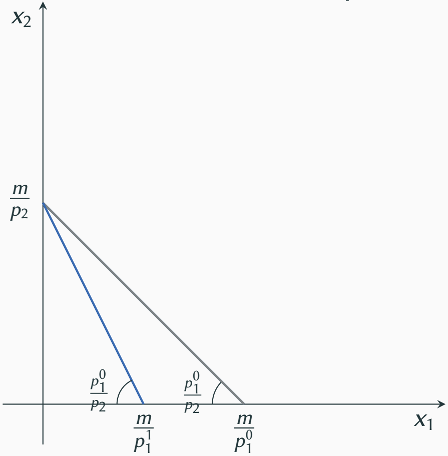
Aumento de renda



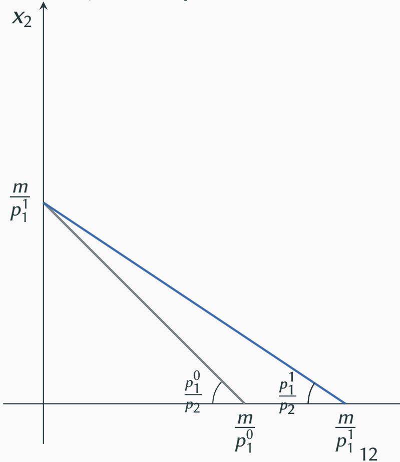
Redução na renda



Efeito de um aumento em p_1

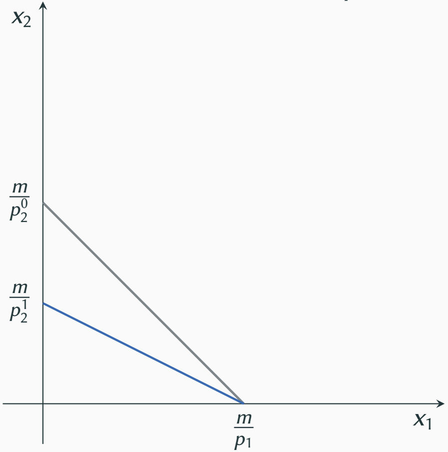


Efeito de uma redução em p_1

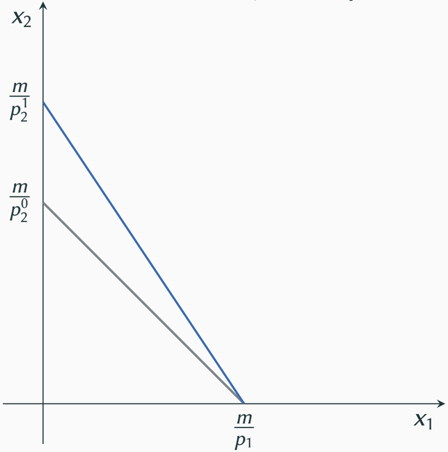


LRO: efeito de variações em p_2

Efeito de um aumento em p_2



Efeito de uma redução em p_2



Renda como valor de uma dotação inicial

Por vezes, é adequado modelar

$$m = \mathbf{p} \cdot \mathbf{w}$$

em que $\mathbf{w}$ é chamada dotação inicial da consumidora.

Nesse caso, a restrição orçamentária pode ser reescrita como:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_L x_L \leq p_1 w_1 + p_2 w_2 + \cdots + p_L w_L$$

ou, mais sucintamente,

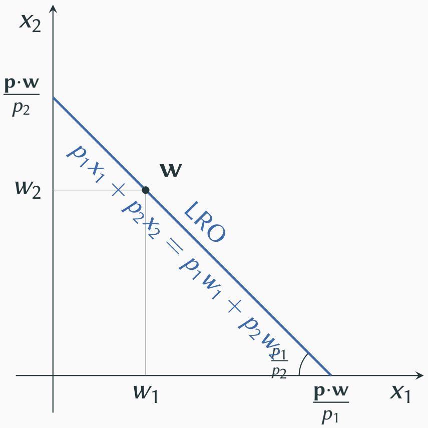
$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{p} \leq \mathbf{p} \cdot \mathbf{w}.$$

Renda como valor de uma dotação inicial: consequências

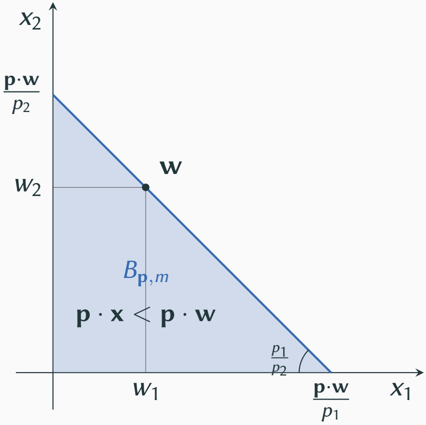
A linha de restrição orçamentária sempre passa sobre a dotação inicial.

Alterações nos preços afetam não apenas os preços relativos, mas a renda.

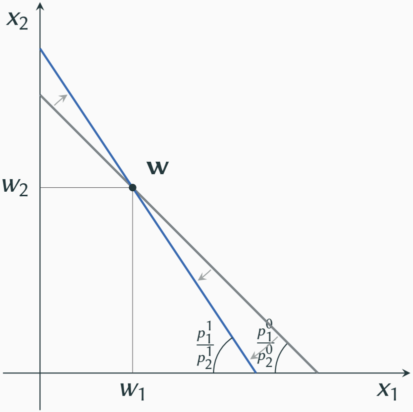
LRO com dotação inicial



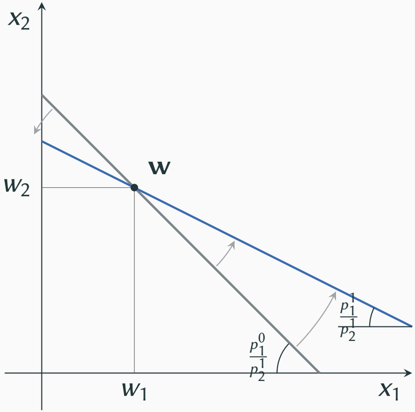
CRO com dotação inicial



LRO com dotação inicial: efeito de uma elevação em p_1/p_2



LRO com dotação inicial: efeito de uma redução em p_1/p_2



Homogeneidade de grau zero da restrição orçamentária

Homogeneidade de grau zero do CRO

Para qualquer $\alpha > 0$, se

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_n x_L \leq m$$

então

$$\alpha p_1 x_1 + \alpha p_2 x_2 + \cdots + \alpha p_n x_L \leq \alpha m.$$

Mais sucintamente, se $\alpha > 0$,

$$\alpha \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \leq \alpha m \text{ se, e somente se, } \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \leq m$$

Portanto, para qualquer $\alpha > 0$,

$$B_{\alpha \mathbf{p}, \alpha m} = B_{\mathbf{p}, m}.$$

Por essa razão, dizemos que $B_{p,m}$ é homogêneo de grau zero em relação a preços e renda.

Homogeneidade de grau zero da LRO

Para qualquer $\alpha > 0$, se

$$p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_Lx_L = m$$

então

$$\alpha p_1x_1 + \alpha p_2x_2 + \cdots + \alpha p_Lx_L = \alpha m.$$

Mais sucintamente, se $\alpha > 0$,

$$\alpha \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} = \alpha m \text{ se, e somente se, } \mathbf{p} \cdot \mathbf{x} = m$$

Portanto, para qualquer $\alpha > 0$,

$$LRO_{\alpha \mathbf{p}, \alpha m} = LRO_{\mathbf{p}, m}.$$

Por essa razão, dizemos que a LRO é homogênea de grau zero em realação a preços e renda.

Escolhendo um bem como unidade de conta

Fazendo $\alpha = \frac{1}{p_1}$,

$$B_{p_1,p_2,\ldots,m} = B_{1,\frac{p_2}{p_1},\ldots,\frac{p_L}{p_1},\frac{m}{p_1}}$$

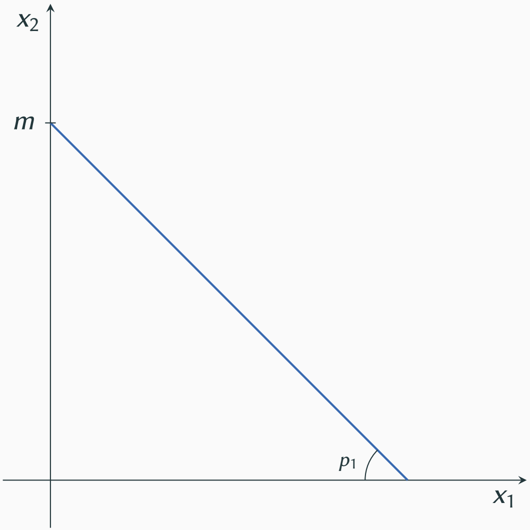
Façamos $\tilde{p}_i = \frac{p_i}{p_1}$, $i = 1, \ldots, L$, e $\tilde{m} = \frac{m}{p_1}$.

$$B_{p_1,p_2,\ldots,m} = B_{1,\tilde{p}_2,\ldots,\tilde{p}_L,\tilde{m}}$$

Assim, qualquer restrição orçamentária pode ser representada por um sistema de preços no qual a unidade de contas é um dos bens.

O bem usado como unidade de conta (no caso o bem 1) é chamado numéraire.

Linha de restrição orçamentária quando o bem 2 é o numéraire



Parte II

equilíbrio

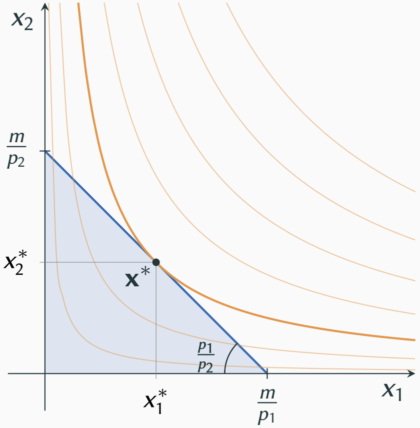
Equilíbrio: análise gráfica

Equilíbrio com L bens.

Equilíbrio: análise gráfica

Equilíbrio com L bens.

Solução interior



Propriedades da solução interior

Assumindo não saciedade local, o equilíbrio ocorre na linha de restrição orçamentária:

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m.$$

Condição de tangência: se a solução é interior ($x_1^*, x_2^* > 0$), e a *TMS* é definida, então

$$|TMS(\mathbf{x}^*)| = \frac{UMg_1(\mathbf{x}^*)}{UMg_2(\mathbf{x}^*)} = \frac{p_1}{p_2}.$$

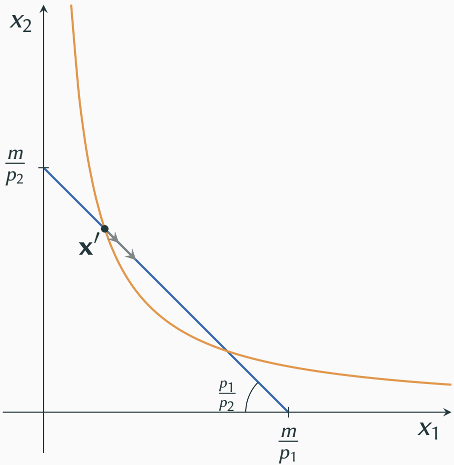
Interpretação $|TMS| > p_1/p_2$

$|TMS|$ unidades do bem 2 que a consumidora está disposta a deixar de consumir para consumir uma unidade adicional do bem 1.

$\dfrac{p_1}{p_2}$ unidades do bem 2 que a consumidora precisa deixar de consumir para poder comprar uma unidade adicional do bem 1.

Se $|TMS| > \frac{p_1}{p_2}$, para consumir uma unidade adicional do bem 1 a consumidora precisa abrir mão de uma quantidade de consumo do bem 2 inferior à quantidade da qual está disposta a abrir mão.

Interpretação: $|TMS| > p_1/p_2$



Na cesta $(x)'$, $|TMS| > p_1/p_2$. A consumidora pode atingir uma curva de indiferença mais elevada escolhendo uma cesta de bens sobre a linha de restrição orçamentária mais à direita.

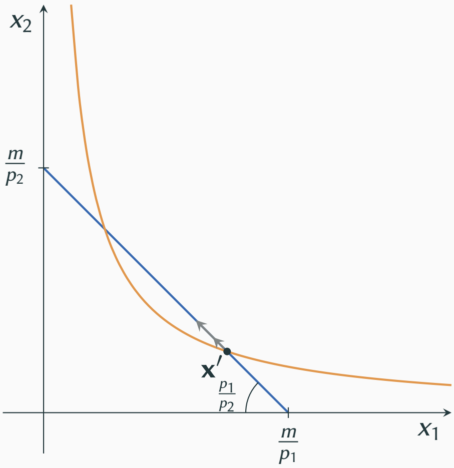
Interpretação: $|TMS| < p_1/p_2$

$|TMS|$ quantidade mínima do bem 2 que a consumidora aceita em troca da redução de um unidade de consumo do bem 1.

$\dfrac{p_1}{p_2}$ unidades adicionais do bem 2 que a consumidora pode adquirir caso reduza o consumo do bem 1 de uma unidade.

Se $|TMS| < \frac{p_1}{p_2}$, ao deixar de consumir uma unidade do bem 1, a consumidora poderá adquirir uma quantidade do bem 2 superior à que seria necessária para compensá-la pela redução no consumo do bem 1.

Interpretação: $|TMS| < p_1/p_2$



Na cesta $(x)'$, $|TMS| > p_1/p_2$. A consumidora pode atingir uma curva de indiferença mais elevada escolhendo uma cesta de bens sobre a linha de restrição orçamentária mais à esquerda.

Utilidade marginal do gasto

$\frac{UMg_i}{p_i}$ indica de quanto cresce a utilidade da consumidora por unidade monetária em virtude de um pequeno aumento no gasto com a aquisição desse bem aquisição do bem i. Essa taxa é chamada utilidade marginal do gasto com o bem i.

Condição de equilíbrio reinterpretada

Condição de tangência:

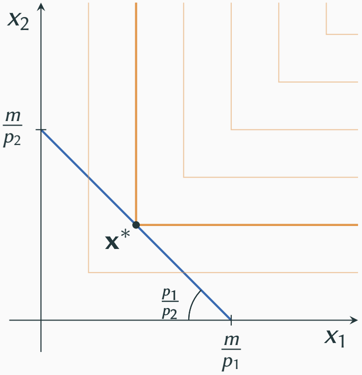
$$|\mathrm{TMS}(\mathbf{x}^*)| = \frac{UMg_1(\mathbf{x}^*)}{UMg_2(\mathbf{x}^*)} = \frac{p_1}{p_2}$$

Rearranjando:

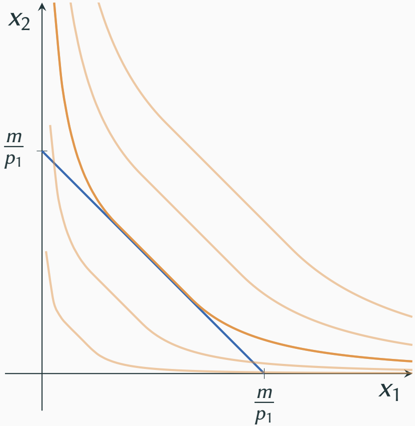
$$\frac{UMg_1(\mathbf{x}^*)}{p_1} = \frac{UMg_2(\mathbf{x}^*)}{p_2} = \lambda.$$

λ é chamada utilidade marginal da renda.

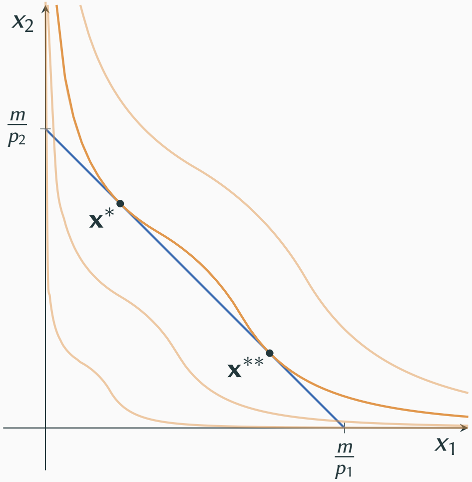
Casos mal comportados: *TMS* indefinida.



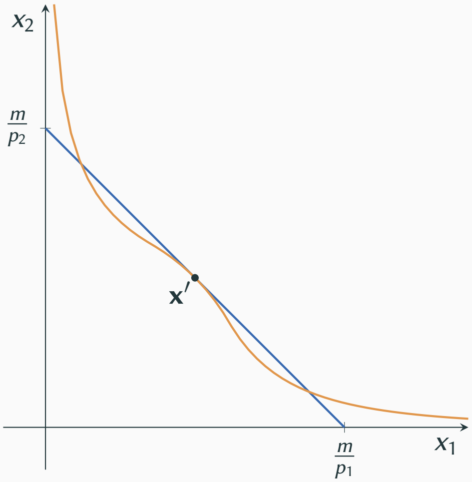
Casos mal comportados: infinitos equilíbrios



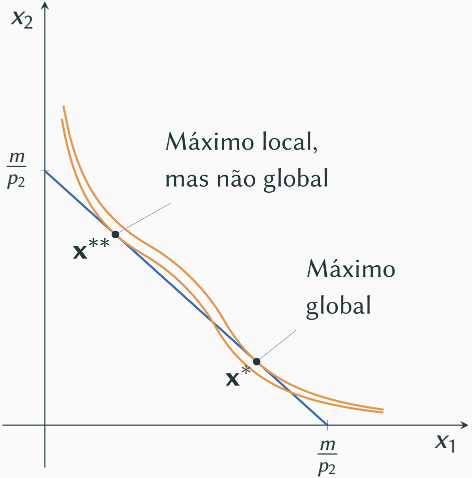
Casos mal comportados: múltiplos equilíbrios



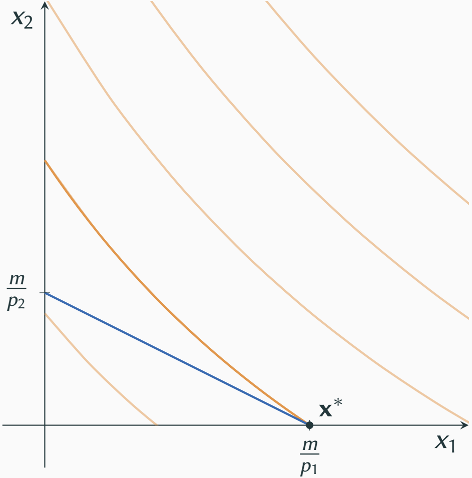
Casos mal comportados: ponto de mínimo



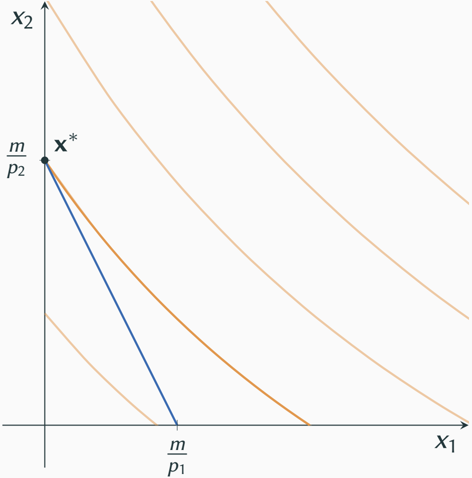
Casos mal comportados: máximos locais não globais



Casos mal comportados: solução de canto ($x_2^* = 0$)



Casos mal comportados: solução de canto ($x_1^* = 0$)



Solução de canto sobre o eixo horizontal

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m,$$

$$x_2^* = 0$$

$$|TMS(\mathbf{x}^*)| = \frac{UMg_1(\mathbf{x}^*)}{UMg_2(\mathbf{x}^*)} \geq \frac{p_1}{p_2}$$

$$\frac{UMg_2(\mathbf{x}^*)}{p_2} \leq \frac{UMg_1(\mathbf{x}^*)}{p_1} = \lambda.$$

Solução de canto sobre o eixo vertical

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m,$$
$$x_1^* = 0$$
$$|TMS(\mathbf{x}^*)| = \frac{UMg_1(\mathbf{x}^*)}{UMg_2(\mathbf{x}^*)} \leq \frac{p_1}{p_2}$$

Reescrevendo a última condição:

$$\frac{UMg_1(\mathbf{x}^*)}{p_1} \leq \frac{UMg_2(\mathbf{x}^*)}{p_2} = \lambda$$

Equilíbrio com L bens.

O problema de maximização de utilidade

Maximizar

$$U(\mathbf{x})$$

dadas as restrições

$$\begin{aligned} &\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} \leq m \\ &x_i \geq 0, \ i = 1, \ldots, L, \end{aligned}$$

Existência de solução

Se os preços e a renda são positivos e as preferências são contínuas, então o problema de maximização de utilidade tem solução.

Solução — condições de primeira ordem

O lagrangeano desse problema é

$$\mathscr{L} = U(\mathbf{x}) - \lambda(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - m) + \sum_{i=1}^{L} \mu_i x_i$$

Assumindo não saciedade local, as condições de primeira ordem são

$$UMg_i(\mathbf{x}^*) = \lambda^* p_i - \mu_i^*$$

com $\mu_i^* = 0$ caso $x_i^* > 0$ e $\mu_i^* > 0$ caso $x_i^* = 0$.

Solução — condições de primeira ordem

Se $x_i^* > 0$ e $x_j^* > 0$, então,

$$\frac{UMg_i(\mathbf{x}^*)}{p_i} = \lambda^* = \frac{UMg_j(\mathbf{x}^*)}{p_j},$$

ou ainda,

$$\frac{UMg_i(\mathbf{x}^*)}{UMg_j(\mathbf{x}^*)} = \frac{p_i}{p_j}.$$

Se $x_i^* = 0$ e $x_j^* > 0$, então,

$$\frac{UMg_i(\mathbf{x}^*)}{p_i} = \lambda^* - \frac{\mu_i^*}{p_i} \leq \lambda^* = \frac{UMg_j(\mathbf{x}^*)}{p_j},$$

ou ainda,

$$\frac{UMg_i(\mathbf{x}^*)}{UMg_j(\mathbf{x}^*)} \leq \frac{p_i}{p_j}.$$

Condição suficiente de segunda ordem

Se as preferências forem convexas então, as condições de máximo condicional de segunda ordem estão garantidas.

Ademais, se as preferências forem estritametne convexas, o equilíbrio será único.

Parte III

Demanda

Correspondência de demanda

Função que tem por argumentos o vetor de preços e a renda de uma consumidora e retorna o conjunto das cestas de equilíbrio dessa consumidora, ou seja, o conjunto das cestas de bens $\mathbf{x}$ tais que

$$\mathbf{x} \in B_{\mathbf{p},m}$$

e, para qualquer cesta de bens $\mathbf{x}' \in B_{\mathbf{p},m}$,

$$\mathbf{x} \succsim \mathbf{x}'.$$

Notação:

$$\mathbf{x}^*(\mathbf{p}, m)$$

Função de demanda

No caso em que, para quaisquer $\mathbf{p} \gg 0$ e $m > 0$, $\mathbf{x}^*(\mathbf{p}, m)$ é um conjunto unitário, podemos definir uma função de demanda, também notada por $\mathbf{x}^*(\mathbf{p}, m)$, que associa a cada vetor de preços positivos e renda, uma única escolha ótima do consumidor.

O componente i da função de demanda, $x_i^*(\mathbf{p}, m)$, é chamado de função de demanda do bem i, $i = 1, \ldots, L$.

Preferências Cobb-Douglas

Função de utilidade: $U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$, com $a, b > 0$.

Condições de máximo de 1ª ordem:

$$|TMS| = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{a}{b}\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

e

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Solução:

$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1} \quad \text{e} \quad x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{b}{a+b}\frac{m}{p_2}$$

Demanda Cobb-Douglas: peculiaridades

O valor gasto com cada um dos bens é uma fração da renda que não depende dos preços e da renda:

$$\frac{p_1 x_1^*(\mathbf{p}, m)}{m} = \frac{p_1 \frac{a}{a+b} \frac{m}{p_1}}{m} = \frac{a}{a+b}.$$

A demanda de cada bem não é afetada pelo preço do outro bem (bens independentes).

A solução é sempre uma solução interior.

Exemplo específico 1

$$U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}.$$

$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{1}{2}\frac{m}{p_1} \quad \text{e} \quad x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{1}{2}\frac{m}{p_2}.$$

Exemplo específico 2

$$U(x_1, x_2) = 2 \ln x_1 + 3 \ln x_2.$$

Considere $V(x_1, x_2) = e^{U(x_1, x_2)} = x_1^2 x_2^3$

Solução:

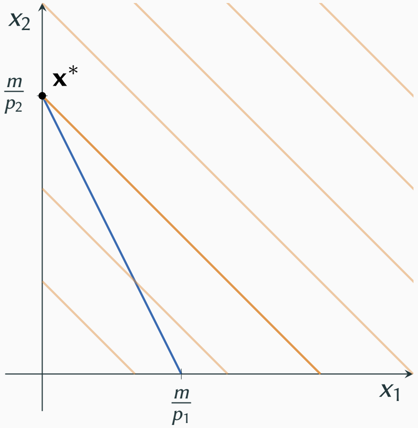
$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{2}{5}\frac{m}{p_1} \quad \text{e} \quad x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{3}{5}\frac{m}{p_2}.$$

Substitutos perfeitos.

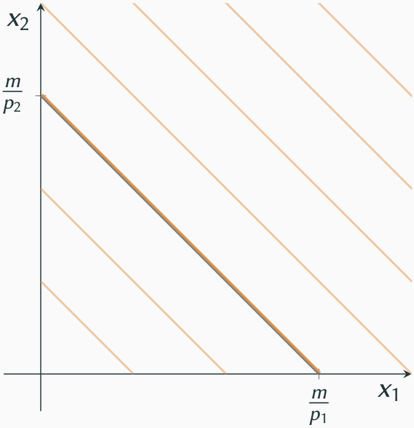
$$U(x, y) = ax_1 + x_2.$$

$$|TMS| = a$$

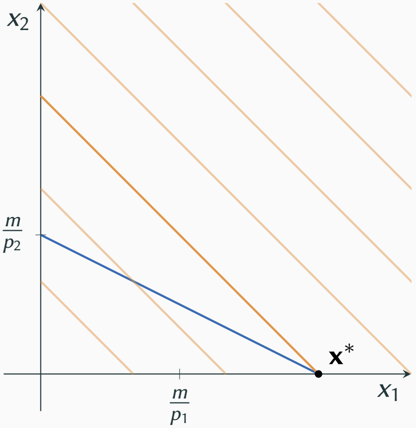
Primeira possibilidade $\frac{p_1}{p_2} > a$



Segunda possibilidade $\frac{p_1}{p_2} = a$



Terceira possibilidade $\frac{p_1}{p_2} < a$



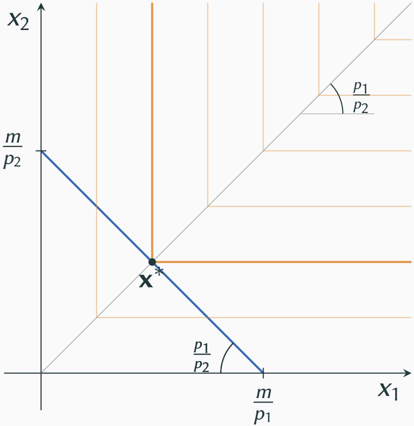
Exemplo: substitutos perfeitos — correspondência de demanda

$$\mathbf{x}^*(p_1, p_2, m) = \begin{cases} \left\{\left(0, \frac{m}{p_2}\right)\right\} & \text{caso } \frac{p_1}{p_2} > a \\ \{(x_1, x_2) \in \mathbb{X} : p_1 x_1 + p_2 x_2 = m\} & \text{caso } \frac{p_1}{p_2} = a \\ \left\{\left(\frac{m}{p_1}, 0\right)\right\} & \text{caso } \frac{p_1}{p_2} < a \end{cases}$$

Complementares perfeitos: função de utilidade

$$U(x_1, x_2) = \min\{ax_1, x_2\}$$

Complementares perfeitos: equilíbrio



Complementares perfeitos: funções de demanda

Desde que os preços sejam positivos o equilíbrio será em um vértice de curva de indiferença:

$$x_2 = ax_1$$

e sobre a linha de restrição orçamentária:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Assim, as funções de demanda dos bens 1 e 2, respectivamente serão

$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1 + ap_2} \;\text{ e }\; x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{am}{p_1 + ap_2}.$$

A função de utilidade CES

$$U(x_1, x_2) = [ax_1^\rho + (1-a)x_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$$

Quatro possibilidades:

1. se $\rho > 1$ as curvas de indiferença são côncavas em relação à origem;
2. se $\rho = 1$ os dois bens são substitutos perfeitos;
3. se $\rho < 1$ as preferências são convexas;
4. se $\rho = 0$ as preferências são do tipo Cobb Dougas.

Exemplo: preferências CES com $\rho < 1$

$U(x_1, x_2) = [ax_1^\rho + (1-a)x_2^\rho]^{\frac{1}{\rho}}$, com $a, b > 0$.

Condições de máximo de 1ª ordem:

$$|TMS| = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{a}{1-a}\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^{1-\rho} = \frac{p_1}{p_2}$$

e

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Exemplo: preferências CES com $\rho < 1$

Solução:

$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} \frac{1}{1 + \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\sigma-1} \left(\frac{1-a}{a}\right)^{\sigma}}$$

e

$$x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2} \frac{1}{1 + \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\sigma-1} \left(\frac{a}{1-a}\right)^{\sigma}}$$

em que

$$\sigma = \frac{1}{1-\rho}.$$

Preferências CES: exemplo específico 1.

$$U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

Para transformar em um função CES, aplicamos transforação monotônica

$$V(x_1, x_2) = \left[\frac{U(x_1, x_2)}{2}\right]^2 = \left[\frac{1}{2}x_1^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x_2^{\frac{1}{2}}\right]^2$$

Funções de demanda:

$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{mp_2}{p_1(p_2 + p_1)} \quad \text{e} \quad x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{mp_1}{p_2(p_1 + p_2)}.$$

Preferências CES: exemplo específico 2.

$$U(x_1, x_2) = \left(\frac{1}{2}x_1^{-1} + \frac{1}{2}x_2^{-1}\right)^{-1}$$

Funções de demanda:

$$x_1^*(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1 + \sqrt{p_2 p_1}} \quad \text{e} \quad x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2 + \sqrt{p_2 p_1}}.$$

Preferências CES com $\rho > 1$

Nesse caso, a solução será de canto. As utilidades em cada possível solução de canto são:

$$u^1 = U\left(\frac{m}{p_1}, 0\right) = \left[a\left(\frac{m}{p_1}\right)^{\rho} + (1-a)\times 0^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} = a^{\frac{1}{\rho}}\frac{m}{p_1}$$

e

$$u^2 = U\left(0, \frac{m}{p_2}\right) = \left[a\times 0^{\rho} + (1-a)\left(\frac{m}{p_2}\right)^{\rho}\right]^{\frac{1}{\rho}} = (1-a)^{\frac{1}{\rho}}\frac{m}{p_2}$$

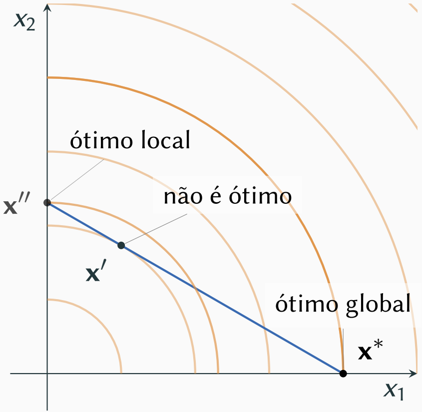
Comparando as duas utilidades, sabendo que $0 < a < 1$ e $p_1 > 0$:

$$u^1 \gtreqless u^2 \Leftrightarrow a^{\frac{1}{\rho}}\frac{m}{p_1} \gtreqless (1-a)^{\frac{1}{\rho}}\frac{m}{p_2} \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_2} \lesseqgtr \left(\frac{a}{1-a}\right)^{\frac{1}{\rho}}$$

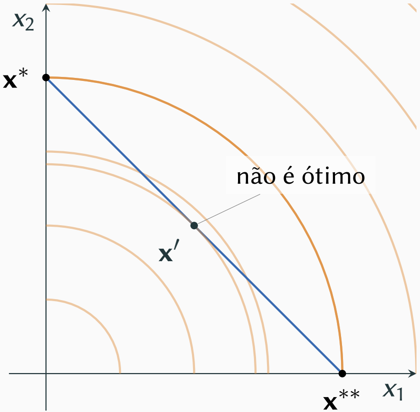
Preferências CES com $\rho > 1$

$$\mathbf{x}^*(p_1, p_2, m) = \begin{cases} \left\{\left(\frac{m}{p_1}, 0\right)\right\} & \text{caso } \frac{p_1}{p_2} < \left(\frac{a}{1-a}\right)^{\frac{1}{\rho}} \\ \left\{\left(\frac{m}{p_1}, 0\right), \left(0, \frac{m}{p_2}\right)\right\} & \text{caso } \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{a}{1-a}\right)^{\frac{1}{\rho}} \\ \left\{\left(0, \frac{m}{p_2}\right)\right\} & \text{caso } \frac{p_1}{p_2} > \left(\frac{a}{1-a}\right)^{\frac{1}{\rho}} \end{cases}$$

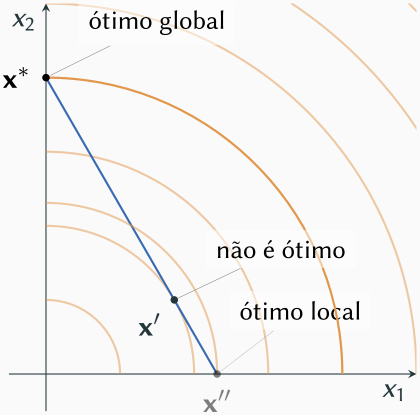
Preferências CES com $\frac{p_1}{p_2} < \left(\frac{a}{1-a}\right)^{\frac{1}{\rho}}$



Preferências CES com $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{a}{1-a}\right)^{\frac{1}{\rho}}$

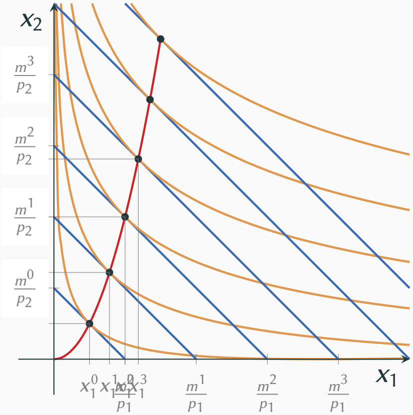


Preferências CES com $\frac{p_1}{p_2} > \left(\frac{a}{1-a}\right)^{\frac{1}{\rho}}$

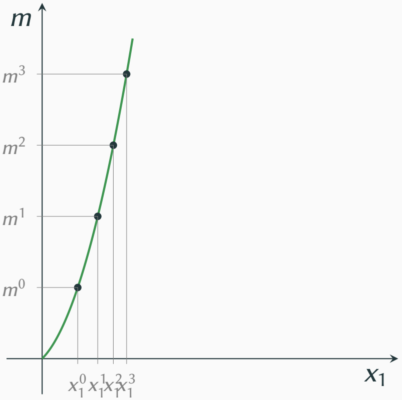


As curvas de renda consumo e de Engel

Curva de renda consumo



Curva de Engel



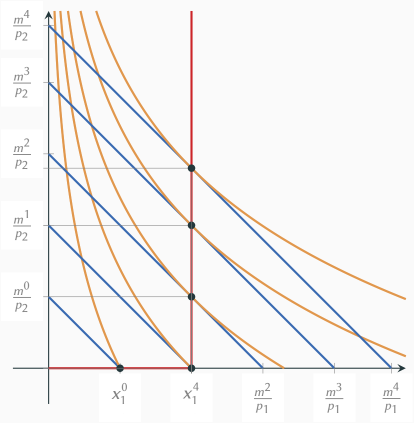
Possíveis sinais da resposta da demanda a variações na renda

Quando a renda de uma consumidora varia, sua demanda por um bem pode:

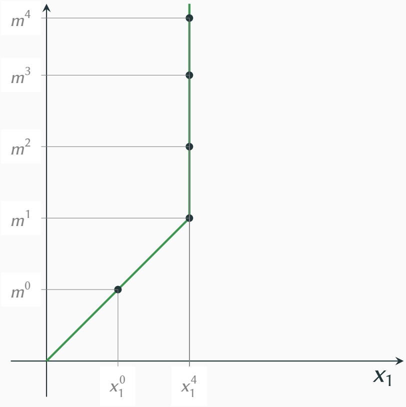
- variar na mesma direção que a renda, caso em que se diz que o bem se comporta como um bem normal;
- variar na direção oposta à da renda, caso lem que se diz que o bem se comporta como um bem inferior; ou
- não variar; nesse caso alguns autores classificam o bem como normal e, outros, como um caso especial, nem normal nem inferior.

Exemplo: preferências quase-lineares

Curva de renda consumo

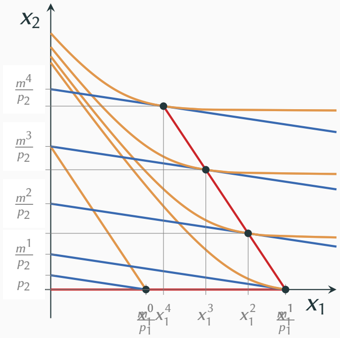


Curva de Engel

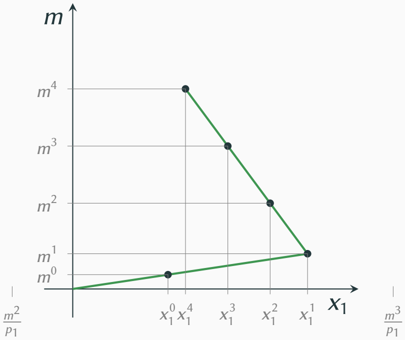


Exemplo de um bem inferior

Curva de renda consumo

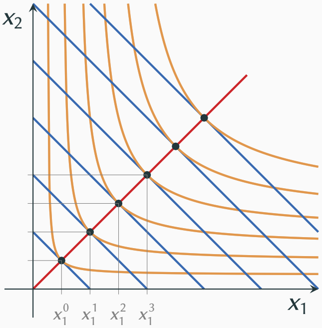


Curva de Engel

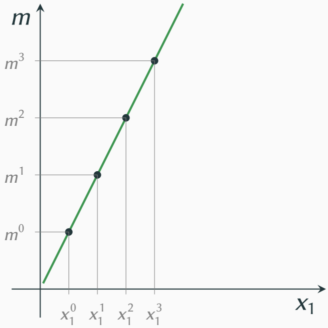


Exemplo: preferências homotéticas

Curva de renda consumo

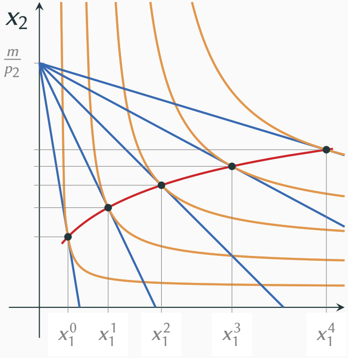


Curva de Engel

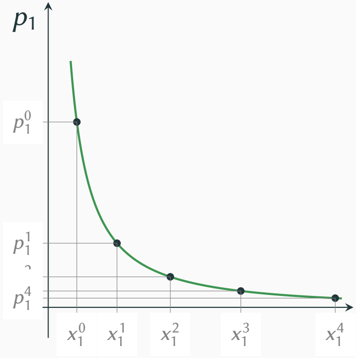


Curvas de preço consumo e de demanda

Curva de preço consumo



Curva de demanda

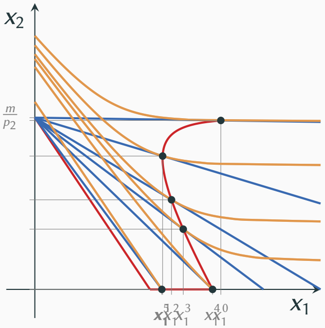


Possíveis sinais da resposta da demanda de um bem a variações em seu preço

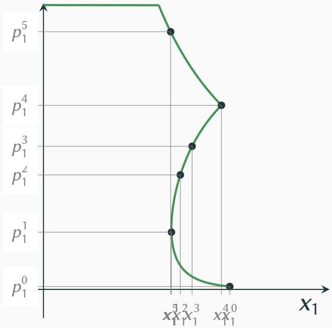
Quando o preço de um bem varia, sua demanda pode:

- variar em direção oposta à da variação do preço, caso em que se diz que o bem se comporta como um bem comum;
- não variar, caso em que se diz que a demanda é completamente inelástica em relação ao preço; ou
- variar na mesma direção que a variação no preço, caso em que se diz que o bem se comporta como um bem de Giffen.

Curva de preço consumo

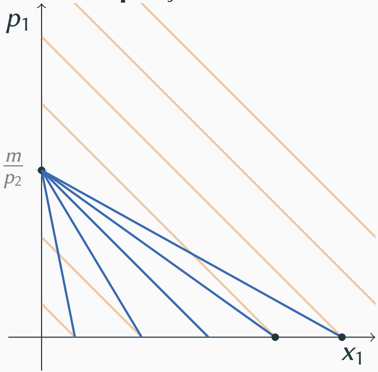


Curva de demanda

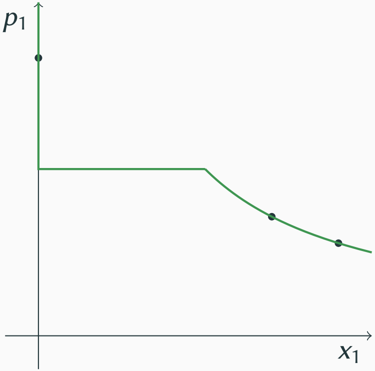


Exemplo: substitutos perfeitos

Curva de preço consumo

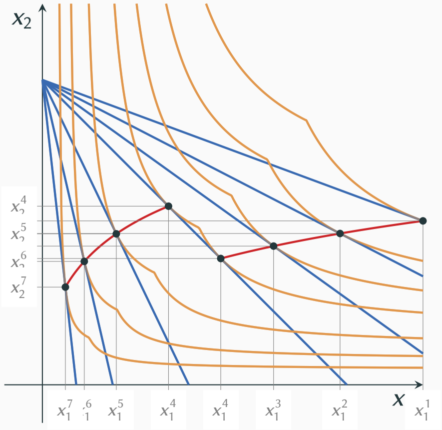


Curva de demanda

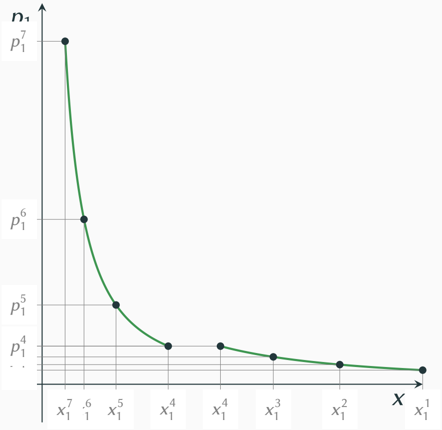


Exemplo: preferências não convexas

Curva preço consumo



Curva de demanda



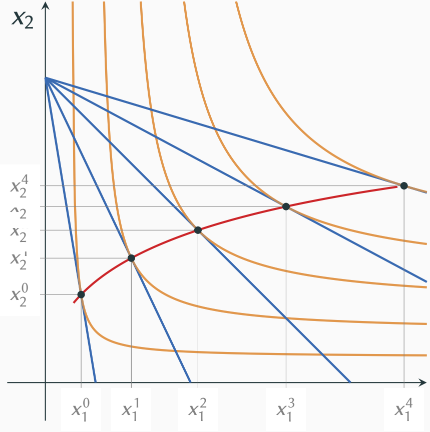
Possíveis sinais da resposta da demanda de um bem a variações no preço de outro bem

Quando o preço do bem i varia, a demanda do bem j pode:

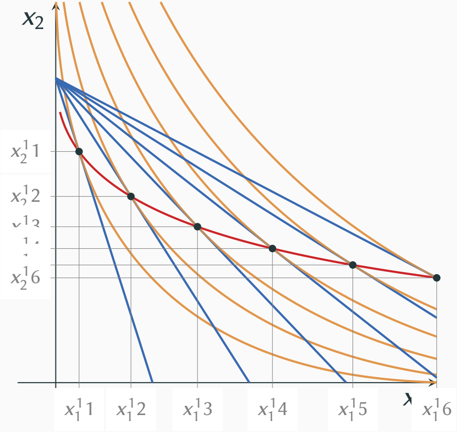
- variar em direção oposta à da variação do preço do bem i, caso em que se diz que o bem j é complemento (bruto) do bem i.
- não variar, caso em que se diz que a demanda é independente em relação ao preço do bem i; ou
- variar na mesma direção que a variação no preço do bem i, caso em que se diz que o bem j é substituto (bruto) do bem i.

Complementares e substitutos

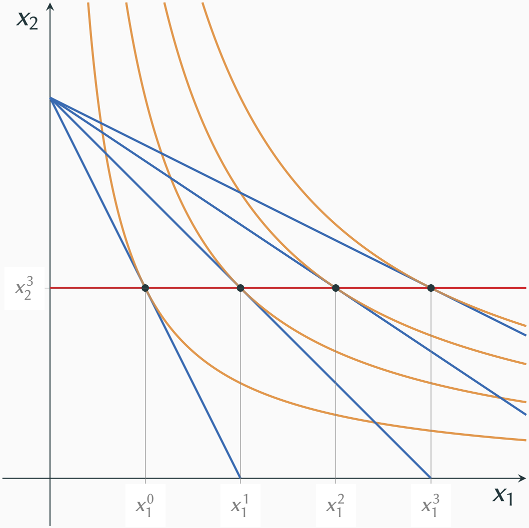
Bem 2 é complemento do bem 1



Bem 2 é substituto do bem 1



Bens independentes



Demanda líquida e demanda bruta

No caso em que o consumidor, ao invés de renda, possui uma dotação inicial $\mathbf{w}$, definimos:

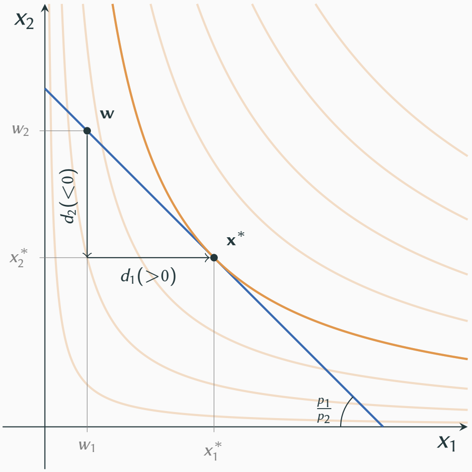
A demanda bruta pelo bem i é dada por

$$x_i^*(\mathbf{p}, \mathbf{p} \cdot \mathbf{w}).$$

A demanda líquida do bem i é dada por

$$d_i(\mathbf{p}) = x_i^*(\mathbf{p}, \mathbf{p} \cdot \mathbf{w}) - w_i.$$

Demandas bruta e líquida



Exemplo

Para a função de utilidade

$$U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2},$$

e um consumidor com dotações iniciais w_1, w_2, as funções demanda bruta são

$$x_1^* = \frac{p_1 w_1 + p_2 w_2}{2p_1} \quad \text{e} \quad x_2^* = \frac{p_1 w_1 + p_2 w_2}{2p_2},$$

e as funções de demanda líquida são

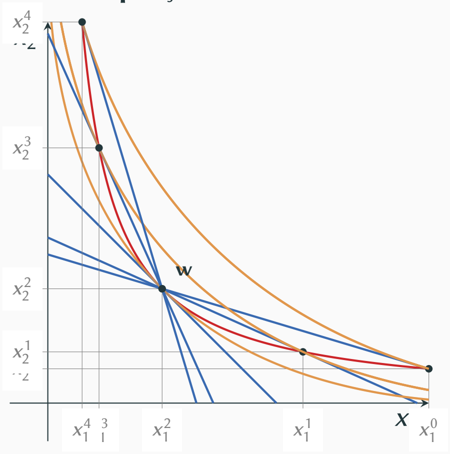
$$d_1 = \frac{p_1 w_1 + p_2 w_2}{2p_1} - w_1 = \frac{p_2 w_2}{2p_1} - \frac{w_1}{2}$$

e

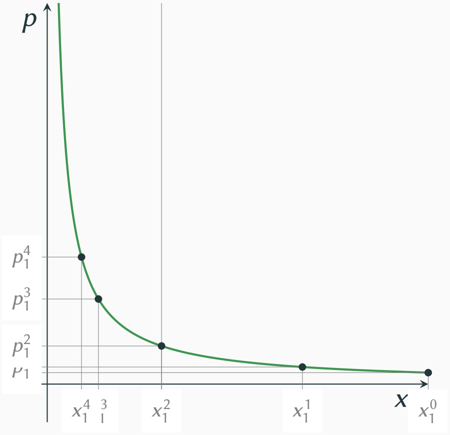
$$d_2 = \frac{p_1 w_1 + p_2 w_2}{2p_2} - w_2 = \frac{p_1 w_1}{2p_2} - \frac{w_2}{w}.$$

Preço consumo e demanda com dotação inicial

Curva de preço consumo

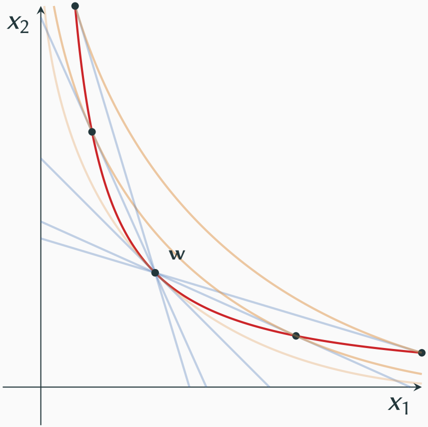


Curva de demanda bruta

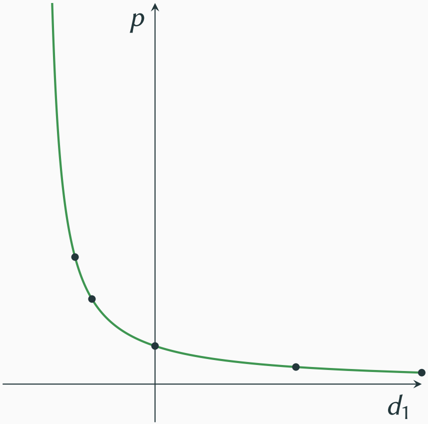


Preço consumo e demanda líquida

Curva de preço consumo



Curva de demanda líquida



Dois efeitos de uma elevação no preço de um bem

Aumento no preço relativo do bem, o que faz com que, caso o bem seja normal, sua sua demandada caia.

Aumento no valor da dotação inicial de todos os consumidores que possuem dotação inicial positiva desse bem, o que faz com que a quantidade demandada do bem aumente caso ele seja normal.

O efeito líquido do aumento no preço do bem sobre sua demanda é incerto. Caso o efeito seja positivo, isso não significa que o bem seja de Giffen.

Para que o bem seja de Giffen, é necessário que sua quantidade demandada aumente com uma elevação em seu preço, mantidados constantes a renda do consumidor e os preços dos outros bens.

Parte IV

Elasticidade

Definição e interpretação gráfica

Propriedades

Elasticidades da demanda

Propriedades das elasticidades da demanda

Definição e interpretação gráfica

Propriedades

Elasticidades da demanda

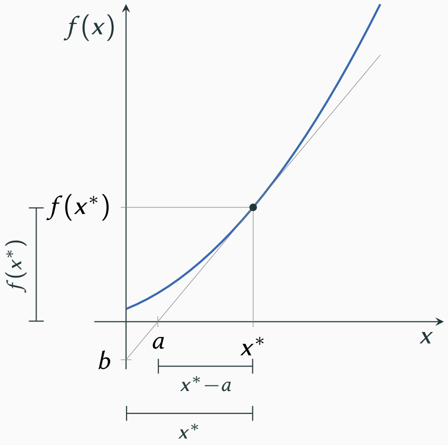
Propriedades das elasticidades da demanda

Elasticidade: definição

Seja $f(x_1, \ldots, x_n)$ uma função qualquer. A elasticidade dessa função em relação x_i no ponto $(x_1, \ldots, x_n)$ é definida como

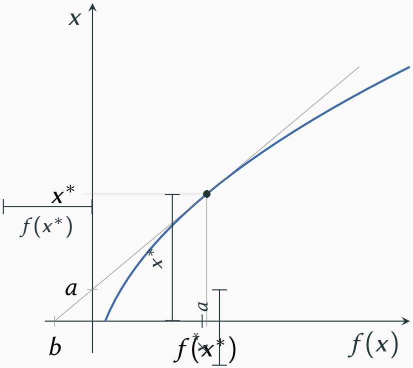
$$\begin{aligned}
E_i f(\mathbf{x}) &= \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{f(x_1, \ldots, x_i + \Delta x_i, \ldots, x_n) - f(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})} \Bigg/ \frac{\Delta x_i}{x_i} \\
&= \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{f(x_1, \ldots, x_i + \Delta x_i, \ldots, x_n) - f(\mathbf{x})}{\Delta x_i} \frac{x_i}{f(\mathbf{x})} \\
&= \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} \frac{x_i}{f(\mathbf{x})}.
\end{aligned}$$

Elasticidade: interpretação gráfica



$$E_x f(x^*) = f'(x^*)\frac{x^*}{f(x^*)} = \frac{f(x^*)}{(x^* - a)}\frac{x^*}{f(x^*)} = \frac{x^*}{x^* - a}$$

Elasticidade: interpretação gráfica — eixos trocados

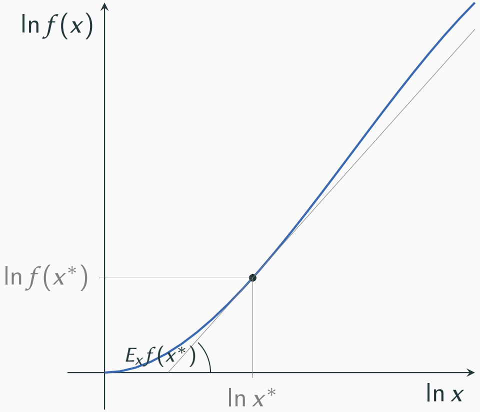


$$E_x f(x^*) = f'(x^*)\frac{x^*}{f(x^*)} = \frac{f(x^*)}{(x^*-a)}\frac{x^*}{f(x^*)} = \frac{x^*}{x^*-a}$$

Elasticidade e logaritmos

$$
\begin{aligned}
\frac{d \ln f(\mathbf{x})}{d \ln x_i} &= \frac{d}{d \ln x_i} \ln f(x_1, \ldots, e^{\ln x_i}, \ldots, x_n) \\
&= \frac{1}{f(x_1, \ldots, e^{\ln x_i}, \ldots, x_n)} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} e^{\ln x_i} \\
&= \frac{1}{f(\mathbf{x})} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} x_i \\
&= \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_i} \frac{x_i}{f(\mathbf{x})} \\
&= E_i f(\mathbf{x}).
\end{aligned}
$$

Elasticidade: interpretação gráfica II



Definição e interpretação gráfica

Propriedades

Elasticidades da demanda

Propriedades das elasticidades da demanda

Elasticidade: propriedades

Elasticidade e monotonicidade
Se $x_i > 0$ e $f(\mathbf{x}) > 0$ então a $f(\mathbf{x})$ será localmente crescente, constante ou decrescente em relação a x_i caso, respectivamente $E_i f(\mathbf{x}) > 0$, $E_i f(\mathbf{x}) = 0$ ou $E_i f(\mathbf{x}) < 0$.

Número puro
A elasticidade não possui unidade de medida — é um número puro.

Elasticidade de uma constante

$$E_i\, a = 0 \text{ para qualquer } a \in \mathbb{R}$$

Elasticidade do produto por um escalar

$$E_i\,(af(\mathbf{x})) = E_i\, f(\mathbf{x}) \text{ para qualquer } a \neq 0 \in \mathbb{R}$$

Elasticidade: propriedades

Elasticidade da potência

$$E_i\left(f(\mathbf{x})^a\right) = aE_i\, f(\mathbf{x}) \text{ para qualquer } a \neq 0 \in \mathbb{R}$$

Elasticidade da função indentidade

$$E_x\, x = 1$$

Elasticidade do produto entre funções

$$E_i\left(f(\mathbf{x})g(\mathbf{x})\right) = E_i\, f(\mathbf{x}) + E_i\, g(\mathbf{x}).$$

Elasticidade da razão entre funções

$$E_i\, \frac{f(\mathbf{x})}{g(\mathbf{x})} = E_i\, f(\mathbf{x}) - E_i\, g(\mathbf{x}).$$

Definição e interpretação gráfica

Propriedades

Elasticidades da demanda

Propriedades das elasticidades da demanda

Notação para elasticidade da função de demanda

Elasticidade renda da demanda pelo bem *i*

$$\epsilon_{i,m} = E_m\, x_i(\mathbf{p}, m) = \frac{\partial x_i(\mathbf{x}, m)}{\partial m} \frac{m}{x_i(\mathbf{p}, m)} = \frac{d \ln x_i(\mathbf{x}, m)}{d \ln m}.$$

Elasticidade preço cruzada da demanda pelo bem *i* em relação ao preço pelo bem *j*

$$\epsilon_{i,j} = E_j\, x_i(\mathbf{p}, m) = \frac{\partial x_i(\mathbf{x}, m)}{\partial p_j} \frac{p_j}{x_i(\mathbf{p}, m)} = \frac{d \ln x_i(\mathbf{x}, m)}{d \ln p_j}.$$

Elasticidade preço próprio da demanda pelo bem *i*

$$\epsilon_i = \epsilon_{i,i} = E_i\, x_i(\mathbf{p}, m) = \frac{\partial x_i(\mathbf{x}, m)}{\partial p_i} \frac{p_i}{x_i(\mathbf{p}, m)} = \frac{d \ln x_i(\mathbf{x}, m)}{d \ln p_i}.$$

Elasticidade renda da participação de um bem no orçamento do consumidor

Defina

$$s_i(\mathbf{p}, m) = \frac{p_i x_i^*(\mathbf{p}, m)}{m}.$$

Usando as fórmulas das elasticidades do produto por um escalar, da razão e da função identidade, obtemos

$$E_m\, s_i(\mathbf{p}, m) = \epsilon_{i,m}(\mathbf{p}, m) - 1.$$

Assim, bens de luxo ($\epsilon_{i,m} > 1$) aumentam sua participação no orçamento com aumentos na renda, o contrário ocorrendo com bens essenciais ($0 \leq \epsilon_{i,m} \leq 1$) e inferiores ($\epsilon_{i,m} < 0$).

Classificação da demanda conforme sua elasticidade renda

Bens inferiores
Se $\epsilon_{i,m}(\mathbf{p}, m) < 0$, a demanda pelo bem i é decrescente na renda no ponto $(\mathbf{p}, m)$ e o bem dito é dito inferior nesse ponto.

Bens normais
Se $\epsilon_{i,m}(\mathbf{p}, m) > 0$, a demanda pelo bem i é não decrescente na renda no ponto $(\mathbf{p}, m)$ e o bem dito é dito normal nesse ponto.

Bens essenciais ou necessários
Se $0 < \epsilon_{i,m}(\mathbf{p}, m) < 1$, o bem i é dito essencial ou necessário no ponto $(\mathbf{p}, m)$.

Bens de luxo
Se $\epsilon_{i,m}(\mathbf{p}, m) > 1$, o bem i é dito de luxo no ponto $(\mathbf{p}, m)$.

Elasticidade preço próprio do gasto com a aquisição de um bem

$$E_{p_i}\left[p_i x_i^*(\mathbf{p}, m)\right] = 1 + E_{p_i} x_i^*(\mathbf{p}, m) = 1 + \epsilon_i$$

Portanto, para pequenas variações em p_i,

Se $\epsilon_i < -1$ ($|\epsilon_i| > 1$, para bens comuns), então o gasto com a aquisição do bem i varia em sentido contrário a seu preço;

se $\epsilon_i > -1$ ($|\epsilon_i| > 1$, para bens comuns), então o gasto com a aquisição do bem i varia no mesmo sentido que seu preço;

se $\epsilon_i = -1$ ($|\epsilon_i| = 1$, para bens comuns), então o gasto com a aquisição do bem i é localmente estável em relação a seu preço.

Classificação da demanda conforme a elasticidade preço próprio

O bem i será classificado como

Bem de Giffen caso $\epsilon_i > 0$;

Bem comum caso $\epsilon_i < 0$; um bem comum pode ter

- **demanda elástica** caso $|\epsilon_i| > 1$;
- **demanda inelástica** caso $|\epsilon_i| < 1$
- não há nome específico para os casos em que $\epsilon = -1$.

Não há nome específico para o caso em que $\epsilon_i = 0$.

Exemplo: demanda linear

Função de demanda:

$$x^* = a - bp, \quad a, b > 0.$$

Elasticidade:

$$\epsilon = -b\frac{p}{x^*} = -b\frac{p}{a - bp} = \frac{p}{p - \frac{a}{b}}.$$

Elasticidade por intervalos:

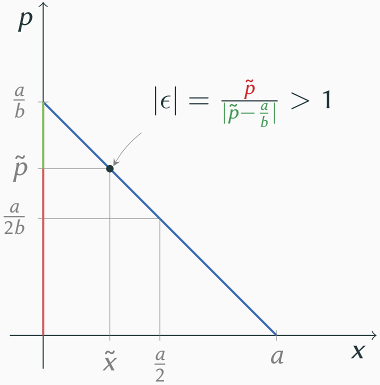
$$p < \frac{a}{2b} \Rightarrow |\epsilon| < 1; \quad \frac{a}{2b} < p < \frac{a}{b} \Rightarrow |\epsilon| > 1.$$

Elasticidade em pontos notáveis:

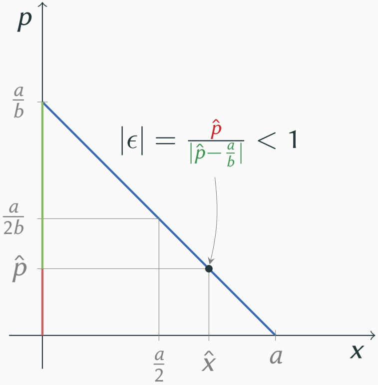
$$p = \frac{a}{2b} \Rightarrow \epsilon = -1; \quad \lim_{p \to \frac{a}{b}-} \epsilon = -\infty; \quad p = 0 \Rightarrow \epsilon = 0.$$

Exemplo: demanda linear

Ponto no trecho elástico

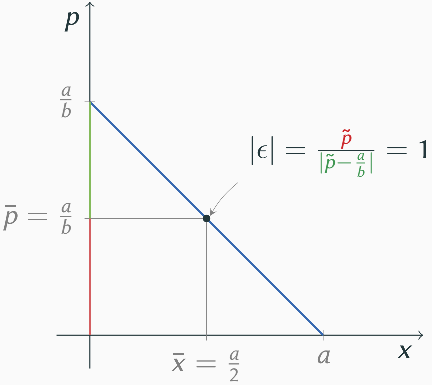


Ponto no trecho inelástico

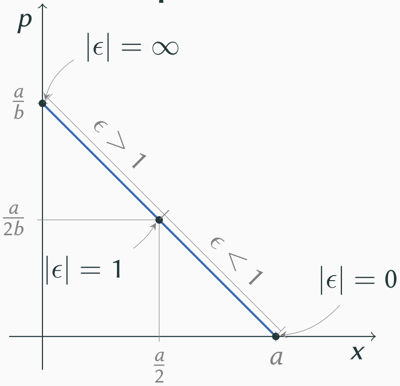


Exemplo: demanda linear

Ponto médio



Elasticidade por trechos



Definição e interpretação gráfica

Propriedades

Elasticidades da demanda

Propriedades das elasticidades da demanda

Homogeneidade de grau zero

Como o conjunto de restrição orçamentária é homogêneo de grau zero, a função de demanda também é homogênea de grau zero, ou seja, para qualquer real $\alpha > 0$ e todo $i = 1, \ldots, L$,

$$x_i^*(\alpha \mathbf{p}, \alpha m) = x_i^*(\mathbf{p}, m)$$

Pelo teorema de Euler,

$$\frac{p_1}{x_i^*}\frac{\partial x_i^*(\mathbf{p}, m)}{\partial p_1} + \frac{p_2}{x_i^*}\frac{\partial x_i^*(\mathbf{p}, m)}{\partial p_2} + \cdots + \frac{p_L}{x_i^*}\frac{\partial x_i^*(\mathbf{p}, m)}{\partial p_L} + \frac{m}{x_i^*}\frac{\partial x_i^*(\mathbf{p}, m)}{\partial m} = 0$$

Isto é,

$$\epsilon_{i,1} + \epsilon_{i,2} + \cdots + \epsilon_{i,L} + \epsilon_{i,m} = 0.$$

Agregação de Engel

Assumindo preferências localmente não saciáveis, devemos ter

$$p_1 x_1^*(\mathbf{p}, m) + p_2 x_2^*(\mathbf{p}, m) + \cdots + p_L x_L^*(\mathbf{p}, m) = m$$

Por se tratar de uma identidade, podemos diferenciar a igualdade dos dois lados em relação a m para obter

$$p_1 \frac{\partial x_1^*(\mathbf{p}, m)}{\partial m} + p_2 \frac{\partial x_2^*(\mathbf{p}, m)}{\partial m} + \cdots + p_L \frac{\partial x_L^*(\mathbf{p}, m)}{\partial m} = 1$$

$$\frac{p_1 x_1^*}{m} \frac{m}{x_1^*} \frac{\partial x_1^*}{\partial m} + \frac{p_2 x_2^*}{m} \frac{m}{x_2^*} \frac{\partial x_2^*}{\partial m} + \cdots + \frac{p_L x_L^*}{m} \frac{m}{x_L^*} \frac{\partial x_L^*}{\partial m} = 1$$

$$s_1 \epsilon_{1,m} + s_2 \epsilon_{2,m} + \cdots + s_L \epsilon_{L,m} = 1$$

Agregação de Cournot

Assumindo preferências localmente não saciáveis, devemos ter

$$p_1 x_1^*(\mathbf{p}, m) + p_2 x_2^*(\mathbf{p}, m) + \cdots + p_L x_L^*(\mathbf{p}, m) = m$$

Por se tratar de uma identidade, podemos diferenciar a igualdade dos dois lados em relação a p_i para obter

$$x_i^* + p_1 \frac{\partial x_1^*(\mathbf{p}, m)}{\partial p_i} + p_2 \frac{\partial x_2^*(\mathbf{p}, m)}{\partial p_i} + \cdots + p_L \frac{\partial x_L^*(\mathbf{p}, m)}{\partial p_i} = 0$$

$$\frac{x_i^* p_i}{m} + \frac{p_1 x_1^*}{m} \frac{p_i}{x_1^*} \frac{\partial x_1^*}{\partial p_i} + \frac{p_2 x_2^*}{m} \frac{p_i}{x_2^*} \frac{\partial x_2^*}{\partial p_i} + \cdots + \frac{p_L x_L^*}{m} \frac{p_i}{x_L^*} \frac{\partial x_L^*}{\partial p_i} = 0$$

$$s_1 \epsilon_{1,i} + s_2 \epsilon_{2,i} + \cdots + s_L \epsilon_{L,i} = -s_i$$