

Escassez e vantagens comparativas

Roberto Guena de Oliveira

18 de agosto de 2025

Parte I

Escassez

Economia é uma ciência que estuda o comportamento humano como uma relação entre fins e meios escassos que possuem usos alternativos. (Lionel Robins, 1898–1984)

Agentes precisam fazer escolhas associadas ao uso de recursos escassos.

Exemplos:

- Famílias precisam decidir como alocar um orçamento para adquirir bens e serviços relacionados a alimentação, educação, saúde, lazer, turismo, etc.
- O governo federal deve definir que parcelas de seu orçamento devem ser destinadas à saúde, à educação, à segurança, à conservação do meio ambiente, e outras metas de política pública.
- Fazendeiros precisam decidir que produtos irão produzir e que parcela de sua terra será destinada a cada um deles.
- Uma jovem estudante deve decidir como alocar seu tempo entre estudo, trabalho e lazer.

Exemplo 1

João é o único habitante de uma ilha na qual só é possível produzir dois bens: peixe e coco. Com uma hora de trabalho, João é capaz de produzir 45g de peixe ou 36g de coco. Ele trabalha dez horas por dia.

1. Se João quiser produzir apenas peixe, quanto poderá produzir diariamente?
E se ele quiser produzir apenas coco?
2. Se João decide produzir 108g de coco, quanto poderá produzir de peixe?
3. Se João decide produzir x_J grama de coco, quanto poderá produzir de peixe?
4. Faça um gráfico representando no eixo horizontal a quantidade diária que João produz de coco e, no eixo vertical, a quantidade diária que ele produz de peixe.
5. Se João quiser consumir exatamente as mesmas quantidades de coco e peixe, quanto irá produzir de cada bem?

Produção com especialização total

Visto que João produz 45g de peixe por hora e que ele trabalha 10hs por dia, se ele quiser produzir apenas peixe, ele poderá produzir

$$45 \times 10 = 450\text{g de peixe ao dia.}$$

Como João produz 36g de coco por hora e que ele trabalha 10hs por dia, se ele quiser produzir apenas coco, ele produzirá

$$36 \times 10 = 360\text{g de coco ao dia.}$$

Exemplo 1

João é o único habitante de uma ilha na qual só é possível produzir dois bens: peixe e coco. Com uma hora de trabalho, João é capaz de produzir 45g de peixe ou 36g de coco. Ele trabalha dez horas por dia.

1. Se João quiser produzir apenas peixe, quanto poderá produzir diariamente?
E se ele quiser produzir apenas coco?
2. Se João decidir produzir 108g de coco ao dia, quanto poderá produzir de peixe?
3. Se João decide produzir x_J grama de coco, quanto poderá produzir de peixe?
4. Faça um gráfico representando no eixo horizontal a quantidade diária que João produz de coco e, no eixo vertical, a quantidade diária que ele produz de peixe.
5. Se João quiser consumir exatamente as mesmas quantidades de coco e peixe, quanto irá produzir de cada bem?

Produção sem especialização

Sejam h_{J_x} e h_{J_y} , respectivamente, o número de horas ao dia que João dedica à produção de coco e o número de horas diárias que ele dedica à produção de peixe. Como ele produz 36g de coco por hora trabalhada, se ele quiser produzir 108g de coco, h_{J_x} deve ser tal que

$$36 \times h_{J_x} = 108 \Rightarrow h_{J_x} = 3 \text{ horas diárias.}$$

Como ele trabalha 10hs por dia, sobram $h_{J_y} = 10 - 3 = 7$ horas ao dia para produzir peixe. Em cada hora trabalhada ele é capaz de produzir 45g de peixe. Assim, com essas 7 horas diárias, ele produzirá

$$7 \times 45 = 315\text{g de peixe ao dia.}$$

Exemplo 1

João é o único habitante de uma ilha na qual só é possível produzir dois bens: peixe e coco. Com uma hora de trabalho, João é capaz de produzir 45g de peixe ou 36g de coco. Ele trabalha dez horas por dia.

1. Se João quiser produzir apenas peixe, quanto poderá produzir diariamente?
E se ele quiser produzir apenas coco?
2. Se João decidir produzir 108g de coco ao dia, quanto poderá produzir de peixe?
3. Se João decide produzir x_J grama de coco, quanto poderá produzir de peixe?
4. Faça um gráfico representando no eixo horizontal a quantidade diária que João produz de coco e, no eixo vertical, a quantidade diária que ele produz de peixe.
5. Se João quiser consumir exatamente as mesmas quantidades de coco e peixe, quanto irá produzir de cada bem?

Produção sem especialização

Sejam h_{Jx} e h_{Jy} , respectivamente, o número de horas ao dia que João dedica à produção de coco e o número de horas diárias que ele dedica à produção de peixe. Como ele produz 36g de coco por hora trabalhada, se ele quiser produzir x_J grama de coco, h_{Jx} deve ser tal que

$$36 \times h_{Jx} = x_J \Rightarrow h_{Jx} = \frac{x_J}{36} \text{ horas diárias.}$$

Como ele trabalha 10hs por dia, sobram $h_{Jy} = 10 - h_{Jx} = 10 - \frac{x_J}{36}$ horas ao dia para produzir peixe. Em cada hora trabalhada ele é capaz de produzir 45g de peixe. Assim, notando a quantidade que ele produz de peixe por y_J , teremos

$$y_J = 45 \times h_{Jy} = 45 \left(10 - \frac{x_J}{36} \right)$$

$$y_J = 450 - 1,25x_J.$$

Exemplo 1

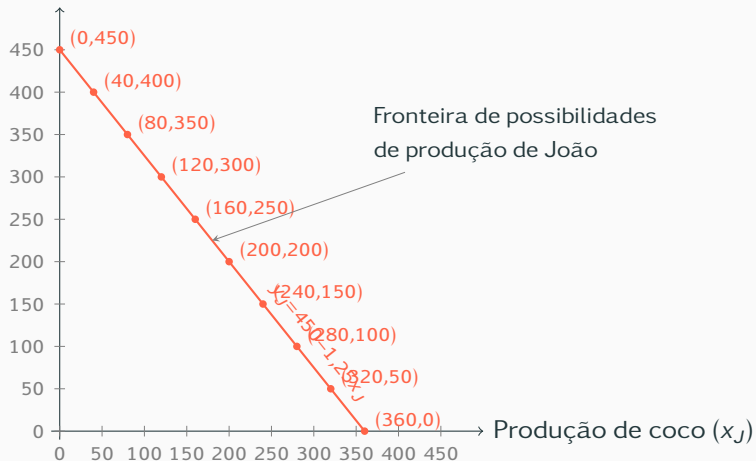
João é o único habitante de uma ilha na qual só é possível produzir dois bens: peixe e coco. Com uma hora de trabalho, João é capaz de produzir 45g de peixe ou 36g de coco. Ele trabalha dez horas por dia.

1. Se João quiser produzir apenas peixe, quanto poderá produzir diariamente?
E se ele quiser produzir apenas coco?
2. Se João decidir produzir 108g de coco ao dia, quanto poderá produzir de peixe?
3. Se João decide produzir x_J grama de coco, quanto poderá produzir de peixe?
4. Faça um gráfico representando no eixo horizontal a quantidade diária que João produz de coco e, no eixo vertical, a quantidade diária que ele produz de peixe.
5. Se João quiser consumir exatamente as mesmas quantidades de coco e peixe, quanto irá produzir de cada bem?

Fronteira de possibilidades de produção de João

x_J	y_J
0	450
40	400
80	350
120	300
160	250
200	200
240	150
280	100
320	50
360	0

Produção de peixe (y_J)



Exemplo 1

João é o único habitante de uma ilha na qual só é possível produzir dois bens: peixe e coco. Com uma hora de trabalho, João é capaz de produzir 45g de peixe ou 36g de coco. Ele trabalha dez horas por dia.

1. Se João quiser produzir apenas peixe, quanto poderá produzir diariamente?
E se ele quiser produzir apenas coco?
2. Se João decidir produzir 108g de coco ao dia, quanto poderá produzir de peixe?
3. Se João decide produzir x_J grama de coco, quanto poderá produzir de peixe?
4. Faça um gráfico representando no eixo horizontal a quantidade diária que João produz de coco e, no eixo vertical, a quantidade diária que ele produz de peixe.
5. Se João quiser consumir exatamente as mesmas quantidades de coco e peixe, quanto irá produzir de cada bem?

Escolha de João em isolamento

Hipótese: João deseja consumir quantidades iguais de coco e peixe ($X_J = Y_J$).

Em isolamento, as quantidades consumidas de coco e peixe são, respectivamente, iguais às quantidades produzidas de coco e peixe: $X_J = x_J$ e $Y_J = y_J$.

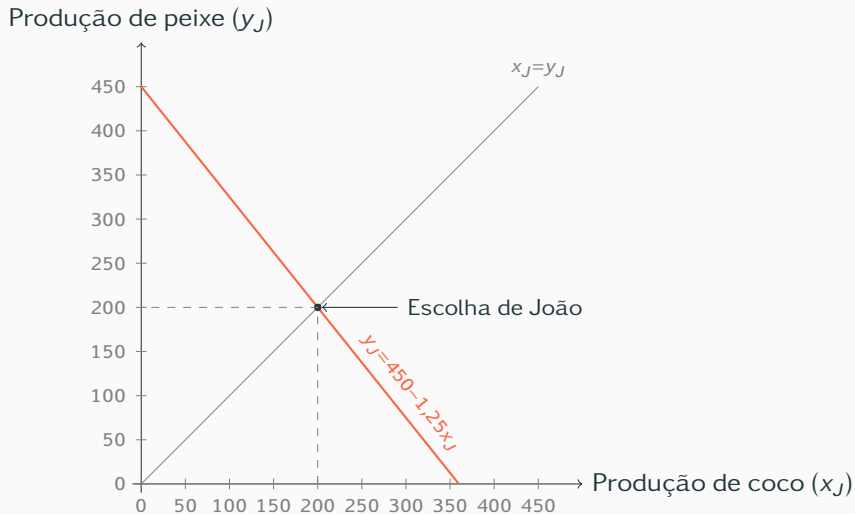
Para encontrar a escolha de João, resolvemos então o sistema de equações:

$$\begin{cases} y_J = 450 - 1,25 x_J \\ Y_J = y_J, X_J = x_J \\ Y_J = X_J \end{cases}$$

encontrando a solução:

$$X_J = x_J = 200 \text{ e } Y_J = y_J = 200.$$

Escolha de João em isolamento — representação gráfica



O modelo da ilha de João

- Um único agente (João).
- Dois bens: coco e peixe, cujas respectivas quantidades consumidas são representadas por X_J e Y_J e, as quantidades produzidas, por x_J e y_J .
- Um único recurso produtivo, horas de trabalho;
- Funções de produção

$$x_J = 36 h_{J_x} \quad e \quad y_J = 45 h_{J_y}$$

nas quais h_{J_x} e h_{J_y} representam o tempo de trabalho que João emprega na produção de coco e peixe, respectivamente;

- Dotação inicial: $h_{J_x} + h_{J_y} = 10$.
- Produção é a única fonte de bens para o consumo: $X_J = x_J$ e $Y_J = y_J$;
- Preferências: $U_J(X_J, Y_J) = \min\{X_J, Y_J\}$.

Modelo da ilha — um caso mais geral

- Um único agente.
- Dois bens: coco e peixe, cujas respectivas quantidades consumidas são representadas por X e Y e, as quantidades produzidas, por x e y .
- Um único recurso produtivo, horas de trabalho;
- Funções de produção

$$x_J = 36 h_{Jx} \quad \text{e} \quad y_J = 45 h_{Jy}$$

- Dotação inicial: $h_x + h_y = 10$
- Produção é a única fonte de bens para o consumo: $X = x$ e $Y = y$;
- Preferências: as preferências do agente são descritas pela função de utilidade $U(X, Y) = \min\{X, Y\}$.

Condições de produção em um caso mais geral

$$x = r_x h_x \quad \text{e} \quad y = r_y h_y$$

Resolvendo as duas equações para h_x e h_y , obtemos

$$h_x = \frac{x}{r_x} \quad \text{e} \quad h_y = \frac{y}{r_y}.$$

Substituindo essas igualdades na restrição $h_x + h_y = H$, vem

$$\frac{x}{r_x} + \frac{y}{r_y} = H \Rightarrow y = Hr_y - \frac{r_y}{r_x}x.$$

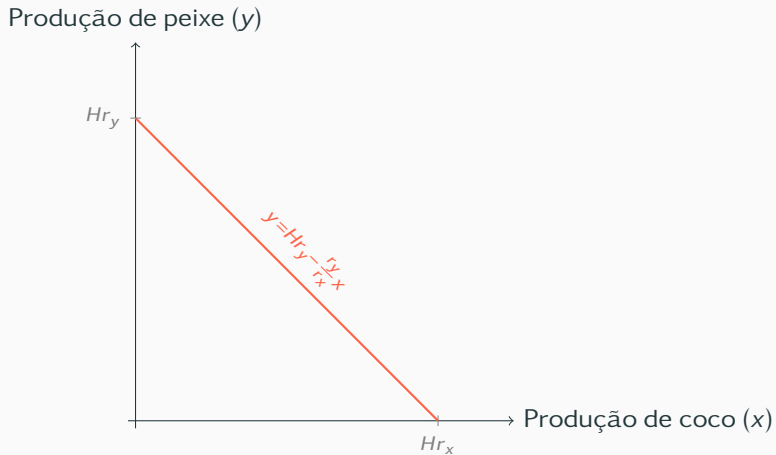
A razão $\frac{r_y}{r_x}$ é chamada **taxa marginal de transformação** (TMT). Assim, a equação acima pode ser reescrita como

$$y = Hr_y - TMTx$$

Taxa marginal de transformação: significado

- quantos grama de peixe poderiam ser produzidos com o tempo necessário para produzir 1g de coco;
- quantidade de peixe que deixo de produzir ao produzir 1g de coco;
- quantidade adicional de peixe que posso produzir caso deixe de produzir 1g de coco.
- custo de oportunidade da produção de coco.

Fronteira de possibilidades de produção de um agente genérico



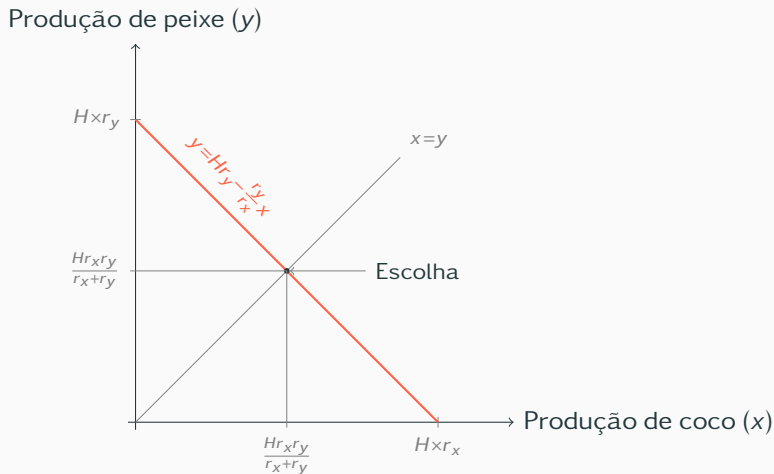
Escolha de um agente genérico

$$\begin{cases} y = Hr_y - \frac{r_y}{r_x}x & (FPP) \\ X = x \quad \text{e} \quad Y = y & \text{Produção é única fonte para consumo} \\ X = Y & \text{Hipótese sobre preferências.} \end{cases}$$

Resolvendo o sistema obtemos:

$$X = Y = x = y = \frac{Hr_x r_y}{r_x + r_y}.$$

Escolha de um agente genérico — representação gráfica



Parte II

Troca

Suponha que nosso agente genérico possa trocar com outros agentes peixe por coco ou *vice-versa* na razão de p grama de peixe por grama de coco.

$x - X$ é a quantidade de coco que o agente oferta, caso o valor seja positivo, ou demanda, caso o valor seja negativo.

$y - Y$ é interpretado de modo análogo.

As condições de troca impõem que

$$Y - y + p(X - x) = 0, \text{ ou seja, } \underbrace{Y + pX}_{\text{Valor do consumo em g de peixe}} = \overbrace{y + px}^{\text{Valor da produção em g de peixe}}$$

Substituindo na equação acima $y = Hr_y - \frac{r_y}{r_x}x$ e resolvendo para Y , obtemos

$$Y = Hr_y + \left(p - \frac{r_y}{r_x}\right)x - pX.$$

$$Y + pX = Hr_y + \left(p - \frac{r_y}{r_x}\right)x.$$

Se $p > \frac{r_y}{r_x}$ o Agente escolhe o maior valor possível de x . Na ausência de limite na quantidade de coco que ele pode ofertar, esse valor é $x = Hr_x$. Substituindo na equação acima, chega-se a

$$Y = p(Hr_x - X).$$

Se $p < \frac{r_y}{r_x}$ o Agente escolhe o menor valor possível de x . na ausência de limite na quantidade de coco que ele pode adquirir, esse valor é $x = 0$. Substituindo na equação acima, chega-se a

$$Y = Hr_y - pX.$$

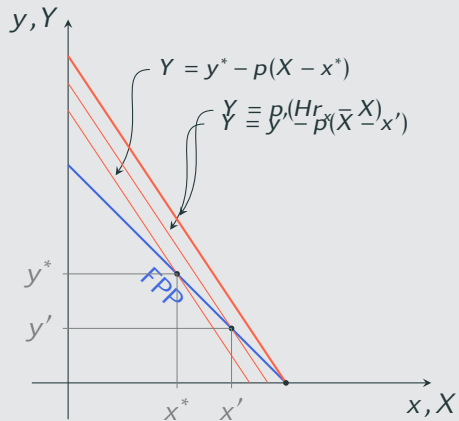
Troca: interpretação

Se $p > \frac{r_y}{r_x}$, então o agente recebe mais peixe quando vendi 1g de coco do que receberia caso deixasse de produzir esse mesmo 1g de coco e usasse com o tempo liberado para produzir peixe. Em outras palavras, caso $p > \frac{r_y}{r_x}$, o agente obtém mais peixe produzindo coco e trocando por peixe do que obteria se produzisse diretamente o peixe e, por essa razão, deve especializar-se na produção de coco.

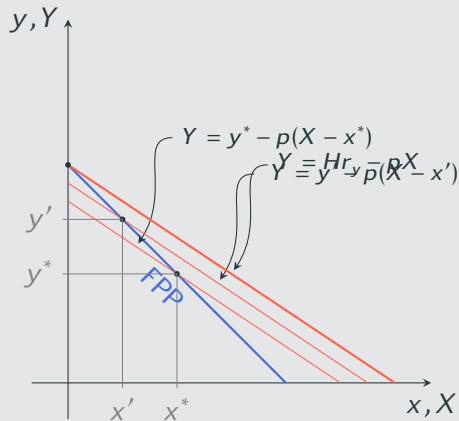
Se $p < \frac{r_y}{r_x}$, então ao deixar de produzir 1g de coco o agente é capaz de produzir, com o tempo liberado, uma quantidade adicional de peixe ($= \frac{r_y}{r_x}$) que é mais do que suficiente para adquirir o 1g de coco que ele deixou de produzir. Assim, quando $p < \frac{r_y}{r_x}$, o agente deve especializar-se na produção de peixe e adquirir o coco que deseja consumir através da troca.

Troca: representação gráfica

$$p > \frac{r_y}{r_x}$$



$$p < \frac{r_y}{r_x}$$



Exemplo de escolha

Assuma que o agente queira consumir quantidades iguais de coco e peixe ($X = Y$).
Então: Caso ele não tenha a possibilidade de realizar trocas deverá escolher

$$X = Y = \frac{Hr_x r_y}{r_x + r_y}.$$

Caso ele possa realizar trocas e $p > \frac{r_y}{r_x}$, deverá escolher:

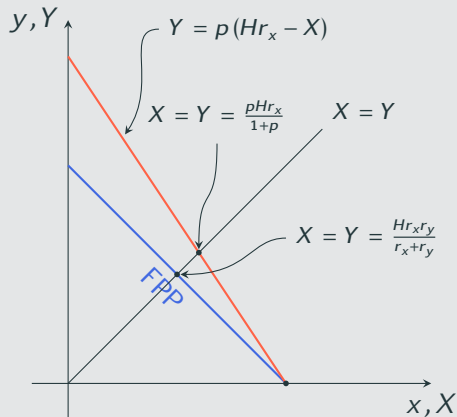
$$X = Y = p(Hr_x - X) \Rightarrow X = Y = \frac{pHr_x}{1 + p}.$$

Caso ele possa realizar trocas e $p < \frac{r_y}{r_x}$, deverá escolher:

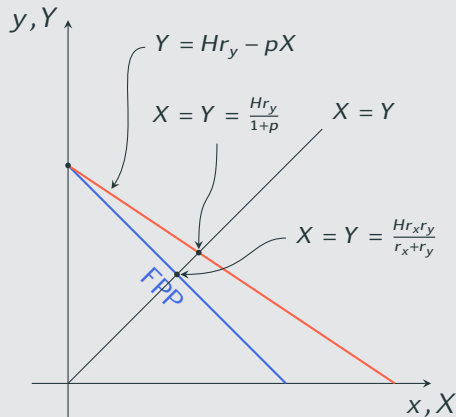
$$X = Y = Hr_y - pX \Rightarrow X = Y = \frac{Hr_y}{1 + p}.$$

Exemplo de escolha (representação gráfica)

$p > TMT$



$p < TMT$



Troca com racionamento

Suponha $p < TMT$. Então o agente prefere especializar-se na produção de peixe o obter o coco que consome através da troca.

Assuma agora que haja um limite máximo $\bar{m}_x$ para a quantidade de coco que ele pode adquirir, de tal sorte que ele terá que produzir qualquer quantidade de coco que ele queira produzir acima desse limite.

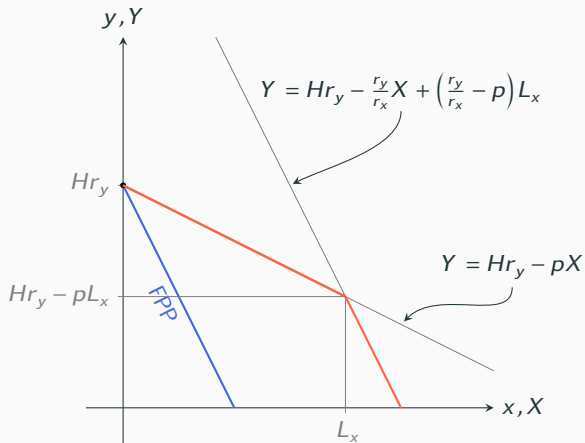
Então, se $X \leq L_x$, ele escolherá $x = 0, y = Hr_y$ e

$$Y = Hr_y - pX.$$

E, se $X > L_x$, ele escolherá $x = X - L_x, y = Hr_y - \frac{r_y}{r_x}x = Hr_y - \frac{r_y}{r_x}(X - L_x)$ e

$$Y = y - L_x = Hr_y - \frac{r_y}{r_x}(X - L_x) - pL_x = Hr_y + \left(\frac{r_x}{r_y} - p\right)L_x - \frac{r_y}{r_x}X$$

Possibilidades de consumo com racionamento na compra de coco



Exemplo de escolha com racionamento na compra de coco

$$Y = \begin{cases} Hr_y - pX, & \text{se } X \geq L_x \\ Hr_y - \frac{r_y}{r_x}X + \left(\frac{r_y}{r_x} - p\right)L_x & \text{se } X < L_x \end{cases}$$

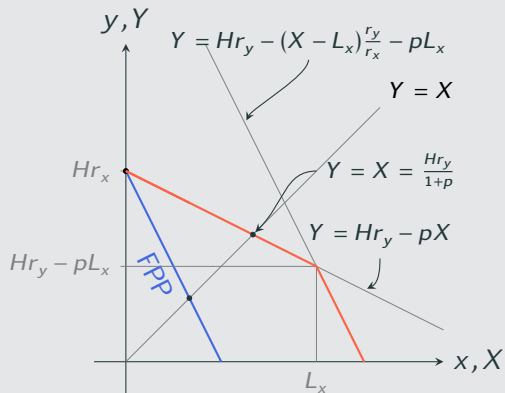
$$Y = \min \left\{ Hr_y - pX, Hr_y - \frac{r_y}{r_x}X + \left(\frac{r_y}{r_x} - p\right)L_x \right\}$$

Caso o agente queira fazer $Y = X$,

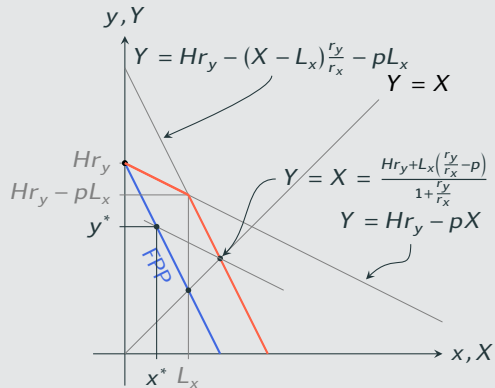
$$Y = \min \left\{ \frac{Hr_y}{1+p}, \frac{Hr_x r_y + (r_y - pr_x)L_x}{r_x + r_y} \right\}$$

Escolha com racionamento na compra de coco

$$\frac{Hr_x}{1+p} \leq L_x$$



$$\frac{Hr_x}{1+p} > L_x$$



Troca com racionamento na compra de peixe

Suponha que $p > TMT$, caso no qual o agente prefere especializar-se na produção de coco.

Assuma que exista um limite, L_y , para a quantidade de peixe que nosso agente pode adquirir em troca de coco. Nesse caso, ele terá de produzir a quantidade de peixe que deseja consumir acima de L_y .

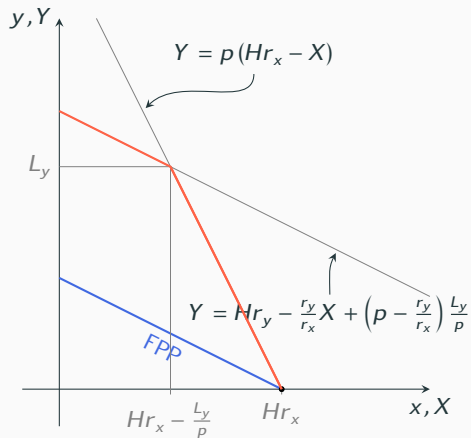
Assim, se $p(Hr_x - X) \leq L_y$, o agente escolherá $x = Hr_x, y = 0$ e

$$Y = p(Hr_x - X)$$

Caso contrário, ele terá de fazer $x = X + \frac{L_y}{p}, y = Hr_y - \frac{r_y}{r_x}x = Hr_y - \frac{r_y}{r_x}\left(X + \frac{L_y}{p}\right)$ e

$$Y = y + L_y = Hr_y - \frac{r_y}{r_x}\left(X + \frac{L_y}{p}\right) + L_y = Hr_y - \frac{r_y}{r_x}X + \left(p - \frac{r_y}{r_x}\right)\frac{L_y}{p}$$

Possibilidades de consumo c/ compra de peixe racionada — rep. gráfica



Exemplo de escolha com racionamento na compra de peixe

$$Y = \begin{cases} p(Hr_x - X) & \text{caso } Hr_x - X \leq L_v \\ Hr_y - \frac{r_y}{r_x}X + \left(p - \frac{r_y}{r_x}\right) \frac{L_y}{p} & \text{caso } Hr_x - X > L_v \end{cases}.$$

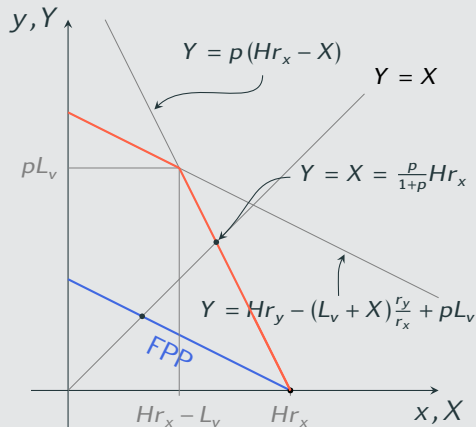
$$Y = \min \left\{ p(Hr_x - X), Hr_y - \frac{r_y}{r_x}X + \left(p - \frac{r_y}{r_x}\right) \frac{L_y}{p} \right\}$$

Caso nosso agente queira fazer $Y = X$,

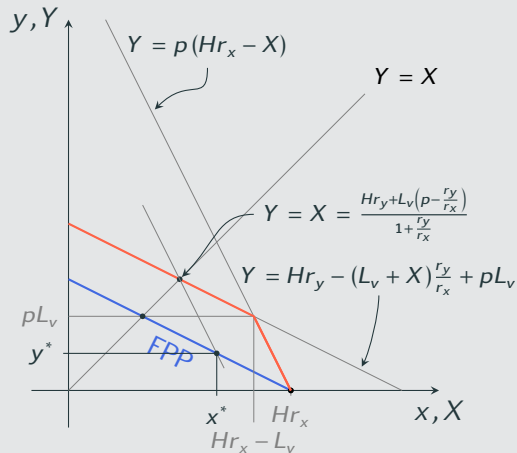
$$X = Y = \min \left\{ \frac{pHr_x}{1+p}, \frac{Hr_xr_y + (pr_x - r_y)\frac{L_y}{p}}{r_x + r_y} \right\}$$

Escolha com racionamento na compra de peixe — exemplo gráfico

$$\frac{Hr_x}{1+p} \leq L_v$$



$$\frac{Hr_x}{1+p} > L_v$$



Exemplo 2: Vantagens absolutas

João

$$H_J = 10, r_{Jx} = 36, r_{Jy} = 45$$

Maria

$$H_M = 10, r_{Mx} = 45, r_{My} = 36$$

Maria, assim como João, deseja consumir quantidades iguais de coco e de peixe.

1. Determine as expressões para as fronteiras de possibilidades de produção e as escolhas de cada agente isolado.
2. Assuma que os dois concordem em trocar coco por peixe na razão de 1g de coco por g de peixe ($p = 1$).
 - a) Determina quando cada agente escolheria consumir de cada bem caso pudesse fazer trocas a esse preço sem qualquer restrição de quantidade.
 - b) Sua resposta ao item anterior implica que restrições à escolhas de João e de Maria?
 - c) Determine quanto Maria e João irão produzir de cada bem, que trocas serão efetuadas e quanto cada um dos dois irá consumir de cada bem.

Exemplo 2: Fronteiras de possibilidades de produção e consumo em isolamento

João

$$H_J = 10, r_{Jx} = 36, r_{Jy} = 45$$

$$y_J = H_J r_{Jy} - \frac{r_{Jy}}{r_{Jx}} x_J$$

$$y_J = 450 - 1,25x_J$$

Como João deseja consumir quantidades iguais de coco e de peixe, deve fazer $x_J = y_J = 450 - 1,25x_J$.
Resolvendo obtemos

$$x_J = y_J = 200.$$

Maria

$$H_M = 10, r_{Mx} = 45, r_{My} = 36$$

$$y_M = H_M r_{My} - \frac{r_{My}}{r_{Mx}} x_M$$

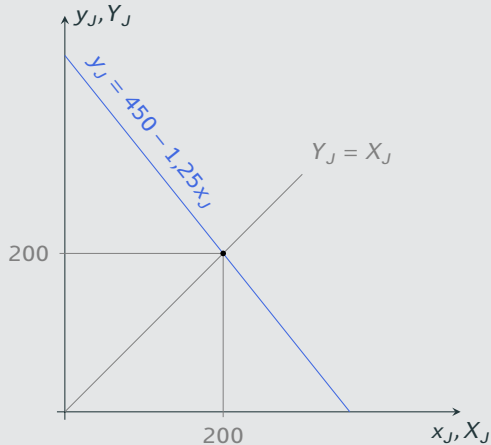
$$y_M = 360 - 0,8x_M$$

Como Maria deseja consumir quantidades iguais de coco e de peixe, deve fazer $x_M = y_M = 360 - 0,8x_M$.
Resolvendo obtemos

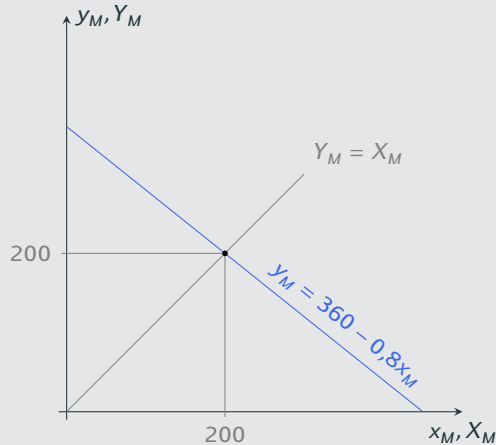
$$x_M = y_M = 200.$$

Exemplo 2: Fronteiras de possibilidades de produção

João



Maria



Exemplo 2: Vantagens absolutas

João

$$H_J = 10, r_{Jx} = 36, r_{Jy} = 45$$

Maria

$$H_M = 10, r_{Mx} = 45, r_{My} = 36$$

Maria, assim como João, deseja consumir quantidades iguais de coco e de peixe.

1. Determine as expressões para as fronteiras de possibilidades de produção e as escolhas de cada agente isolado.
2. Assuma que os dois concordem em trocar coco por peixe na razão de 1g de coco por g de peixe ($p = 1$).
 - a) Determina quando cada agente escolheria consumir de cada bem caso pudesse fazer trocas a esse preço sem qualquer restrição.
 - b) Sua resposta ao item anterior implica que restrições às escolhas de João e de Maria?
 - c) Determine quanto Maria e João irão produzir de cada bem, que trocas serão efetuadas e quanto cada um dos dois irá consumir de cada bem.

Escolhas com trocas irrestritas

João

Como $p = 1 < \frac{r_{Jy}}{r_{Jx}} = 1,25$, João deverá fazer $y_J = 450$ e $x_J = 0$. Suas alternativas de consumo serão

$$Y_J = H_J r_{Jy} - p X_J = 450 - X_J.$$

Fazendo $Y_J = X_J$ obtemos o consumo de João:

$$Y_J = X_J = 225.$$

O que indica que ele trocará 225 g de peixe por 225 g de coco.

Maria

Como $p = 1 > \frac{r_{My}}{r_{Mx}} = 0,8$, Maria deverá escolher $x_M = 450$ e $y_M = 0$. Suas alternativas de consumo serão

$$Y_M = p(H_M r_{Mx} - X_M) = 450 - X_M.$$

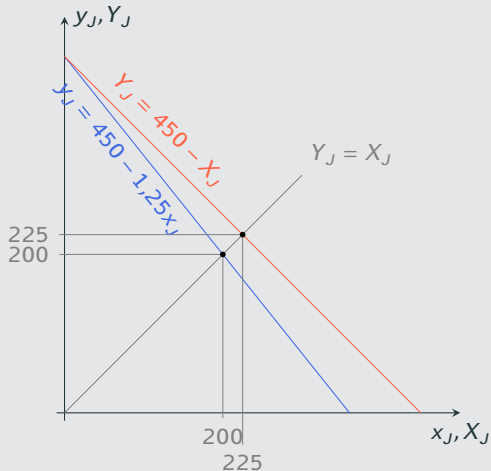
Fazendo $Y_M = X_M$ obtemos o consumo de Maria

$$Y_M = X_M = 225.$$

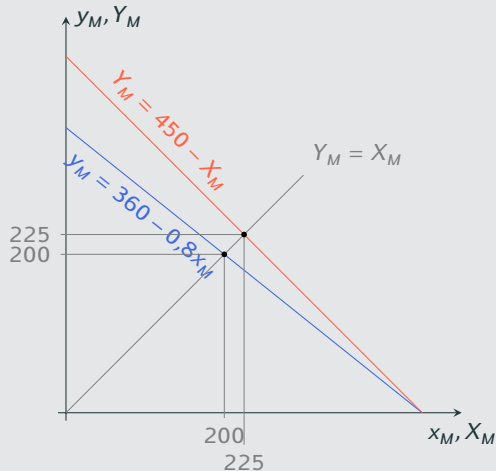
O que indica que ela trocará 225 g de coco por 225 g de peixe.

Exemplo 2: Fronteiras de possibilidades de consumo sem restrição

João



Maria



Exemplo 2: Vantagens absolutas

João

$$H_J = 10, r_{Jx} = 36, r_{Jy} = 45$$

Maria

$$H_M = 10, r_{Mx} = 45, r_{My} = 36$$

Maria, assim como João, deseja consumir quantidades iguais de coco e de peixe.

1. Determine as expressões para as fronteiras de possibilidades de produção e as escolhas de cada agente isolado.
2. Assuma que os dois concordem em trocar coco por peixe na razão de 1g de coco por g de peixe ($p = 1$).
 - a) Determina quando cada agente escolheria consumir de cada bem caso pudesse fazer trocas a esse preço sem qualquer restrição.
 - b) Sua resposta ao item anterior implica que restrições às escolhas de João e de Maria?
 - c) Determine quanto Maria e João irão produzir de cada bem, que trocas serão efetuadas e quanto cada um dos dois irá consumir de cada bem.

Exemplo 2: efeito das restrições impostas a João pela escolha de Maria

Maria só deseja vender a João 225 g de coco. Portanto, $L_{Jx} = 225$ e a fronteira de possibilidades de consumo de João passa a ser

$$\begin{aligned} Y_J &= \min \left\{ H_J r_{Jy} - p X_J, H_J r_{Jy} - \frac{r_y}{r_x} X + \left(\frac{r_{Jy}}{r_{Jx}} - p \right) L_{Jx} \right\} \\ &= \min \left\{ 10 \times 45 - X_J, 10 \times -\frac{45}{36} X + \left(\frac{45}{36} - 1 \right) \times 225 \right\} \\ &= \min \{ 450 - X_J, 506.25 - 1.25 X_J \} \end{aligned}$$

Assumindo que João queira consumir quantidades iguais de coco e de peixe, encontramos

$$X_J = Y_J = \min\{225, 225\} = 225$$

Exemplo 2: efeito das restrições impostas a Maria pela escolha de João

Como João só deseja adquirir de Maria 225 g de coco, $L_{My} = 225$. Assim, a fronteira de possibilidades de consumo de Maria passa a ser

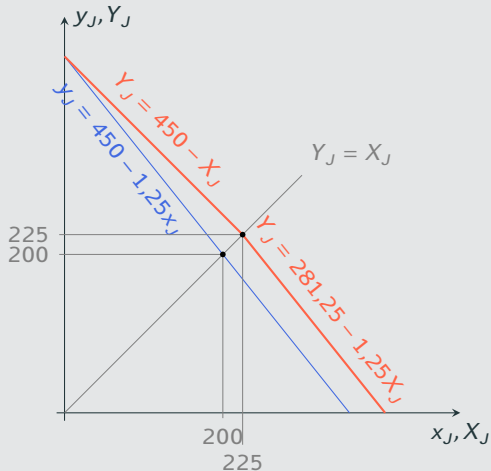
$$\begin{aligned} Y_M &= \min \left\{ p(H_M r_{Mx} - X_M), H_M r_{My} - \frac{r_{My}}{r_{Mx}} X_M + \left(p - \frac{r_{My}}{r_{Mx}} \right) L_{My} \right\} \\ &= \min \left\{ 1 \times (10 \times 45 - X_M), 10 \times 45 - \frac{36}{45} X_M + \left(1 - \frac{36}{45} \right) L_{My} \right\} \\ &= \min \{ 450 - X_M, 405 - 0.8X_M \} \end{aligned}$$

Se Maria pretende igualar as quantidades consumidas de coco e de peixe, teremos

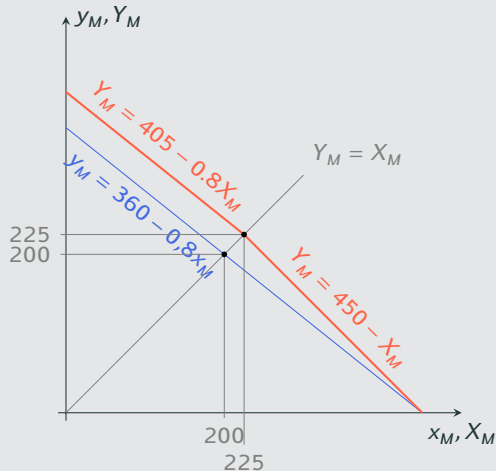
$$X_M = Y_M = \min \{ 225, 225 \} = 225.$$

Exemplo 2: Fronteiras de possibilidades de consumo com restrição

João



Maria



Exemplo 3

Com os dados do exemplo 2, determine quanto cada agente irá consumir após a troca de cada um dos bens para cada um dos preços da tabela abaixo:

preço	Consumo		Ganho	
	$X_J = Y_J$	$X_M = Y_M$	João	Maria
0.85	243.24	206.76	43.24	6.76
0.90	236.84	213.16	36.84	13.16
0.95	230.77	219.23	30.77	19.23
1.00	225.00	225.00	25.00	25.00
1.05	219.51	230.49	19.51	30.49
1.10	214.29	235.71	14.29	35.71
1.15	209.30	240.70	9.30	40.70
1.20	204.55	245.45	4.55	45.45

Parte III

Vantagens comparativas

Exemplo 4

João

$$H_J = 10, r_{Jx} = 36, r_{Jy} = 45$$

Maria

$$H_M = 10, r_{Mx} = 90, r_{My} = 72$$

Maria, assim como João, deseja consumir quantidades iguais de coco e de peixe.

Assum que os dois agentes concordem em trocas coco e peixe na razão de 1 g de peixe por g de coco. Para cada agente, determine:

1. Sua fronteira de possibilidades de produção e sua escolha sem trocas;
2. Sua fronteira de possibilidades de consumo e sua escolha caso não haja restrição à troca;
3. Sua fronteira de possibilidades de consumo e sua escolha levando em consideração as quantidades máximas que o outro agente está disposto a trocar.

Exemplo 4: fronteiras de possibilidades de produção

João

$$\text{FPP: } y_J = H_J r_{Jy} - \frac{r_{Jy}}{r_{Jx}} x_J = 450 - 1,25x_J$$

Escolha: $x_J = y_J = 200$.

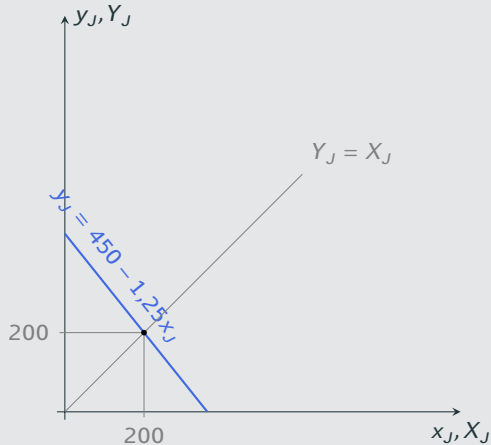
Maria

$$\text{FPP: } y_M = H_M r_{My} - \frac{r_{My}}{r_{Mx}} x_M = 720 - 0,8x_M;$$

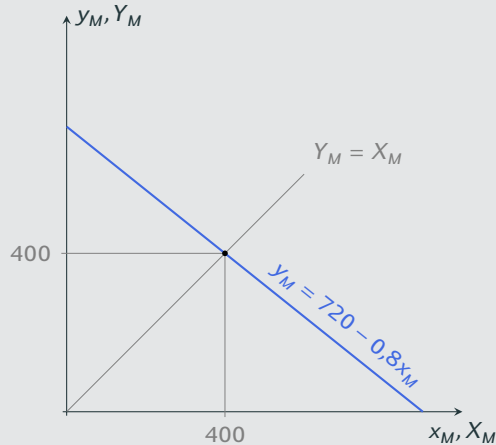
Escolha: $x_M = y_M = 400$.

Exemplo 4: fronteiras de possibilidades de produção

João



Maria



Exemplo 4: fronteiras de possibilidades de consumo irrestritas

João

$$\text{FPC: } Y_J = H_J r_{Jy} - pX_J = 450 - X_J$$

$$\text{Escolha: } X_J = Y_J = 225.$$

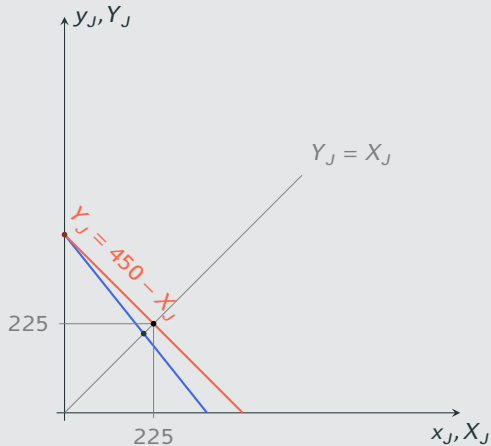
Maria

$$\text{FPC: } Y_M = p(H_M r_{Mx} - X) = 900 - X_M;$$

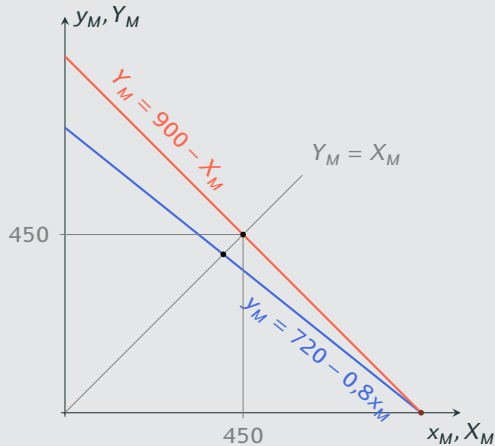
$$\text{Escolha: } X_M = Y_M = 450.$$

Exemplo 4: fronteiras de possibilidades de consumo irrestritas

João



Maria



Fronteira de possibilidades de consumo de João com restrição

Maria gostaria de vender 450 g de coco a João. Para adquirir essa quantidade de coco, ele precisaria usar toda sua produção de peixe. Assim, a restrição imposta pela escolha de Maria não afeta João. Sua FPC continua sendo $Y_J = 450 - pX_J$ e sua escolha continua sendo $X_J = Y_J = 225$.

Fronteira de possibilidades de consumo de Maria com restrição

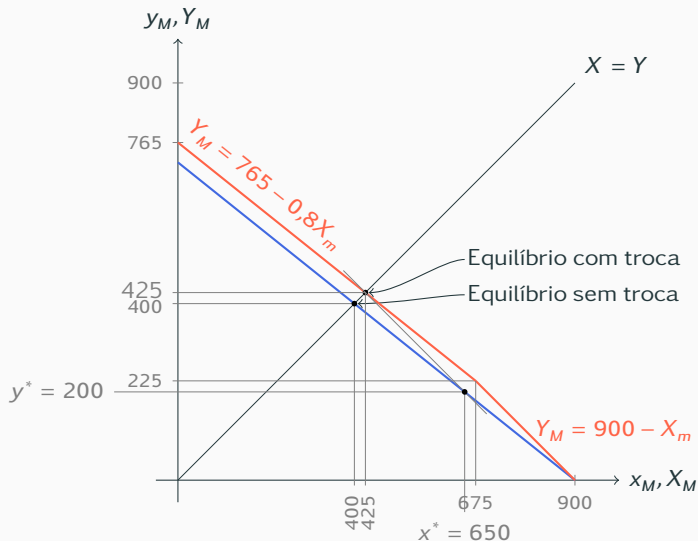
Como João só deseja oferecer a Maria 225 g de peixe, $L_{My} = 225$. Assim, a fronteira de possibilidades de consumo de Maria passa a ser

$$\begin{aligned} Y_M &= \min \left\{ p(H_M r_{Mx} - X_M), H_M r_{My} - \frac{r_{My}}{r_{Mx}} X_M + \left(p - \frac{r_{My}}{r_{Mx}} \right) L_{My} \right\} \\ &= \min \left\{ 1 \times (10 \times 90 - X_M), 10 \times 72 - \frac{72}{90} X_M + \left(1 - \frac{72}{90} \right) L_{My} \right\} \\ &= \min \{ 900 - X_M, 765 - 0.8X_M \} \end{aligned}$$

Se Maria pretende igualar as quantidades consumidas de coco e de peixe, teremos

$$X_M = Y_M = \min \{ 450, 425 \} = 425.$$

Exemplo 4: fronteira de possibilidades de consumo de Maria ($p = 1$)

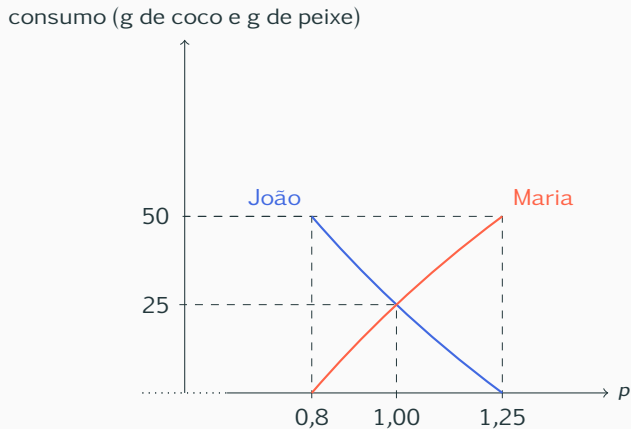


Efeito do preço sobre o consumo de cada agente

preço	Consumo		Ganho ¹	
	$X_J = Y_J$	$X_M = Y_M$	João	Maria
0,80	250,0	400,0	50,0	0,0
0,90	236,8	413,2	36,8	13,2
1,00	225,0	425,0	25,0	25,0
1,10	214,3	435,7	14,3	35,7
1,20	204,5	445,5	4,5	45,5
1,25	200,0	450,0	0,0	50,0

¹ Ganho em relação a uma situação na qual João e Maria não realizam trocas entre si.

Efeito do preço sobre o ganho com comércio de cada agente



Parte IV

Efeitos distributivos do comércio com o resto do mundo

Exemplo 5

Com base nos dados do exemplo 4, imagine que Maria e João descubram que existem muitas outras pessoas no mundo e que seja possível trocar com o resto do mundo 1g de peixe por grama de coco. O resto do mundo é grande o bastante para realizar todas as trocas que Maria e João queiram fazer, de sorte que suas escolhas não estarão sujeitas a qualquer racionamento. O que cada um irá produzir? Quanto cada um irá consumir de cada bem?

Como sua resposta será alterada caso a razão na qual o resto do mundo troca peixe por coco seja igual a:

1. 0,9g de peixe por grama de coco?
2. 1,2g de peixe por grama de coco?
3. 0,6g de peixe por grama de coco?
4. 1,5g de peixe por grama de coco?

Exemplo 5 com $p = 1$

Nesse caso, João continuará oferecendo a Maria ou ao resto do mundo 225g de peixe para obter, em troca 225g de coco.

Maria não terá mais que racionar sua escolha em virtude do pequeno volume de transação que João está disposto a realizar. O coco que Maria produzir e João não quiser pode ser ofertado ao resto do mundo. Nesse caso, em que sua escolha é irrestrita, ela decide especializar-se na produção de coco, produzindo 900g por dia, e ofertando 450g desse bem para serem trocados por 450g de peixe com João e/ ou o resto do mundo.

Em relação à situação em que João e Maria encontram-se isolados do resto do mundo, mas realizam trocas entre si, o comércio com o resto do mundo não afeta o consumo de João, que continua igual a 225g diárias de coco e de peixe, mas aumenta o consumo de Maria, que era de 425g diárias e passa a ser de 450g diárias de coco e de peixe.

Possibilidades de consumo conjunto de João e Maria com comércio com o resto do mundo e $p = 1$

João deve especializar-se na produção de peixe, pois sua TMT (1,25) é maior do que p (1), e Maria deve especializar-se na produção de coco, pois sua TMT (0,8) é menor do que p .

Notando por X_s e Y_s , respectivamente, o consumo conjunto (João e Maria) de peixe e de coco, respectivamente,

$$Y_s - 450 = 900 - X_s$$

$$Y_s = 1350 - X_s$$

Exemplo 5: FPP conjunta

$$y_s = \begin{cases} 1170 - 0,8x_s & \text{caso } x_s \leq 900 \\ 1575 - 1,25x_s & \text{caso } x_s \geq 900 \end{cases}$$

ou, equivalentemente,

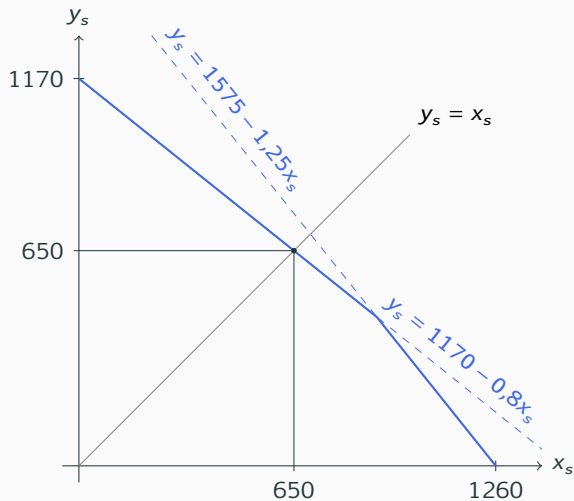
$$y_s = \min(1170 - 0,8x_s, 450 - 1,25x_s).$$

Escolha coordenada

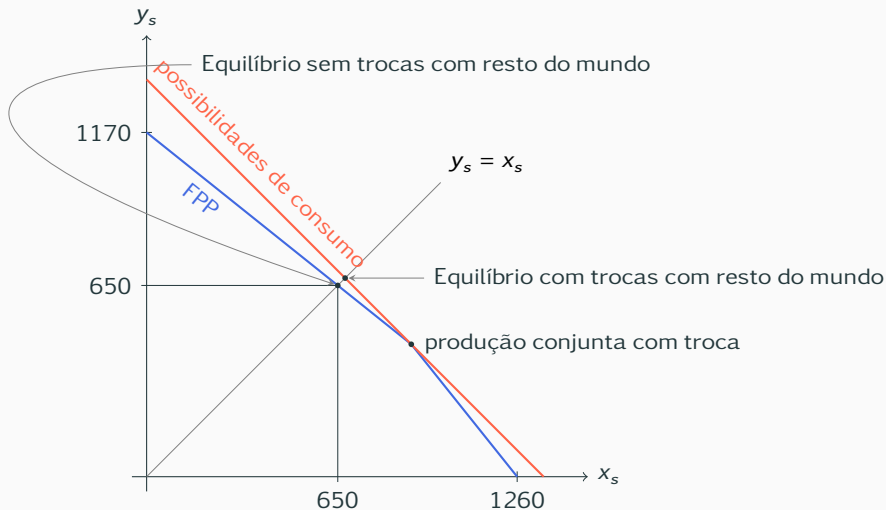
$$\begin{cases} y_s = 1170 - 0,8x_s \\ y_s = x_s \end{cases} \Rightarrow y_s = x_s = 650$$

$$x_J = 0, y_J = 450, x_M = 650, y_M = 200.$$

Exemplo 5: FPP conjunta



Possibilidades de consumo conjunto de João e Maria com comércio com o resto do mundo e $p = 1$



Exemplo 5 com $p = 0,9$

Como $TMT_J = 1,25 > 0,9 = p$, João deverá produzir apenas peixe, obtendo 450g desse produto. Ele desejará manter

$$Y_J = \frac{H_J r_{Jy}}{1 + p} = \frac{450}{1,9} = 236,84\text{g}$$

dessa produção e trocar os restantes 213,17g por $X_M = 236,84$ g de coco.

Como $TMT_M = 0,8 < 0,9 = p$, Maria deverá produzir apenas coco, obtendo 900g desse produto. Ela desejará manter

$$X_M = \frac{p}{1 + p} H_M r_{Mx} = \frac{0,9}{1,9} 900 = 426,32\text{g}$$

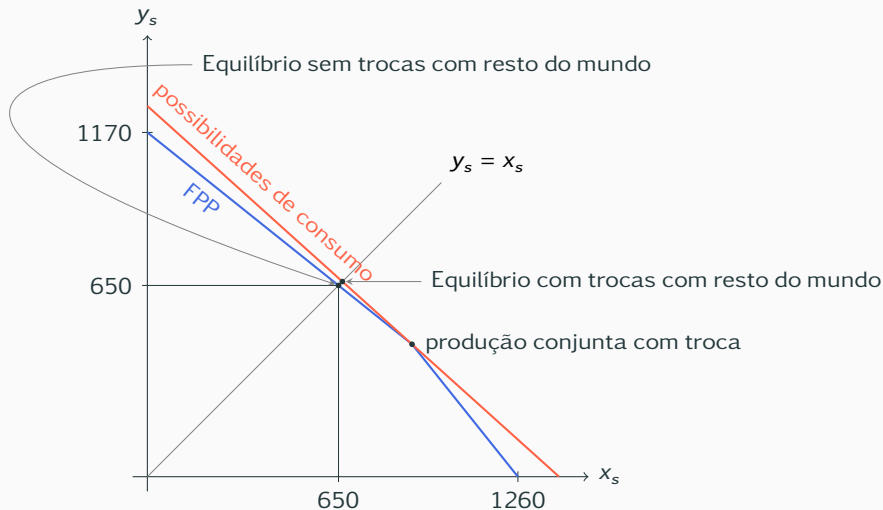
dessa produção para seu consumo e trocar os restantes 473,68 por $Y_M = 426,32$ g de peixe.

Comparação: comércio com resto do mundo e $p = 0,9$ e comércio sem o resto do mundo e $p = 1$

	Com. c/ resto do mundo?		
	Sim	Não	Dif.
João	236,84	225,00	9,84
Maria	426,32	425,00	1,32

- João ganha porque a razão de troca fica mais favorável;
- Maria ganha, pois, embora a razão de troca lhe seja menos favorável, ela não tem mais que racionar a quantidade de coco que oferece em troca de peixe.

Possibilidades de consumo conjunto de João e Maria com comércio com o resto do mundo e $p = 0,9$



Exemplo 5 com $p = 0,6$

Como $TMT_J = 1,25 > 0,6 = p$, João deverá produzir apenas peixe, obtendo 450g desse produto. Ele desejará manter

$$Y_J = \frac{H_J r_{Jy}}{1 + p} = 450 \frac{1}{1,6} = 281,25g$$

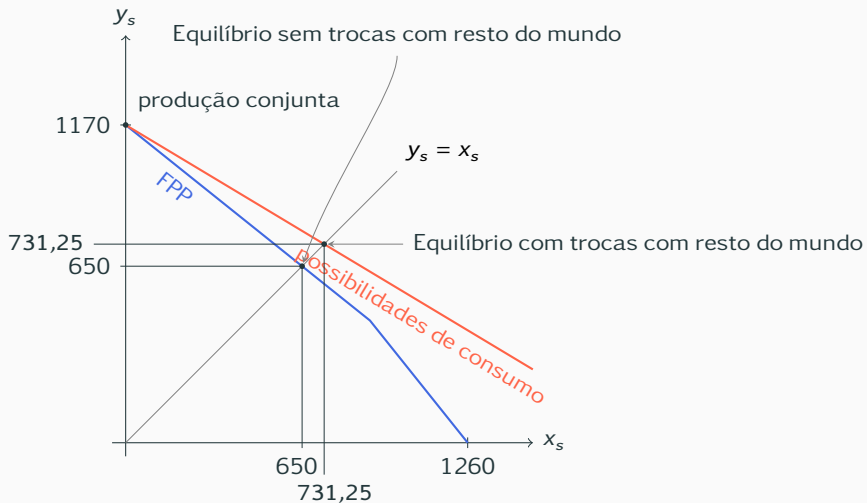
dessa produção e trocar os restantes 168.75g por 281,25g de coco.

Como $TMT_M = 0,8 > 0,6 = p$, Maria deverá produzir apenas peixe, obtendo 720 g desse produto. Ela desejará manter

$$Y_M = \frac{H_M r_{My}}{1 + p} = 720 \frac{1}{1,6} = 450.0g$$

dessa produção para seu consumo e trocar os restantes 370 g por $X_M = 450$ g de coco.

Possibilidades de consumo conjunto de João e Maria com comércio com o resto do mundo e preço igual a 0,6



Exemplo 5 com $p = 1,5$

Como $TMT_J = 1,25 < 1,5 = p$, João deverá produzir apenas coco, obtendo 360 g desse produto. Ele desejará manter

$$X_J = H_J r_{Jx} \frac{p}{1+p} = 360 \frac{1,5}{2,5} = 216 \text{ g}$$

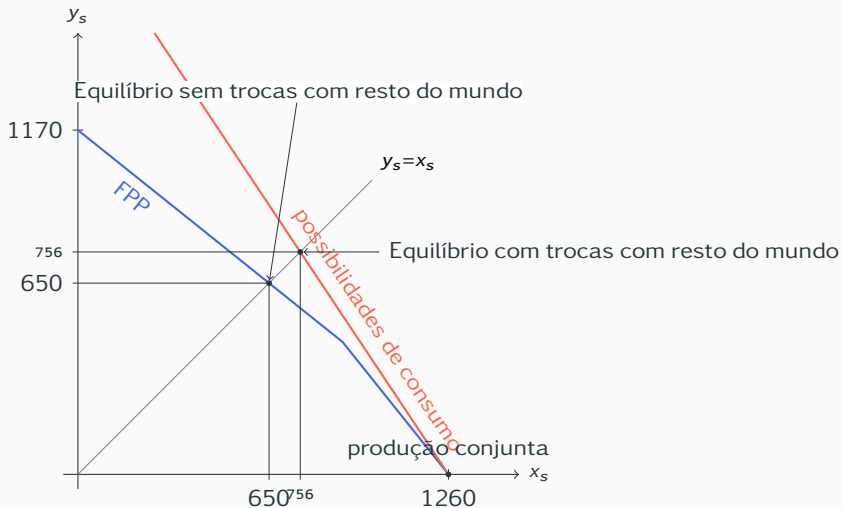
dessa produção e trocar os restantes 144 g por $Y_J = 216$ g de peixe.

Como $TMT_M = 0,8 > 1,5 = p$, Maria deverá produzir apenas coco, obtendo 950 g desse produto. Ela desejará manter

$$X_M = H_M r_{Mx} \frac{p}{1+p} = 900 \frac{1,5}{2,5} = 540 \text{ g}$$

dessa produção para seu consumo e trocar os restantes 360 g por $Y_M = 540$ g de peixe.

Possibilidades de consumo conjunto de João e Maria com comércio com o resto do mundo e preço igual a 1,5



Preço	Consumo		Ganho (a) ¹		Ganho (b) ²	
	$X_J = Y_J$	$X_M = Y_M$	João	Maria	João	Maria
0,50	300,0	480,0	75,0	55,0	100,0	80,0
0,60	281,3	450,0	56,3	25,0	81,3	50,0
0,70	264,7	423,5	39,7	-1,5	64,7	23,5
0,80	250,0	400,0	25,0	-25,0	50,0	0,0
0,90	236,8	426,3	11,8	1,3	36,8	26,3
1,00	225,0	450,0	0,0	25,0	25,0	50,0
1,10	214,3	471,4	-10,7	46,4	14,3	71,4
1,20	204,5	490,9	-20,5	65,9	4,5	90,9
1,25	200,0	500,0	-25,0	75,0	0,0	100,0
1,30	203,5	508,7	-21,5	83,7	3,5	108,7
1,40	210,0	525,0	-15,0	100,0	10,0	125,0
1,50	216,0	540,0	-9,0	115,0	16,0	140,0

¹ Ganho com a abertura comercial: ganho em relação a uma situação apenas com comércio interno e $p = 1$.

² Ganho em relação a uma situação em que João e Maria não realizam sequer trocas entre si.

Ganho com a abertura

ganho de consumo (g de coco e g de peixe)

